

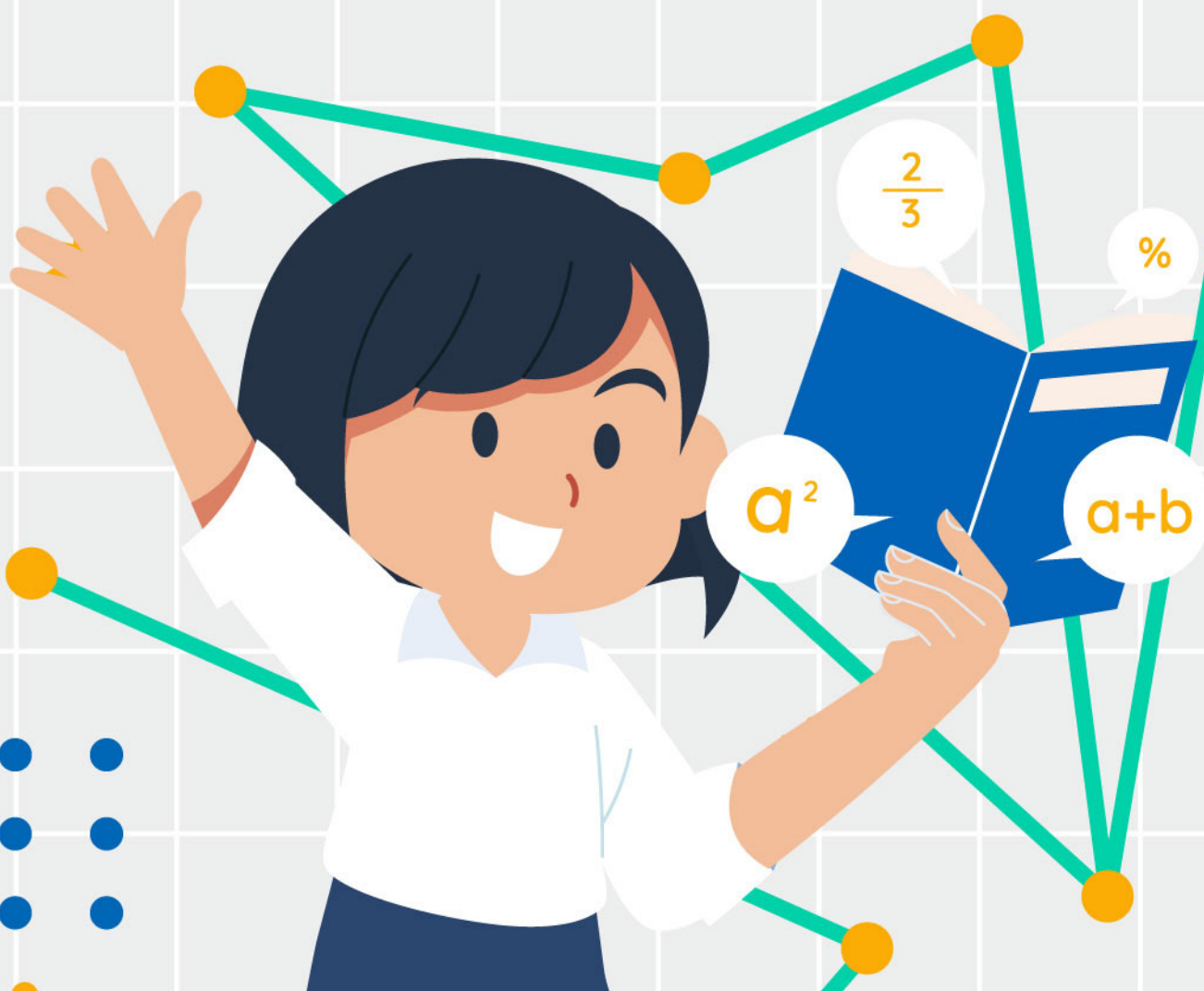


BADAN STANDAR, KURIKULUM
DAN ASESMEN PENDIDIKAN
KEMENDIKDASMEN

PANDUAN

Mata Pelajaran Matematika

Fase A – F dan
Fase F Tingkat Lanjut



SD/MI/Program Paket A, SMP/MTs/Program Paket B,
SMA/MA/Program Paket C, dan SMK/MAK



BADAN STANDAR, KURIKULUM
DAN ASESMEN PENDIDIKAN
KEMENDIKDASMEN

PANDUAN

Mata Pelajaran Matematika

**Fase A – Fase F dan
Fase F Tingkat Lanjut**

**SD/MI/Program Paket A, SMP/MTs/Program Paket B,
SMA/MA/Program Paket C, dan SMK/MAK**

Panduan Mata Pelajaran Matematika

Pengarah

Prof. Dr. Toni Toharudin, S.Si., M.Sc., Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan

Penanggung Jawab

Dr. Laksmi Dewi, M.Pd., Kepala Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Penyusun

Ari Setiyani, S.Pd., SDN Cipinang Besar Selatan 01 Pagi

Yudi Kustiana, S.Pd., M.M.Pd., SMPN 4 Lembang

Sri Wantini, M.Pd., SMAN Banua Kalsel Bilingual Boarding School

Setiawan Agung Wibowo, S.S., Gerakan Nasional Pemberantasan Buta Matematika

Prof. Dr. Kiki Ariyanti Sugeng, Universitas Indonesia

Dicky Susanto, Ed.D., Calvin Institute of Technology

Penelaah

Dr. Laksmi Dewi, M.Pd., Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Dr. Yogi Anggraena, M.Si., Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Nur Rofika Ayu Shinta Amalia, S.Si., Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

M. Heru Iman Wibowo, S.Si., Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Dwi Setiyowati, S.Si., Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Prof. M Wono Setya Budhi, Ph.D, Institut Teknologi Bandung

Sujatmiko, S.Si. Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Sandra Novrika, S.T, Pusat Kurikulum dan Pembelajaran

Kontributor

Nurina Ayuningtyas, M.Pd., Universitas PGRI Delta Sidoarjo

Dr. Maulana Yusuf, M.Pd., SDN Menteng Atas 21

Novita Handayani, S.Si., SMA Cikal Amri Jakarta Timur

Ilustrasi

Ahmad Saad Ibrahim

Ratra Adya Airawan

Muhammad Ridha Ridwan

Tata Letak

Joko Setiyono

Muhammad Ridha Ridwan

Penerbit

Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan

Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah Republik Indonesia

2025

Kata Pengantar

Puji dan syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT atas terbitnya Panduan Mata Pelajaran Matematika ini. Berdasarkan proses umpan balik dan penyesuaian dengan regulasi terbaru, terdapat kebutuhan adanya dokumen yang memandu pendidik dalam menerjemahkan Capaian Pembelajaran ke dalam pembelajaran di kelas dengan pendekatan Pembelajaran Mendalam. Panduan Mata Pelajaran Matematika disusun untuk membantu pendidik dan satuan pendidikan memahami dan menganalisis kemampuan yang esensial dibangun pada murid yang termuat dalam Capaian Pembelajaran Matematika dan memberi inspirasi dalam implementasinya.

Kurikulum merupakan salah satu alat bantu utama untuk melakukan transformasi pendidikan dan mewujudkan satuan pendidikan yang kita cita-citakan, yaitu murid yang memiliki kompetensi dan karakter Pancasila. Tercapainya cita-cita ini diindikasikan dengan (i) pembelajaran yang berpusat pada murid; (ii) pendidik yang reflektif, gemar belajar, berbagi, dan berkolaborasi; (iii) iklim satuan pendidikan yang aman, inklusif, dan merayakan kebhinekaan; serta (iv) kepemimpinan untuk perbaikan layanan berkelanjutan. Panduan Mata Pelajaran Matematika merupakan acuan dalam pembelajaran intrakurikuler yang dapat digunakan oleh pendidik untuk mempelajari dan mendiskusikan lebih dalam isi dari Capaian Pembelajaran Matematika, untuk kemudian dapat merancang pembelajaran yang berkualitas sesuai dengan tahap perkembangan dan berpusat pada murid dengan mengakomodasi pembelajaran yang memberi kesempatan murid mengemukakan gagasan, mampu memilih, menemukan hal yang diminati, mengembangkan kemampuan, dan mampu memecahkan masalah. Sebagaimana tertera dalam Standar Proses, pembelajaran adalah kegiatan belajar yang diselenggarakan dalam suasana belajar; interaktif; inspiratif; menyenangkan; menantang; memotivasi murid untuk berpartisipasi aktif; dan memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik, serta psikologis murid. Panduan ini berupaya membantu pendidik memfasilitasi penyelenggaraan pembelajaran yang dapat mewujudkan hal tersebut. Hal ini tentunya didukung dengan menciptakan iklim satuan pendidikan dan kepemimpinan kepala satuan pendidikan yang mendukung murid berdaya dan menjadi pelajar sepanjang hayat.

Panduan Mata Pelajaran Matematika merupakan dokumen yang berisi penjelasan dari kemampuan apa saja yang penting dibangun dan dikembangkan berdasarkan Capaian Pembelajaran Matematika, contoh cara murid menunjukkan ketercapaian kemampuan tersebut, dan contoh hal-hal yang dapat dilakukan pendidik untuk dapat mendukung ketercapaian kemampuan murid. Selain itu, panduan ini juga memberikan contoh alur tujuan pembelajaran

berdasarkan Capaian Pembelajaran dan contoh perencanaan pembelajaran yang dapat dikembangkan dari alur tujuan pembelajaran tersebut. Panduan ini melengkapi Panduan Pembelajaran dan Asesmen serta panduan dan buku guru lainnya yang telah diterbitkan terkait kurikulum, pembelajaran, dan asesmen.

Akhir kata, saya mengucapkan selamat dan terima kasih kepada seluruh tim penyusun, penelaah, dan kontributor, beserta tim Pusat Kurikulum dan Pembelajaran, yang telah bekerja dengan sepenuh hati untuk menghasilkan sebuah panduan yang menginspirasi.

Kepala Badan Standar, Kurikulum,
dan Asesmen Pendidikan



Prof. Dr. Toni Toharudin, S.Si., M.Sc.

Daftar Isi

Kata Pengantar	ii
Daftar Isi	iv
A Pendahuluan	2
1. Latar Belakang	2
2. Tujuan.....	3
3. Sasaran	3
4. Struktur Panduan	3
B Capaian Pembelajaran.....	6
1. Deskripsi Capaian Pembelajaran.....	6
2. Komponen Capaian Pembelajaran.....	7
a. Rasional.....	7
b. Tujuan	8
c. Karakteristik	9
d. Capaian Pembelajaran.....	11
C Pemetaan Materi Esensial.....	21
D Perencanaan Pembelajaran Mendalam.....	242
1. Kerangka Kerja Pembelajaran Mendalam	242
2. Penyusunan Alur Tujuan Pembelajaran	252
3. Penerapan Perencanaan Pembelajaran Mendalam	265
4. Contoh Perencanaan Pembelajaran Mendalam	269
E Glosarium	304

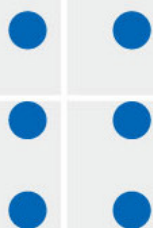
Pendahuluan

$$\frac{2}{3}$$

%

$$a^2$$

$$a+b$$



Pendahuluan

1. Latar Belakang

Capaian Pembelajaran mata pelajaran Matematika memuat kompetensi dan materi esensial yang harus dikuasai murid dan berkontribusi dalam mewujudkan delapan dimensi profil lulusan (DPL) yaitu keimanan dan ketakwaan terhadap Tuhan YME, kewargaan, penalaran kritis, kreativitas, kolaborasi, kemandirian, kesehatan, dan komunikasi. Saat ini, masih ditemui adanya miskonsepsi, mispersepsi atau misinterpretasi oleh pendidik dalam memahami isi Capaian Pembelajaran sehingga rancangan dan praktik pembelajaran matematika menjadi kurang mendalam seperti kurang menekankan pembelajaran berbasis masalah dan penguatan berpikir kritis, kurang memberikan ruang kreasi dan inovasi yang lebih luas, serta perlunya penguatan kolaborasi dan berkomunikasi dalam mendukung peningkatan numerasi dan keterampilan abad 21.

Pembelajaran perlu dirancang menurut prinsip-prinsip pembelajaran mendalam (PM) yaitu berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan dengan menggunakan berbagai pendekatan dan strategi sesuai dengan kebutuhan dan karakteristik murid serta sumber daya satuan pendidikan yang beragam. Strategi tersebut mencakup metode pembelajaran inovatif dan kontekstual yang relevan dengan kehidupan nyata, pemanfaatan teknologi yang tersedia untuk membantu visualisasi konsep matematika, serta meningkatkan kolaborasi pendidik, orang tua, dan murid.

Pembelajaran berkesadaran difokuskan untuk menjadi pelajar yang aktif, mampu meregulasi diri, dan aktif mengembangkan strategi belajar untuk mencapai tujuan sehingga lebih terlibat secara mental dan emosi. **Pembelajaran bermakna** dilaksanakan melalui berbagai kegiatan yang menerapkan atau mengaplikasikan pengetahuan ke dalam situasi nyata. **Pembelajaran yang menggembirakan** dilaksanakan dengan menciptakan suasana belajar yang positif, interaktif, menantang, menyenangkan, dan memotivasi sehingga mempermudah dalam mengingat, memahami, dan menerapkan pengetahuan. Dengan demikian proses pembelajaran perlu memberikan ruang yang cukup bagi murid untuk menumbuhkan inisiatif, kreativitas, kemandirian sesuai dengan bakat, minat, perkembangan fisik, dan psikologis.

Panduan mata pelajaran Matematika ini ditujukan untuk pendidik di satuan pendidikan sebagai inspirasi dalam merancang pembelajaran yang tepat dan sesuai dengan prinsip-prinsip pembelajaran mendalam yang disertai dengan penyediaan contoh-contoh inspiratif

perencanaan pembelajaran. Pembelajaran matematika juga perlu dikaitkan dengan isu-isu prioritas secara global, nasional, dan konteks kearifan lokal daerah seperti perubahan iklim, literasi finansial, kesehatan, kesetaraan gender, serta isu aktual dan strategis lainnya sesuai dengan karakteristik, potensi, serta kebutuhan daerah, satuan pendidikan dan murid.

2. Tujuan

Tujuan penyusunan panduan ini adalah:

1. menjelaskan materi dan kompetensi dari Capaian Pembelajaran Matematika secara rinci untuk mengembangkan perencanaan pembelajaran yang sesuai prinsip pembelajaran mendalam (berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan)
2. menjadi panduan bagi pendidik dalam merancang pembelajaran dan perangkatnya yang sesuai dengan kebutuhan murid dan kondisi satuan pendidikan.
3. memberi inspirasi bagi pendidik untuk menyesuaikan atau mengembangkan contoh atau model perencanaan pembelajaran yang tersedia
4. menjadi acuan dalam memilih atau menyusun buku teks dan bahan ajar sesuai prinsip pembelajaran mendalam
5. membantu menyiapkan sarana, media, dan sumber belajar yang sesuai dengan karakteristik murid dan sumber daya satuan pendidikan.

3. Sasaran

Sasaran panduan ini terutama adalah pendidik/guru kelas atau guru mata pelajaran pada jenjang SD/MI serta guru mata pelajaran Matematika pada jenjang SMP/MTs, SMA/MA/ satuan pendidikan menengah keagamaan lain, SMK/MAK dan tutor pada program pendidikan kesetaraan.

4. Struktur Panduan

Sistematika panduan ini terdiri atas 5 bagian, yaitu: pendahuluan, capaian pembelajaran mata pelajaran, pemetaan materi esensial, perencanaan pembelajaran mendalam pada mata pelajaran, serta glosarium.

Bagian pendahuluan mendeskripsikan analisis situasi saat ini yang menguraikan permasalahan dalam pembelajaran dan solusinya dengan menerapkan pendekatan pembelajaran mendalam, tujuan disusunnya panduan mata pelajaran, pemangku kepentingan yang menjadi pengguna panduan, serta struktur panduan yang menggambarkan sistematika isi panduan.

Bagian capaian pembelajaran menjelaskan tentang pentingnya mata pelajaran diberikan pada murid, tujuan mata pelajaran, karakteristik, hakikat dan kaitan mata pelajaran dengan pengembangan ilmu pengetahuan, teknologi serta bidang lain, kontribusi dan kesesuaiannya dengan dimensi profil lulusan. Bagian ini juga menguraikan struktur isi dan deskripsi kompetensi capaian pembelajaran mata pelajaran yang disajikan mulai dari fase A sampai F berdasarkan domain atau elemen mata pelajaran.

Bagian pemetaan materi esensial memuat penjelasan rinci setiap materi esensial dari CP beserta kompetensi mata pelajaran yang dapat dibangun sesuai perkembangan dan fase untuk murid. Bagian ini juga menguraikan kontekstualisasi materi esensial pada kehidupan menggunakan pendekatan pembelajaran yang efektif dan efisien untuk mencapai tujuan pembelajaran dengan menerapkan prinsip-prinsip pembelajaran mendalam serta menjelaskan kontribusi mata pelajaran dan materi esensial dalam mencapai dimensi profil lulusan dan pengembangan asesmennya.

Bagian perencanaan pembelajaran mendalam pada mata pelajaran Matematika terdiri atas kerangka kerja pembelajaran mendalam, penyusunan alur tujuan pembelajaran (ATP) dan penerapan perencanaan pembelajaran dengan pembelajaran mendalam, termasuk contoh ATP dan perencanaan pembelajaran mendalam mata pelajaran jenjang SD, SMP dan SMA.

Bagian glosarium berisi daftar kata, istilah, dan frasa penting yang dilengkapi dengan definisi atau pengertian secara operasional yang dimaksud dalam panduan ini untuk membantu pembaca memahami kata atau istilah yang digunakan serta menjelaskan istilah-istilah yang baru diperkenalkan atau tidak umum ditemukan.

Capaian Pembelajaran



Capaian Pembelajaran

1. Deskripsi Capaian Pembelajaran

Capaian Pembelajaran (CP) merupakan kompetensi pembelajaran yang harus dicapai murid di akhir setiap fase. Capaian mata pelajaran Matematika ditargetkan mulai dari Fase A sampai dengan Fase F. Sedangkan CP mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut merupakan mata pelajaran pilihan yang diberikan kepada murid Fase F. CP dirancang dan ditetapkan dengan berpijak pada Standar Nasional Pendidikan, terutama Standar Isi. Oleh karena itu, pendidik yang merancang pembelajaran dan asesmen mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut tidak perlu lagi merujuk pada dokumen Standar Isi, tetapi cukup mengacu pada CP. Dalam pendidikan dasar dan menengah, CP disusun untuk tiap mata pelajaran. Bagi murid berkebutuhan khusus dengan hambatan intelektual dapat menggunakan CP pendidikan khusus. Di sisi lain, murid berkebutuhan khusus tanpa hambatan intelektual dapat menggunakan CP untuk SD/MI/Program Paket A, SMP/MTS/Program Paket B, dan SMA/MA/Program Paket C ini dengan menerapkan prinsip akomodasi kurikulum.

Pemerintah menetapkan CP sebagai kompetensi yang ditargetkan. Meskipun demikian, sebagai kebijakan tentang target pembelajaran yang perlu dicapai tiap murid, CP masih umum untuk memandu kegiatan pembelajaran sehari-hari. Oleh karena itu, pengembang kurikulum atau pendidik perlu menyusun dokumen yang lebih operasional yang dapat memandu proses pembelajaran intrakurikuler berupa alur tujuan pembelajaran dan dokumen perencanaan pembelajaran.



Gambar 1. Proses Penyusunan Perencanaan Pembelajaran

Menganalisis CP adalah langkah pertama dalam perencanaan pembelajaran. Untuk dapat merancang pembelajaran mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut dengan baik, CP mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut perlu dipahami secara utuh, termasuk rasional mata pelajaran, tujuan, serta karakteristik dari mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut. Dokumen ini dirancang untuk membantu guru pengampu mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut) memahami CP mata pelajaran ini. Oleh karena itu, dokumen ini dilengkapi dengan beberapa penjelasan dan panduan agar pendidik berpikir reflektif setelah membaca tiap bagian dari CP mata pelajaran Matematika maupun mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut.



Untuk dapat memahami CP, pendidik perlu membaca dokumen tersebut secara utuh mulai dari rasional, tujuan, karakteristik mata pelajaran, hingga capaian per fase. Pendidik perlu juga mengetahui CP untuk fase-fase sebelumnya untuk mengetahui perkembangan yang telah dialami oleh murid. Begitu juga pendidik di fase-fase lainnya.

2. Komponen Capaian Pembelajaran

Penyusunan kompetensi pada Capaian Pembelajaran matematika terutama menggunakan pendekatan taksonomi Bloom yang sesuai dengan karakteristik mata pelajaran matematika yang menekankan pada pengembangan kemampuan kognitif, keterampilan berpikir dan abstraksi murid.

a. Rasional

Mata Pelajaran Matematika

Matematika merupakan ilmu atau pengetahuan tentang belajar atau berpikir logis yang mendasari perkembangan teknologi modern dan sangat dibutuhkan dalam kehidupan manusia. Matematika berkontribusi terhadap pengembangan dan pemahaman dalam berbagai disiplin ilmu dan menjadi landasan bagi banyak inovasi saat ini maupun memberikan solusi masa depan. Matematika dipelajari bukan hanya untuk dipahami, tetapi juga berperan sebagai alat untuk membangun pemahaman, melatih cara berpikir, dan menyelesaikan masalah dalam kehidupan. Belajar matematika dapat meningkatkan kemampuan murid dalam berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif. Kompetensi tersebut diperlukan agar murid memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan

memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, penuh dengan ketidakpastian, dan bersifat kompetitif.

Mata pelajaran Matematika membekali murid dengan pengetahuan dan keterampilan yang diperlukan serta kapasitas untuk berpikir logis, kritis, dan analitis sehingga mereka belajar bernalar secara bertahap untuk memahami konsep, prinsip, dan solusi dalam matematika. Proses ini juga membentuk sikap positif terhadap matematika dan menumbuhkan nilai-nilai seperti kemandirian, ketekunan, ketelitian, rasionalitas, serta kreativitas.

Dengan demikian, mata pelajaran matematika relevan dan berkontribusi dalam mewujudkan delapan dimensi profil lulusan, di antaranya untuk mengembangkan kompetensi penalaran kritis, kreativitas, kolaborasi, kemandirian, dan komunikasi murid. Materi pembelajaran pada mata pelajaran Matematika di setiap jenjang pendidikan dikemas melalui elemen, domain atau bidang kajian Bilangan, Aljabar, Pengukuran, Geometri, serta Analisis Data dan Peluang.

Mata Pelajaran Matematika Tingkat Lanjut

Matematika Tingkat Lanjut memuat materi pembelajaran untuk memperdalam pemahaman konsep-konsep matematika yang telah dipelajari pada mata pelajaran Matematika sebelumnya. Mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut merupakan mata pelajaran pilihan dalam struktur kurikulum di fase F dalam memperkuat abstraksi murid dalam meningkatkan pengetahuan, konsep, dan keterampilan matematika yang dibutuhkan dalam berbagai bidang disiplin ilmu seperti teknik dan kerekayasaan serta aplikasi lainnya yang lebih luas dalam kehidupan sehari-hari.

Sesuai dengan karakteristiknya, mata pelajaran matematika tingkat lanjut tetap relevan dan berkontribusi dalam mewujudkan delapan dimensi profil lulusan, di antaranya untuk mengembangkan kompetensi penalaran kritis, kreativitas, kolaborasi, kemandirian, dan komunikasi murid. Adapun materi pembelajaran pada mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut dikemas melalui elemen, domain atau bidang kajian Aljabar dan Fungsi, Geometri, Analisis Data dan Peluang, serta Kalkulus.

b. Tujuan

Mata pelajaran Matematika maupun Matematika Tingkat Lanjut bertujuan untuk membekali murid belajar matematika lebih dalam agar dapat:

1. memahami materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi matematis, dan mengaplikasikannya secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah matematis (pemahaman matematis dan kecakapan prosedural);

2. menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematis dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (penalaran dan pembuktian matematis);
3. memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematis, menyelesaikan model atau menafsirkan solusi yang diperoleh (pemecahan masalah matematis);
4. mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, serta menyajikan suatu situasi ke dalam simbol atau model matematis (komunikasi dan representasi matematis),
5. mengaitkan materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi matematis pada suatu bidang kajian, lintas bidang kajian, lintas bidang ilmu, dan dengan kehidupan (koneksi matematis), dan
6. memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap kreatif, sabar, mandiri, tekun, terbuka, tangguh, ulet, dan percaya diri dalam pemecahan masalah (disposisi matematis).

c. Karakteristik

Mata pelajaran Matematika diorganisasikan dalam lingkup lima elemen konten dan lima elemen proses. Sedangkan pada mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut diorganisasikan dalam lingkup empat elemen konten dan lima elemen proses.

1. Elemen konten dalam mata pelajaran Matematika maupun Matematika Tingkat Lanjut terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai materi pembelajaran (*subject matter*) yang harus dipahami murid. Pemahaman matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal. Elemen dan deskripsi elemen konten mata pelajaran Matematika adalah sebagai berikut.

Elemen	Deskripsi
Bilangan	Bidang kajian Bilangan membahas tentang angka sebagai simbol bilangan, konsep bilangan, operasi hitung bilangan, dan relasi antara berbagai operasi hitung bilangan dalam sub-elemen representasi visual, sifat urutan, dan operasi.
Aljabar	Bidang kajian Aljabar membahas tentang aljabar non-formal dalam bentuk simbol gambar sampai dengan aljabar formal dalam bentuk simbol huruf yang mewakili bilangan tertentu dalam sub-elemen persamaan dan pertidaksamaan, relasi dan pola bilangan, serta rasio dan proporsi.

Elemen	Deskripsi
Pengukuran	Bidang kajian Pengukuran membahas tentang besaran-besaran pengukuran, cara mengukur besaran tertentu, dan membuktikan prinsip atau teorema terkait besaran tertentu dalam sub-elemen pengukuran besaran geometris dan non-geometris.
Geometri	Bidang kajian Geometri membahas tentang berbagai bentuk bangun datar dan bangun ruang serta ciri-cirinya dalam sub-elemen geometri datar dan geometri ruang.
Analisis Data dan Peluang	Bidang kajian Analisis Data dan Peluang membahas tentang pengertian data, jenis-jenis data, pengolahan data dalam berbagai bentuk representasi, dan analisis data kuantitatif terkait pemusatan dan penyebaran data serta peluang munculnya suatu data atau kejadian tertentu dalam sub-elemen data dan representasinya, serta ketidakpastian dan peluang.

Elemen dan deskripsi elemen konten mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut adalah sebagai berikut.

Elemen	Deskripsi
Aljabar dan Fungsi	Bidang kajian Aljabar membahas tentang bentuk aljabar non-formal dalam bentuk simbol gambar sampai dengan aljabar formal dalam bentuk simbol huruf yang mewakili bilangan tertentu dalam sub-elemen persamaan dan pertidaksamaan, relasi dan pola bilangan, rasio dan proporsi, transformasi geometri, dan fungsi trigonometri.
Geometri	Bidang kajian Geometri membahas tentang berbagai bentuk bangun datar dan bangun ruang, vektor, serta ciri-cirinya dalam sub-elemen geometri datar dan geometri ruang.
Analisis Data dan Peluang	Bidang kajian Analisis Data dan Peluang membahas tentang pengertian data, jenis-jenis data, pengolahan data dalam berbagai bentuk representasi, dan analisis data kuantitatif terkait pemusatan dan penyebaran data serta peluang munculnya suatu data atau kejadian tertentu dalam sub-elemen data dan representasinya, serta membahas variabel acak diskrit (distribusi binomial) dan fungsi peluang (distribusi normal).
Kalkulus	Bidang kajian Kalkulus membahas tentang laju perubahan sesaat dari suatu fungsi kontinu, dan mencakup topik limit, diferensial, dan integral, serta penggunaannya.

2. Elemen proses dalam mata pelajaran Matematika maupun Matematika Tingkat Lanjut, terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai alat konseptual untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi materi pembelajaran matematika berupa aktivitas mental yang membentuk alur berpikir dan alur pemahaman yang dapat mengembangkan kecakapan matematika berikut.

Elemen	Deskripsi
Penalaran dan Pembuktian Matematis	Penalaran terkait dengan proses penggunaan pola hubungan dalam menganalisis situasi untuk menyusun serta menyelidiki praduga. Pembuktian matematis terkait proses membuktikan kebenaran suatu prinsip, rumus, atau teorema tertentu.
Pemecahan Masalah Matematis	Pemecahan masalah matematis terkait dengan proses penyelesaian masalah matematis atau masalah sehari-hari dengan cara menerapkan dan mengadaptasi berbagai strategi yang efektif. Proses ini juga mencakup konstruksi dan rekonstruksi pemahaman matematika melalui pemecahan masalah.
Komunikasi	Komunikasi matematis terkait dengan pembentukan alur pemahaman materi pembelajaran matematika melalui cara mengomunikasikan pemikiran matematis menggunakan bahasa matematis yang tepat. Komunikasi matematis juga mencakup proses menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis orang lain.
Representasi Matematis	Representasi matematis terkait dengan proses membuat dan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau bentuk lain untuk mengomunikasikan gagasan dan pemodelan matematika. Proses ini juga mencakup fleksibilitas dalam mengubah dari satu bentuk representasi ke bentuk representasi lainnya, dan memilih representasi yang paling sesuai untuk memecahkan masalah.
Koneksi Matematis	Koneksi matematis terkait dengan proses mengaitkan antara materi pembelajaran matematika pada suatu bidang kajian, lintas bidang kajian, lintas bidang ilmu, dan dengan kehidupan.

d. Capaian Pembelajaran

Capaian Pembelajaran mata pelajaran Matematika dan mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut tiap fase adalah sebagai berikut.

Mata Pelajaran Matematika

1. Fase A (Umumnya untuk Kelas I dan II SD/MI/Program Paket A)

Pada akhir Fase A, murid memiliki kemampuan sebagai berikut.

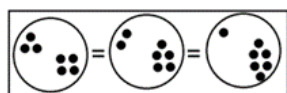
1.1 Bilangan

Menunjukkan pemahaman dan memiliki intuisi bilangan (*number sense*) pada bilangan cacah sampai 100; membaca, menulis, menentukan nilai tempat, membandingkan, mengurutkan, serta melakukan komposisi (menyusun) dan dekomposisi (mengurai) bilangan; melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan menggunakan benda-benda konkret yang banyaknya sampai 20; dan menunjukkan pemahaman pecahan sebagai bagian dari keseluruhan melalui konteks membagi sebuah benda atau kumpulan benda sama banyak (pecahan yang diperkenalkan adalah setengah dan seperempat).

1.2 Aljabar

Menunjukkan pemahaman makna simbol matematika “=” dalam suatu kalimat matematika yang terkait dengan penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 20 menggunakan gambar.

Contoh:



Murid dapat mengenali, meniru, dan melanjutkan pola bukan bilangan (misalnya, gambar, warna, bunyi/suara).

1.3 Pengukuran

Membandingkan panjang dan berat benda secara langsung, dan membandingkan durasi waktu; mengukur dan mengestimasi panjang dan berat benda menggunakan satuan tidak baku.

1.4 Geometri

Mengenal berbagai bangun datar (segitiga, segiempat, segi banyak, lingkaran) dan bangun ruang (balok, kubus, kerucut, dan bola); melakukan komposisi (penyusunan) dan dekomposisi (penguraian) suatu bangun datar (segitiga, segiempat, dan segi banyak); dan menentukan posisi benda terhadap benda lain (kanan, kiri, depan belakang, bawah, atas).

1.5 Analisis Data dan Peluang

Mengurutkan, menyortir, mengelompokkan, membandingkan, dan menyajikan data dari banyak benda dengan menggunakan turus dan piktogram paling banyak 4 kategori.

2. Fase B (Umumnya untuk Kelas III dan IV SD/MI/Program Paket A)

Pada akhir Fase B, murid memiliki kemampuan sebagai berikut.

2.1 Bilangan

Memiliki pemahaman dan intuisi bilangan (*number sense*) pada bilangan cacah sampai 10.000; membaca, menulis, membandingkan, dan mengurutkan bilangan; menentukan dan menggunakan nilai tempat; melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan cacah sampai 10.000. Murid dapat melakukan dan menyelesaikan masalah operasi bilangan penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 1.000; melakukan dan menyelesaikan masalah operasi perkalian dan pembagian bilangan cacah sampai 100 dengan bantuan benda konkret, gambar, dan simbol; mengenal kelipatan dan faktor. Murid dapat melakukan perbandingan dan pengurutan pecahan dengan pembilang satu dan antar pecahan dengan penyebut yang sama; mengenal dan dapat menerapkan pecahan senilai, memiliki intuisi pecahan dan desimal, serta dapat menentukan pecahan sebagai desimal dan persen.

2.2 Aljabar

Menemukan nilai yang tidak diketahui dalam kalimat matematika yang melibatkan penjumlahan dan pengurangan pada bilangan cacah sampai 100, dengan menggunakan sifat-sifat bilangan dan operasinya. Murid dapat mengidentifikasi, meniru, dan mengembangkan pola gambar atau objek sederhana dan pola bilangan membesar dan mengecil yang dapat melibatkan penjumlahan dan pengurangan pada bilangan cacah sampai 100.

2.3 Pengukuran

Mengukur panjang dan berat benda menggunakan satuan baku; menentukan hubungan antar-satuan baku panjang (cm, m) dan antar-satuan berat (g, kg); serta mengukur dan mengestimasi luas dan volume menggunakan satuan tidak baku dan satuan baku berupa bilangan cacah.

2.4 Geometri

Mendeskripsikan ciri berbagai bentuk bangun datar (segiempat, segitiga, segi banyak); menyusun (komposisi) dan mengurai (dekomposisi) berbagai bangun datar dengan lebih dari satu cara jika memungkinkan.

2.5 Analisis Data dan Peluang

Mengurutkan, membandingkan, menyajikan, menganalisis dan menginterpretasi data dalam bentuk tabel, diagram gambar, piktogram, dan diagram batang (skala satu satuan).

3. Fase C (Umumnya untuk Kelas V dan VI SD/MI/Program Paket A)

Pada akhir Fase C, murid memiliki kemampuan sebagai berikut.

3.1 Bilangan

Menunjukkan pemahaman dan intuisi bilangan (*number sense*) pada bilangan cacah sampai 1.000.000; membaca, menulis, menentukan nilai tempat, membandingkan, mengurutkan, melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan; menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan uang; melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan cacah sampai 100.000; serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan KPK dan FPB. Murid dapat membandingkan dan mengurutkan berbagai pecahan termasuk pecahan campuran, melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan, serta melakukan operasi perkalian dan pembagian pecahan dengan bilangan asli; mengubah pecahan menjadi berbagai bentuk pecahan lain, serta membandingkan dan mengurutkan bilangan desimal (satu angka di belakang koma).

3.2 Aljabar

Menemukan nilai yang belum diketahui dalam kalimat matematika yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah sampai 1000 dengan menggunakan sifat-sifat bilangan dan operasinya. Murid dapat mengidentifikasi, meniru, dan mengembangkan pola bilangan membesar dan mengecil yang melibatkan perkalian dan pembagian; bernalar secara proporsional untuk menyelesaikan masalah sehari-hari dengan rasio satuan; menggunakan operasi perkalian dan pembagian dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yang terkait dengan proporsi.

3.3 Pengukuran

Menentukan keliling dan luas berbagai bentuk bangun datar (segitiga, segiempat, dan segi banyak) serta gabungannya; menghitung durasi waktu dan mengukur besar sudut pada bangun datar atau yang dibentuk dari dua garis berpotongan.

3.4 Geometri

Mengkonstruksi dan mengurai bangun ruang (kubus, balok, dan gabungannya) dan mengenali visualisasi spasial (bagian depan, atas, dan samping); membandingkan karakteristik antar bangun datar dan antar bangun ruang; serta menentukan lokasi pada peta yang menggunakan sistem berpetak.

3.5 Analisis Data dan Peluang

Mengurutkan, membandingkan, menyajikan, dan menganalisis data banyak benda dan data hasil pengukuran dalam bentuk gambar, piktogram, diagram batang, dan tabel frekuensi untuk mendapatkan informasi; menentukan kejadian dengan kemungkinan yang lebih besar atau lebih kecil dalam suatu percobaan acak.

4. Fase D (Umumnya untuk Kelas VII, VIII dan IX SMP/MTs/Program Paket B)

Pada akhir Fase D, murid memiliki kemampuan sebagai berikut

4.1 Bilangan

Membaca, menulis, dan membandingkan bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah; menerapkan operasi aritmatika pada bilangan real, dan memberikan estimasi/perkiraan dalam menyelesaikan masalah (termasuk berkaitan dengan literasi finansial). Murid dapat menggunakan rasio (skala, proporsi, dan laju perubahan) dalam penyelesaian masalah.

4.2 Aljabar

Mengenali, memprediksi dan menggeneralisasi pola dalam bentuk susunan benda dan bilangan; Menyatakan suatu situasi ke dalam bentuk aljabar; menggunakan sifat-sifat operasi (komutatif, asosiatif, dan distributif) untuk menghasilkan bentuk aljabar yang ekuivalen. Murid dapat memahami relasi dan fungsi (domain, kodomain, range) serta menyajikannya dalam bentuk diagram panah, tabel, himpunan pasangan berurutan, dan grafik; membedakan beberapa fungsi non linear dari fungsi linear secara grafik; menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel; menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan relasi, fungsi dan persamaan linear; serta menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel melalui beberapa cara untuk penyelesaian masalah.

4.3 Pengukuran

Menentukan keliling, luas, panjang busur, sudut dan luas juring lingkaran, serta menyelesaikan masalah yang terkait; menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas, dan kerucut) dan menyelesaikan masalah yang terkait; dan menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, besar sudut, luas, dan/atau volume.

4.4 Geometri

Membuat jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas, dan kerucut) dan membuat bangun ruang dari jaring-jaringnya. Murid dapat menggunakan hubungan antar-sudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan, dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal untuk menyelesaikan masalah (termasuk menentukan jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga, menentukan besar sudut yang belum diketahui pada sebuah segitiga); menjelaskan sifat-sifat kekongruenan dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat, dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah; menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah (termasuk pengenalan bilangan irasional dan jarak antara dua titik pada bidang koordinat Kartesius). Murid dapat melakukan transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) titik, garis, dan bangun datar pada bidang koordinat Kartesius dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

4.5 Analisis Data dan Peluang

Merumuskan pertanyaan, mengumpulkan, menyajikan, dan menganalisis data untuk menjawab pertanyaan dari situasi atau masalah; menggunakan diagram batang dan diagram lingkaran untuk menyajikan dan menginterpretasi data; mengambil sampel yang mewakili suatu populasi untuk mendapatkan data yang terkait dengan diri dan lingkungan mereka; menentukan dan menafsirkan rerata (*mean*), median, modus, dan jangkauan (*range*) dari data tersebut untuk menyelesaikan masalah (termasuk membandingkan suatu data terhadap kelompoknya, membandingkan dua kelompok data, memprediksi, membuat keputusan); menyelidiki kemungkinan adanya perubahan pengukuran pusat tersebut akibat perubahan data. Murid dapat menjelaskan dan menggunakan pengertian peluang dan frekuensi relatif untuk menentukan frekuensi harapan satu kejadian pada suatu percobaan sederhana (semua hasil percobaan dapat muncul secara merata).

5. Fase E (Umumnya untuk Kelas X SMA/MA/SMK/MAK/Program Paket C)

Pada akhir Fase E, murid memiliki kemampuan sebagai berikut

5.1 Bilangan

Menggeneralisasi sifat-sifat bilangan berpangkat (termasuk bilangan pangkat pecahan), dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

5.2 Aljabar dan Fungsi

Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan linear dua variabel; menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat (termasuk akar imajiner), serta persamaan eksponensial (berbasis/ bilangan pokok sama) dan fungsi eksponensial.

5.3 Geometri

Mengaplikasikan perbandingan trigonometri (sinus, cosinus, tangen) dari sudut lancip.

5.4 Analisis Data dan Peluang

Merepresentasikan dan menginterpretasi data dengan cara menentukan jangkauan kuartil dan interkuartil; membuat dan menginterpretasi diagram *box plot* dan menggunakannya untuk membandingkan himpunan data; menentukan dan menggunakan dari *box plot*, histogram dan *dot plot* sesuai dengan natur (karakteristik) data dan kebutuhan; menggunakan diagram pencar untuk menyelidiki dan menjelaskan hubungan antara dua variabel numerik/kuantitatif (termasuk salah satunya variabel bebas berupa waktu); serta mengevaluasi laporan statistika di media berdasarkan tampilan, statistika dan representasi data, termasuk yang disajikan dalam bentuk matriks.

6. Fase F (Umumnya untuk Kelas XI dan XII SMA/MA/SMK/MAK/Program Paket C)

Pada akhir Fase F, murid memiliki kemampuan sebagai berikut

6.1 Bilangan

Menjelaskan barisan dan deret (aritmetika dan geometri), menerapkannya pada beragam masalah terutama masalah bunga tunggal dan majemuk, memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas, serta menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut.

6.2 Aljabar dan Fungsi

Menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

6.3 Geometri

Menerapkan, mengidentifikasi dan menjelaskan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.

6.4 Analisis Data dan Peluang

Melakukan proses penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif); memperkirakan model linear terbaik (*best fit linear*) pada data numerikal (kuantitatif); membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat; menjelaskan peluang dan menentukan frekuensi harapan dari kejadian majemuk; menyelidiki konsep dari kejadian saling bebas dan saling lepas, dan menentukan peluangnya; serta memahami konsep peluang bersyarat dan kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.

Mata Pelajaran Matematika Tingkat Lanjut

Fase F (Umumnya untuk Kelas XI dan XII SMA/MA/Program Paket C)

Pada akhir Fase F, murid memiliki kemampuan sebagai berikut.

1. Aljabar dan Fungsi

Melakukan operasi aritmetika pada polinomial (suku banyak), menentukan faktor polinomial, dan menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah; melakukan operasi aljabar pada matriks dan menerapkannya dalam transformasi geometri; menyatakan fungsi trigonometri menggunakan lingkaran satuan, memodelkan fenomena periodik dengan fungsi trigonometri, dan membuktikan serta menerapkan identitas trigonometri dan aturan cosinus dan sinus; mengenal berbagai fungsi (termasuk fungsi rasional, fungsi akar, fungsi eksponensial, fungsi logaritma, fungsi nilai mutlak, fungsi tangga dan fungsi *piecewise*) dan menggunakannya untuk memodelkan berbagai fenomena.

2. Geometri

Menyatakan vektor pada bidang datar, dan melakukan operasi aljabar pada vektor; melakukan pembuktian geometris menggunakan vektor; serta menyatakan sifat-sifat geometri dari persamaan lingkaran, elips dan persamaan garis singgung.

3. Analisis Data dan Peluang

Memahami variabel acak diskrit (distribusi binomial) dan fungsi peluang (distribusi normal), dan menggunakannya dalam memodelkan data; menginterpretasi parameter distribusi data secara statistik, menghitung nilai harapan distribusi binomial dan normal, dan menggunakannya dalam penyelesaian masalah.

4. Kalkulus

Memahami laju perubahan dan laju perubahan rata-rata, serta laju perubahan sesaat sebagai konsep kunci derivatif (turunan), baik secara geometris maupun aljabar; menentukan turunan dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan menerapkan derivatif untuk membuat sketsa kurva, menghitung gradien dan menentukan persamaan garis singgung, menentukan kecepatan sesaat dan menyelesaikan soal optimasi; memahami integral, baik sebagai proses yang merupakan kebalikan dari derivatif dan juga sebagai cara menghitung luas; serta memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif dan integral.

Pemetaan Materi Esensial



Pemetaan Materi Esensial

Kompetensi dan materi esensial mata pelajaran Matematika dan mata pelajaran Matematika Tingkat Lanjut pada tiap fase disajikan dalam peta materi berikut.

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
Bilangan	Pemahaman Intuisi bilangan cacah sampai 100	Perluasan intuisi bilangan (<i>number sense</i>) pada bilangan cacah sampai 10.000	Perluasan intuisi bilangan (<i>number sense</i>) pada bilangan cacah sampai 1.000.000	Pemahaman konsep dan penerapan operasi hitung bilangan bulat termasuk literasi finansial			
	Membaca, menulis bilangan cacah sampai 100	Membaca dan menulis bilangan sampai 10.000	Penentuan nilai tempat sampai 1.000.000	Pemahaman konsep dan penerapan operasi hitung bilangan rasional	Penerapan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat	Pemahaman konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri); penerapan dan pemodelan barisan dan deret (aritmetika dan geometri) pada pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas.	
	Menentukan nilai tempat bilangan sampai 100	Membandingkan dan mengurutkan bilangan sampai 10.000	Operasi bilangan cacah sampai 100.000				

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
	Membandingkan dan mengurutkan bilangan sampai 100	Menentukan dan menggunakan nilai tempat bilangan sampai 10.000 Melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan sampai 10.000	Perbandingan dan urutan pecahan, termasuk pecahan campuran,	Pemahaman konsep bilangan berpangkat bulat, bilangan bentuk akar, dan bilangan dalam notasi ilmiah			
	Komposisi dan dekomposisi bilangan sampai 100	Melakukan dan menyelesaikan masalah operasi bilangan penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 1.000.	Penjumlahan dan pengurangan pecahan	Pemahaman konsep rasio meliputi skala, proporsi dan laju perubahan			
	Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 20 menggunakan benda konkret	Melakukan dan menyelesaikan masalah operasi perkalian dan pembagian bilangan cacah sampai 100 dengan benda konkret, gambar dan simbol.	Perkalian dan pembagian pecahan dengan bilangan asli.				

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
	Memahami pecahan sebagai bagian dari keseluruhan dengan konteks pembagian sama banyak. (pecahan setengah dan seperempat)	Pengenalan kelipatan dan faktor.	Mengubah pecahan menjadi berbagai bentuk pecahan lainnya, membandingkan dan mengurutkan pecahan desimal (satu angka dibelakang koma).				
		Perbandingan dan pengurutan pecahan dengan pembilang satu, pecahan dengan penyebut yang sama, pengenalan dan penerapan pecahan senilai,	Kelipatan, faktor bilangan, kelipatan persekutuan terkecil (KPK), dan faktor persekutuan terbesar (FPB)				
		Intuisi pecahan dan desimal, penentuan pecahan sebagai desimal dan persen.					

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
Aljabar dan Fungsi	Pemahaman makna simbol matematika "=" sebagai penunjukkan kesamaan nilai	Penentuan nilai yang belum diketahui dalam kalimat matematika	Kalimat matematika yang berkaitan penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian bilangan cacah sampai 1000	Prediksi pola susunan benda dan bilangan (Generalisasi Pola)	Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Sistem pertidaksamaan linear dua variabel	Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan fungsi invers, komposisi fungsi dan transformasi fungsi	Operasi aritmatika Polinomial, Faktor Polinomial, Identitas Polinomial
	Mengenali, meniru pola dan melanjutkan pola bukan bilangan (gambar, suara, warna)	Pola gambar atau objek dan pola bilangan membesar dan mengecil dengan penjumlahan dan pengurangan	Pola bilangan membesar dan mengecil yang berkaitan dengan perkalian dan pembagian.	Pengenalan unsur-unsur, sifat-sifat, dan penerapan operasi aljabar	Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat serta persamaan eksponensial dan fungsi eksponensial.		
			Penyelesaian masalah rasio dan proporsi.	Pemahaman konsep dan penyajian relasi dan fungsi			Operasi aljabar pada matriks dan transformasi geometri
				Pemahaman konsep, perbedaan dan penyajian grafik fungsi linear dan non linear			Fenomena periodik fungsi trigonometri

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
				Pemahaman konsep dan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel			Pembuktian Identitas trigonometri dan penerapannya
				Pemahaman konsep dan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel			Penerapan aturan cosinus dan sinus
							Pengenalan fungsi selain fungsi linear dan fungsi kuadrat dan sifatnya
Pengukuran	Pengukuran panjang, berat, dan waktu (satuan tak baku)	Pengukuran panjang dan berat (satuan baku)	Keliling dan luas bangun datar dan gabungan bangun datar.	Penentuan keliling, luas, panjang busur, sudut, dan luas juring lingkaran			

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
		Hubungan antar satuan panjang dan berat benda	Penghitungan durasi waktu	Penentuan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas, dan kerucut), serta analisis pengaruh perubahan proporsional pada bangun datar dan bangun ruang terhadap panjang, besar sudut, luas, dan volume.			
		Pengukuran luas dan volume dengan satuan baku dan tak baku	Pengukuran sudut				

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
Geometri	Pengenalan bangun datar dan bangun ruang	Pendeskrripsian ciri berbagai bentuk bangun datar segiempat, segitiga, segi banyak)	Komposisi, dekomposisi bangun datar.	Pembuatan jaring–Jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut)	Perbandingan trigonometri pada segitiga siku–siku dan aplikasinya	Identifikasi hubungan antara unsur–unsur lingkaran	Pembuktian geometris pada vektor bidang datar, dan operasi aljabar pada vektor
		Penyusunan (komposisi) dan Penguraian (dekomposisi) berbagai bangun datar dengan lebih dari satu cara jika memungkinkan	Visualisasi spasial dari bangun datar dan gabungan bangun datar.	Hubungan antar–sudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan, dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal			
	Komposisi dan dekomposisi bangun datar		Sifat bangun datar dan bangun ruang serta hubungannya	Pemahaman konsep, penentuan sifat–sifat kekongruenan dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat			Penyelesaian persamaan Lingkaran, Elips dan persamaan garis singgung
	Posisi benda terhadap benda lain.		Lokasi objek pada peta berpetak	Pemahaman konsep, pembuktian, dan penerapan Teorema Pythagoras			

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
				Transformasi Geometri Tunggal (Translasi, Refleksi, Rotasi, dan Dilatasi)			
Analisis Data dan Peluang	pengurutan, penyortiran, Pengelompokkan, perbandingan, dan penyajian data.	Pengelolaan data dalam tabel, diagram gambar, piktogram, dan diagram batang	pengurutan, penyajian, dan analisis data banyak benda dan data hasil pengukuran	Penyajian data dengan diagram batang, dan diagram lingkaran	Himpunan data berdasarkan distribusi data (Dot plot, Box plot)	Penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel, hubungan asosiasi dan sebab-akibat, best-fit line	
			Penentuan peluang kejadian dalam percobaan acak	Penentuan sampel dan populasi	Penggunaan diagram pencar pada data numerik		
				Penentuan mean, median, modus, dan jangkauan	Evaluasi laporan berbasis statistika.		
				Penghitungan peluang (nilai peluang, peluang empiris, dan frekuensi harapan)		Penentuan frekuensi harapan dan penyelesaian peluang majemuk menggunakan konsep permutasi dan kombinasi	Evaluasi hasil keputusan menggunakan distribusi peluang (binomial, dan normal)

Elemen	Fase A	Fase B	Fase C	Fase D	Fase E	Fase F	Fase F+
Kalkulus							Penerapan konsep dasar Limit, Turunan dan Integral pada masalah matematis dan kontekstual

Catatan: Apabila murid belum mempelajari materi (karena adanya pergeseran materi esensial pada CP) atau belum menguasainya sebagai prasyarat kompetensi atau konteks yang harus dikuasai sebelum mempelajari materi esensial tertentu, maka pendidik wajib memberikan materi prasyarat tersebut sebagai bagian dari rancangan pembelajaran. Pendidik dapat melakukan asesmen awal tentang materi prasyarat atau konteks dari materi dalam bentuk diskusi, tugas, kuis pendek atau bentuk lainnya untuk memastikan kesiapan murid dalam mengikuti proses pembelajaran.

1

Fase A (Kelas I dan II SD/MI/Program Paket A)**Elemen Bilangan**

Bahasan bilangan mencakup angka sebagai simbol bilangan, pemahaman konsep bilangan, berbagai operasi hitung, serta hubungan antar operasi hitung yang melibatkan representasi visual, urutan, dan operasinya. Pada Fase A, cakupan dari elemen bilangan adalah intuisi bilangan sampai 100, menulis dan membaca bilangan, nilai tempat, komposisi dan dekomposisi, penjumlahan, pengurangan serta pengenalan konsep pecahan setengah dan seperempat.

- **Pemahaman Intuisi bilangan cacah sampai 100**

Kompetensi intuisi bilangan yang ingin dicapai pada murid adalah pemahaman yang fleksibel terhadap bilangan secara luas serta kemampuan melakukan penilaian terhadap besaran bilangan, komputasi secara mental, estimasi, dan perkiraan yang wajar atas hasil perhitungan (Hadi 2015).

Kompetensi intuisi bilangan membantu murid dalam memahami konsep bilangan secara utuh dan mendalam pada proses pemecahan masalah, membangun koneksi berbagai ide matematika, serta kaitannya dengan mata pelajaran lain. Intuisi bilangan juga mendukung perkembangan kognitif murid, seperti memperkuat logika berpikir, keterampilan dalam memecahkan masalah, mengenali pola, menganalisis hubungan antar konsep, memahami urutan, dan menerapkan penalaran dalam berbagai konteks. Keterampilan kognitif ini tidak hanya penting dalam matematika, tetapi juga bermanfaat dalam berbagai bidang lain, baik dalam konteks akademis maupun kehidupan sehari-hari.

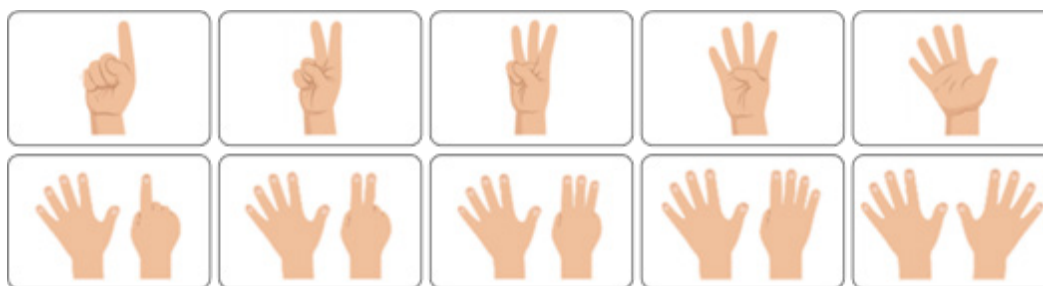
Intuisi bilangan diawali dengan memahami konsep bilangan yang dikaitkan dengan banyak/jumlah objek, urutan, dan membandingkan bilangan. Misalnya, bilangan 5 menunjukkan lima objek, bilangan dalam barisan memiliki urutan tertentu seperti 1 di posisi pertama, 2 di posisi kedua, hingga 5 di posisi kelima, serta 5 lebih dari 4 karena "5 objek lebih banyak dari 4 objek". Murid juga memahami bahwa simbol angka "5", kata "lima", dan "lima benda nyata" memiliki makna yang sama.

Dengan cara ini, murid belajar menghubungkan simbol angka dengan jumlah nyata dan posisinya dalam barisan bilangan. Pendidik perlu membimbing murid untuk memahami makna bilangan, bukan sekedar simbol. Murid diajak menyadari bahwa bilangan mewakili jumlah (besaran) dan posisi (urutan). Intuisi bilangan juga

memungkinkan murid menentukan secara cepat jumlah benda dalam kelompok kecil tanpa perlu menghitung satu per satu. Misalnya, saat melihat dua pasang murid duduk di meja, mereka bisa langsung mengetahui ada empat murid tanpa harus membilang.

Agar belajar bilangan lebih menggembirakan dalam membangun pemahaman, pendidik bisa menggunakan permainan dan aktivitas fisik. Contohnya, bermain “tebak jumlah” dengan menunjukkan sekilas kumpulan benda lalu meminta murid menyebutkan jumlahnya tanpa menghitung satu per satu, permainan “berdiri sesuai jumlah” atau “berbaris menurut urutan bilangan”. Suasana belajar yang seru dan bebas tekanan membuat murid lebih tertarik mengeksplorasi konsep bilangan secara alami.

Bentuk lainnya adalah “membilang sambil menunjukkan jumlah jari yang sesuai” serta diiringi dengan lagu-lagu yang relevan dengan bilangan.



Pembelajaran pada awal Fase A ini harus mengikuti tahap perkembangan anak dengan banyak melibatkan permainan, manipulasi benda-benda konkret, gambar, dan secara bertahap menuju hal-hal yang semakin abstrak. Murid difasilitasi melakukan kegiatan konkret, mengelompokkan, menggabung dan mengurai benda-benda, menggambar, dan menceritakan proses kerjanya baru kemudian menuliskan simbol bilangan.

- **Membaca, menulis bilangan cacah sampai 100**

Membaca bilangan berarti mengenali dan menyebutkan simbol angka (misalnya “24” dibaca “dua puluh empat”), sedangkan menulis bilangan berarti mengekspresikan ide numerik tersebut dalam bentuk simbol angka atau kata-kata. Materi ini tidak hanya ditujukan untuk membantu murid mengenali dan menuliskan bilangan, tetapi juga untuk membangun pemahaman tentang nilai tempat, relasi antar bilangan, serta penerapannya dalam konteks kehidupan sehari-hari. Kemampuan ini merupakan prasyarat bagi murid agar mampu berkomunikasi melalui simbol dan istilah matematis serta dalam memahami konsep matematika maupun bidang ilmu yang lain.

Pembelajaran perlu disesuaikan dengan tahap perkembangan kognitif anak. Salah satu strategi yang efektif adalah pendekatan Konkret–Gambar–Abstrak (KGA). Murid belajar bilangan dengan menggunakan benda konkret/nyata seperti kancing, stik es krim, atau balok hitung. Ini membantu mereka memahami konsep jumlah secara langsung. Selanjutnya, murid mulai menghubungkan benda nyata dengan gambar, misalnya menggambar jumlah benda yang sama atau membuat turus sesuai banyaknya objek, hingga akhirnya murid mencapai tahap abstrak menuliskan bilangan dalam bentuk simbol angka.

Pendekatan ini juga memberikan pengalaman belajar yang bermakna. Kegiatan kontekstual seperti menghitung dan mencatat banyaknya anak di kelas, tanggal hari ini, atau banyaknya buku dalam tas membuat pembelajaran lebih dekat dengan kehidupan nyata. Murid dapat difasilitasi lembar kerja, buku gambar atau buku tulis, serta menggambar dan menuliskan sendiri simbol angka atau kata bilangan dari banyaknya benda konkret yang ditunjukkan.

Tahapan konkret gambar abstrak:

Tahapan	Contoh yang dilakukan murid
Konkret	Meletakkan stik es krim ke dalam sepuluh wadah. Wadah pertama berisi satu stik es krim, wadah kedua berisi dua stik es krim, sampai wadah ke-10 berisi sepuluh stik es krim.
Gambar	Menggambar sepuluh wadah dan isinya. Gambar pertama wadah pertama berisi 1 stik es krim, wadah kedua bergambar 2 stik es krim dan seterusnya sampai gambar ke sepuluh berisi 10 stik es krim.
Abstrak	Menuliskan angka 1 – 10 pada setiap gambar wadah

Kegiatan menggambar dan interaktif lain seperti permainan kartu angka, papan angka, menulis angka di udara, hingga permainan lompat bilangan sekaligus mendorong keterlibatan aktif murid.

Pendidik perlu mencermati beberapa kesalahan dasar yang sering dilakukan murid misalnya 42 dibaca “empat dua”, yang mana seharusnya “empat puluh dua,” atau menulis angka 13 (maksudnya tiga belas) ditulis menjadi 31, yang menunjukkan murid belum memahami konsep nilai tempat. Ini bisa terjadi karena kata yang muncul terlebih dahulu adalah “tiga,” pada kata “tiga belas”.

Pengenalan konsep puluhan dan satuan saat pembelajaran bilangan mencapai belasan. Misalnya, murid mengumpulkan 10 kancing kemudian menambahkan 1

kancing lagi, maka bilangan itu disebut sebagai “sepuluh satu” untuk bilangan 11 atau disebut “sebelas”, kemudian mengenalkan “sepuluh dua” untuk 12 atau disebut “dua belas”, dan seterusnya sampai “sepuluh sembilan” untuk 19 atau disebut “sembilan belas”. Kemudian masuk ke “dua puluh” dan seterusnya konsisten dengan puluhan dan satuan.

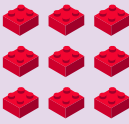
“Bahasa yang digunakan pendidik harus konsisten dan jelas, misalnya menyebut “tiga puluh dua” bermakna “3 puluhan dan 2 satuan”, agar makna simbol bilangan dapat dipahami secara tepat dan tidak sekadar hafalan. Pendidik dianjurkan untuk terus melakukan penilaian formatif melalui observasi, tanya jawab, dan aktivitas terbuka. Pertanyaan seperti “Bagaimana kamu tahu itu tiga puluh lima?” agar murid menyampaikan idenya tentang bilangan sehingga pendidik memperoleh gambaran autentik tentang pemahamannya dan ditindaklanjuti dengan penanganan yang sesuai dengan kondisi murid.

- **Menentukan nilai tempat bilangan sampai 100**

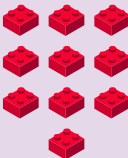
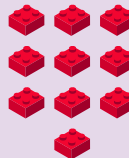
Nilai tempat adalah posisi angka dalam suatu bilangan yang menentukan besar nilainya. Dalam sistem desimal atau sistem bilangan berbasis 10, setiap digit atau angka memiliki nilai berdasarkan tempatnya (satuan, puluhan, ratusan, dan seterusnya). Misalnya, bilangan 42, angka 4 menempati posisi puluhan dan nilainya 40, sementara 2 menempati posisi satuan dan bernilai 2. Pemahaman yang baik tentang nilai tempat akan membantu memahami bilangan dan operasi hitung seperti penjumlahan dan pengurangan, agar anak tidak cenderung menghafal urutan angka tanpa mengerti arti dari tiap digit dengan benar.

Penggunaan tabel nilai tempat dipadu dengan benda konkret akan sangat membantu memahami nilai tempat. Murid perlu diajak berdiskusi bahwa angka yang ada untuk merepresentasikan banyaknya objek itu terdiri dari 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Bagaimana menyatakan bilangan untuk banyak objek berjumlah sepuluh atau lebih? Diskusi ini untuk merangsang daya pikir murid sehingga konsep nilai tempat akan benar-benar bermakna.

Pembelajaran pada awal Fase A ini harus mengikuti tahap perkembangan anak

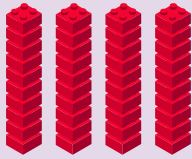
Puluhan	Satuan
	
	9

Pada tabel nilai tempat di atas, ada 9 objek di posisi satuan dan 1 objek di luar tabel. Kemudian objek yang satu dimasukkan ke dalam tabel seperti di bawah, apa artinya? Apa makna tulisan “Puluhan” dan “Satuan” di tabel itu?

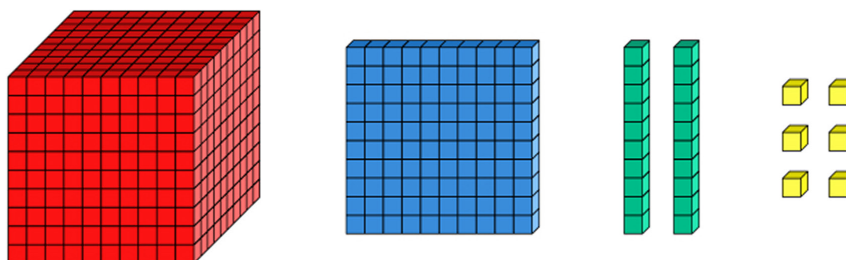
Puluhan	Satuan	Puluhan	Satuan	Puluhan	Satuan
					
	?		10	1	0

Apa arti dari ketiga penempatan objek tersebut? Bolehkah dilakukan? Apa arti angka 1 pada posisi puluhan itu? Apa arti angka 0? Tanya jawab ini akan merangsang murid untuk menyampaikan ide-ide tentang nilai tempat bilangan dan representasinya. Penting bagi pendidik untuk menggunakan bahasa yang konsisten dan bermakna. Istilah seperti “puluhan” sebagai kelompok sepuluh benda, sedangkan “satuan” merupakan sisa dari kelompok tersebut. Hal ini untuk mengaitkan simbol angka dengan jumlah konkret yang dipahami murid.

Selanjutnya, mendiskusikan mengapa misalnya 14 dan 41 itu bilangan yang berbeda. Murid diminta membuat gambar atau visualisasi dan menjelaskan bahwa 14 terdiri dari 1 puluhan dan empat satuan, sementara 41 terdiri atas 4 puluhan dan 1 satuan. Bilangan 14 bisa dinyatakan dengan 14 satuan dan 41 dinyatakan sebagai 41 satuan.

Puluhan  10 balok disusun 1 puluhan	Satuan  4 balok 4 satuan	Puluhan  4 set balok puluhan	Satuan  1 balok satuan
Puluhan 1	Satuan 4	Puluhan 4	Satuan 1
1 puluhan dan 4 satuan = 14		4 puluhan dan 1 satuan = 41	

Dengan memperhatikan nilai tempatnya maka dapat dinyatakan bahwa nilai 14 lebih kecil daripada nilai 41 dan jika keduanya direpresentasikan dengan balok satuan maka jelas bahwa banyaknya balok satuan 14 lebih sedikit dari balok satuan 41. Pendekatan belajar lainnya adalah menggunakan alat manipulatif seperti balok dienes atau mengikat stik es krim.



Gambar 2. Ilustrasi balok dienes

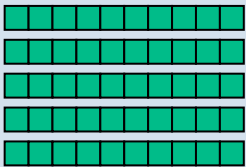
Pengalaman belajar dapat diperkaya juga dengan bermain peran dalam jual beli menggunakan uang mainan untuk menjelaskan nilai puluhan dan satuan dalam konteks kehidupan sehari-hari untuk menambah dimensi kontekstual dalam pemahaman murid. Kegiatan-kegiatan ini menjadikan pembelajaran lebih hidup serta menumbuhkan kesadaran murid terhadap makna bilangan.

Asesmen formatif yang kontinu diperlukan dalam memantau perkembangan pemahaman murid seperti observasi terhadap cara berpikir murid dalam menggabung dan mengurai bilangan, serta dialog reflektif dari proses berpikir murid secara sadar dan bermakna, seperti contoh berikut.

Pendidik : "Ceritakan bagaimana nilai tempat pada bilangan '53'."

Murid : "5 ini adalah lima puluh, atau lima puluhan, dan 3 ini adalah 3 satuan."

Murid menunjukkan dengan alat peraga:

Puluhan	Satuan
	
5	3

53

Murid : "Jadi itu 'Lima puluh tiga, puluhan ada lima dan satuan ada tiga'."

- **Membandingkan dan mengurutkan bilangan sampai 100**

Materi membandingkan dan mengurutkan bilangan merupakan fondasi penting dalam mengenal bilangan sebagai angka secara simbolik serta membangun pengertian tentang besaran dan relasi antara bilangan. Murid belajar bahwa setiap bilangan punya posisi dan menunjukkan jumlah atau nilai tertentu yang bisa lebih kecil, lebih besar, atau sama dengan bilangan lainnya. Ini penting untuk mendukung keterampilan bermatematika lanjutan seperti penjumlahan, pengurangan, estimasi, hingga pemahaman pecahan dan desimal.

Manfaat dari materi ini sangat luas, baik dalam konteks akademik maupun kehidupan sehari-hari misalnya dalam membuat keputusan berdasarkan besaran bilangan, membandingkan ukuran atau berat benda, membaca data dalam grafik dan tabel, serta menumbuhkan keterampilan berpikir kritis dan logis dalam menganalisis dan mempertimbangkan posisi relatif antar bilangan. Berikut adalah beberapa kegiatan yang dapat dilakukan:

- **Permainan Kartu Angka.** Gunakan kartu angka 1–100. Murid mengambil dua kartu secara acak dan menentukan bilangan mana yang lebih besar atau lebih kecil. Bisa dikembangkan menjadi permainan "Perang Angka" seperti kartu remi—bilangan tertinggi menang.
- **Bermain Lompat Bilangan.** Buat garis bilangan besar di lantai kelas. Minta murid berdiri di angka tertentu, lalu berpindah ke angka yang lebih besar atau lebih kecil. Gunakan perintah seperti, "Lompat ke bilangan yang lebih besar dari 46 tetapi lebih kecil dari 50."

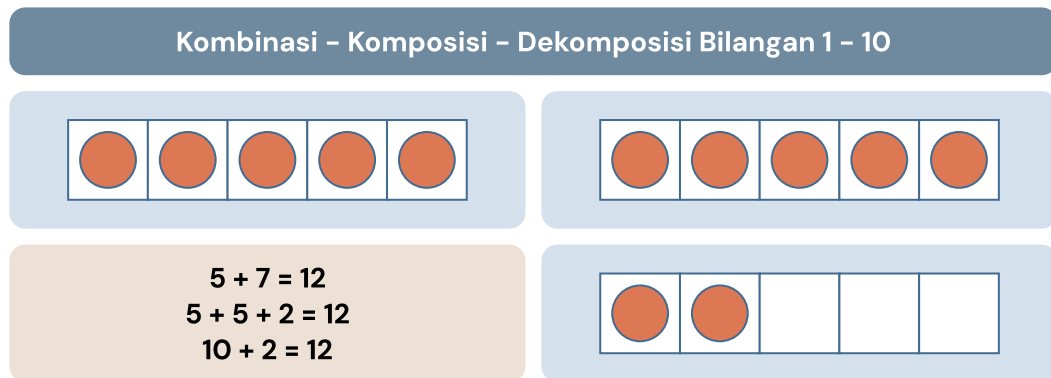
- **Pazel Urutan Angka.** Siapkan potongan angka acak (misalnya 35, 41, 39, 37) dan minta murid menyusunnya dalam urutan menaik atau menurun. Kegiatan ini bisa dilakukan secara berkelompok.
- **Bermain “Tebak Angka Saya.”** Pendidik menyebutkan petunjuk: “Bilangan saya lebih besar dari 20 tapi lebih kecil dari 30.” murid menebak dan menjelaskan alasannya.
- **Cerita Bilangan.** Pendidik menceritakan situasi sehari-hari: “Siti punya 46 kelereng, Ali punya 53. Siapa yang punya lebih banyak?” Lalu diskusikan.
- **Menggunakan Alat Peraga Digital.** Gunakan aplikasi atau aplikasi digital interaktif yang memungkinkan murid mengklik dan menyeret angka untuk diurutkan atau dibandingkan secara visual.

Asesmen formatif perlu dilakukan melalui mengamati kegiatan murid, mengajukan pertanyaan reflektif seperti: “Mengapa angka ini lebih besar?” “Bagaimana kamu tahu angka itu lebih besar?” “Apa yang membuat angka ini lebih kecil?” serta mencatat strategi atau kesalahan yang muncul. Murid juga dapat diminta menjelaskan pemahaman konsep yang telah dipelajari secara lisan. Pendidik dapat segera memberikan perlakuan yang sesuai jika ditemukan hal-hal perlu mendapatkan perhatian lebih. Pendidik dapat menggunakan rubrik sederhana yang menilai kemampuan membandingkan, mengurutkan, dan menjelaskan alasan, merekam kemajuan setiap murid, melibatkan murid dalam proses asesmen agar mereka lebih sadar atas proses belajarnya

- **Komposisi dan Dekomposisi Bilangan Sampai 100**

Komposisi bilangan adalah proses menggabungkan dua atau lebih bilangan untuk membentuk bilangan yang lebih besar, namun tetap memiliki makna yang sama. Contohnya, 2 dan 3 digabung menjadi 5, atau 1, 3, dan 4 digabung menjadi 8. Dekomposisi bilangan adalah proses menguraikan suatu bilangan menjadi beberapa bilangan, misalnya 7 diurai menjadi 2 dan 5, atau 1, 2, dan 4.

Komposisi dan dekomposisi, atau gabung dan urai, membantu menguatkan intuisi bilangan, pemahaman nilai tempat, keterampilan operasi, dan kemampuan berhitung mental. Pendidik perlu membimbing murid bahwa setiap bilangan saling berkaitan. Dengan bantuan bingkai-5 dan bingkai-10, murid dapat melihat bilangan sebagai angka maupun kumpulan bagian yang bisa digabung atau diurai. Misalnya, 7 bisa berasal dari 2 dan 5, atau 3 dan 4; sedangkan 12 bisa dari 5 dan 7, 5, 5 dan 2, atau kombinasi lainnya. Pembelajaran ini menjadi dasar untuk memahami operasi hitung.



Gambar 3. Ilustrasi Bingkai 5 untuk merepresentasikan komposisi dan dekomposisi

Pembelajaran mendalam bisa dilakukan dengan kegiatan nyata yang relevan dan bermakna, seperti menggabungkan balok warna atau tutup botol menjadi jumlah tertentu, lalu menguraikannya ke dalam kelompok-kelompok kecil. Contohnya, membagi 7 buah duku ke dalam dua keranjang dengan cara berbeda untuk menunjukkan bahwa satu bilangan bisa diurai dengan berbagai cara. Murid jadi memahami tidak hanya fakta bilangan, tetapi juga relasi dan fleksibilitasnya.

Pendidik dapat juga menyediakan kegiatan eksplorasi komposisi dan dekomposisi menggunakan tabel nilai tempat secara fleksibel dengan mencoba berbagai cara menyusun representasi bilangan 2 digit secara visual.

Puluhan	Satuan	Puluhan	Satuan	Puluhan	Satuan
2	6	1	16	0	26
26		26		26	

Gambar 4. Representasi bilangan 26 menggunakan tabel nilai tempat untuk eksplorasi komposisi dan dekomposisi

Kegiatan melakukan komposisi-dekomposisi bilangan penting karena:

- Memantapkan pemahaman nilai tempat – digit mewakili “puluhan”, “satuan”, dan seterusnya, bukan sekadar urutan simbol.
- Menjadi dasar operasi hitung – menerapkan cara bersusun $38 + 17$ dengan mengurai 17 menjadi $10 + 7$ dan 38 menjadi $30 + 8$ sehingga diperoleh $10 + 7 + 30 + 8$ untuk mendapatkan 55.

- Mendorong fleksibilitas strategi pemecahan masalah – menghitung cepat $99 + 27$ dapat diurai menjadi $99 + 1 + 26 = 100 + 26 = 126$.
- Mendukung pemahaman pecahan & desimal – melihat $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$ atau 0,75 sebagai $0,5 + 0,25$ berawal dari kebiasaan memecah bilangan bulat.
- Membangun penalaran aljabar dini – konsep “jumlah atau nilai tetap meski bentuk berubah” adalah landasan persamaan misal $8 = 5 + 3 = 4 + 4$.

Komposisi dan dekomposisi bilangan mengkoneksikan pemahaman konkret tentang “berapa banyak” dengan keterampilan prosedural yang lebih abstrak dan membantu ide penyelesaian masalah secara intuitif yang penting dalam mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.

Asesmen komposisi dan dekomposisi bilangan harus memadukan pengamatan langsung, tugas tertulis, dan dialog reflektif untuk memastikan pencapaian kompetensi murid benar-benar bahwa suatu bilangan dapat diurai dan disusun kembali tanpa mengubah besarnya.

Tabel 1. Tabel contoh asesmen terhadap kompetensi komposisi dan dekomposisi

Teknik	Contoh tugas/pertanyaan	Apa yang diamati?
Observasi manipulatif	“Tunjukkan 46 dengan balok puluhan-satuan.”	Ketepatan mengelompokkan puluhan dan satuan
	“Sekarang ubah 46 menjadi $30 + 16$.”	Fleksibilitas mengubah bentuk tanpa mengubah jumlah
Dialog reflektif	“Mengapa 52 bisa juga ditulis sebagai $40 + 12$?”	Penjelasan lisan yang mengaitkan nilai tempat dengan jumlah tetap
Pertanyaan terbuka	Tuliskan dua cara berbeda menulis 37 sebagai penjumlahan dua bilangan.	Kemampuan menghasilkan lebih dari satu dekomposisi

- **Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 20 menggunakan benda konkret**

Penjumlahan dan pengurangan merupakan fondasi bagi konsep berhitung dan pemikiran matematis yang lebih kompleks dalam membantu murid menyelesaikan masalah sehari-hari, seperti menghitung mainan atau sisa kue, sekaligus memperkuat pemahaman tentang perubahan jumlah, hubungan antar bilangan, dan nilai tempat. Penguasaan materi ini juga memengaruhi kesiapan belajar konsep lanjutan seperti

perkalian, pembagian, pecahan, dan pengukuran, serta mendorong strategi berpikir fleksibel, seperti mengurai bilangan atau menggunakan fakta dasar secara efisien. Pembelajaran penjumlahan dan pengurangan perlu dilakukan secara kontekstual, konkret, dan berkelanjutan agar pemahaman murid lebih mendalam dan bermakna.

Pemahaman penjumlahan dan pengurangan dapat dimulai dari kesadaran murid terhadap perubahan jumlah benda nyata yang mereka amati atau manipulasi secara langsung. Proses menggabungkan dan memisahkan benda, seperti menyatukan 5 butir kelengkeng dari satu piring dan 3 butir dari piring lain menjadi konteks konkret untuk membangun pengertian bahwa $5 + 3 = 8$ dan $3 + 5 = 8$. Pendidik mengarahkan murid bahwa urutan bilangan pada operasi penjumlahan tidak mengubah hasil.



Operasi pengurangan dikenalkan sebagai proses mengambil atau memisahkan, seperti saat 8 butir kelengkeng diambil/dipindahkan 5, menghasilkan 3, yaitu $8 - 5 = 3$. Pendidik juga menekankan keterhubungan antara operasi penjumlahan dan pengurangan agar murid mulai memahami relasi antar bilangan secara sadar dan reflektif. Misalnya, $2 + 3 = 5$, maka $5 - 2 = 3$ dan $5 - 3 = 2$.



Gambar 5. Ilustrasi visual Representasi Penjumlahan dan Pengurangan dengan Konsep Komposisi dan Dekomposisi

Penguatan dilakukan melalui representasi visual dan manipulatif yang konkret dengan menggunakan benda nyata yang dapat dipindahkan (misalnya kancing, balok, atau biji-bijian) untuk memodelkan situasi penambahan atau pengurangan. Murid menggambarkan proses tersebut dalam bentuk sketsa atau diagram sebelum menuliskan kalimat matematisnya. Pendidik dapat memfasilitasi murid dengan ragam masalah berhitung seperti tabel berikut:

Gabung-Urai	Hasil Tidak Diketahui	Pengubah Tidak Diketahui	Awal Tidak Diketahui
Gabung	$4 + 3 = \dots$ Ahmad memiliki 4 manggis, dan Ahmad mendapatkan 3 manggis lagi dari kakaknya. Berapa manggis yang dimiliki Ahmad sekarang?	$4 + \dots = 7$ Santi punya 4 bola. Ayah Santi memberi satu kantong bola lagi kepada Santi, sekarang bola Santi ada 7. Ayah Santi memberikan berapa bola?	$\dots + 3 = 7$ Ale sudah mempunyai beberapa pensil. Ibunya memberikan 3 pensil. Sekarang pensil Ale 7. Berapa pensil yang dimiliki Ale sebelumnya?
Urai	$7 - 3 = \dots$ Kakak punya 7 mangga. Kakak memberikan 3 mangganya kepada Ale. Sekarang mangga kakak tinggal berapa?	$7 - \dots = 4$ Santi punya 7 bola. Santi memberi beberapa bolanya kepada Ahmad. Sekarang bola Santi ada 4. Santi memberikan berapa bola kepada Ahmad?	$\dots - 4 = 3$ Ale mempunyai beberapa pensil. Ale memberikan 4 pensilnya kepada Santi. Sekarang pensil Ale ada 3. Berapa pensil yang dimiliki Ale sebelumnya?

Bagian-Bagian Keseluruhan

Keseluruhan Tidak Diketahui	Bagian Tidak Diketahui
$5 + 2 = \dots$ Eri punya koleksi kelereng. 5 kelereng berwarna merah, 2 kelereng berwarna hijau. Berapa banyak kelereng yang dimiliki Eri?	$5 + \dots = 7$ Eri punya 7 koleksi kelereng. 5 kelereng berwarna merah, sisanya kelereng berwarna hijau. Berapa banyak kelereng yang dimiliki Eri?

Membandingkan

Selisih Tidak Diketahui	Banyaknya Tidak Diketahui	Rujukan Tidak Diketahui
$7 - 4 = \dots$ $4 + \dots = 7$ Kanti punya 7 boneka. Janti punya 4 boneka. Berapa banyak lebihnya boneka Kanti daripada boneka Janti?	$4 + 3 = \dots$ Dina punya 4 kucing. Dona punya 3 kucing lebih banyak daripada Danti. Berapa banyak kucing yang dimiliki Dona?	$\dots + 4 = 7$ $7 - 4 = \dots$ Dirga punya 7 ayam. Ayam Dirga 4 lebih banyak daripada Ayam Aria. Berapa banyak ayam Aria?

Tabel jenis masalah operasi bilangan tersebut membantu pendidik membuat variasi soal sehingga murid mendapatkan beragam pengalaman memecahkan masalah. Setiap jenis soal dapat memiliki tingkat kesulitan yang berbeda. Soal paling mudah dipahami biasanya berbentuk soal gabung dan urai dengan hasil tidak diketahui seperti " $4 + 3 = \dots$ " atau " $7 - 2 = \dots$ ", karena melibatkan tindakan konkret yang sering murid alami, seperti menambahkan atau mengurangi benda.

Tingkat kesulitan meningkat ketika hasil gabung atau urai diketahui, tetapi pembentuknya tidak diketahui, seperti pada " $4 + \dots = 7$ " atau " $7 - \dots = 2$ ", yang mengharuskan murid berpikir terbalik. Sebagai contoh: soal yang melibatkan pemahaman hubungan bagian dan keseluruhan seperti " $5 + \dots = 7$ " menuntut kemampuan untuk melihat struktur jumlah sebagai gabungan dari dua bagian, soal membandingkan terutama yang melibatkan selisih atau rujukan yang tidak diketahui seperti " $\dots + 3 = 8$ " memerlukan abstraksi agar memahami hubungan kuantitatif antara dua kelompok yang tidak selalu tampak langsung, dan soal dengan informasi awal tidak diketahui, seperti " $\dots - 3 = 4$ " menuntut murid membayangkan jumlah objek awal.

Pendidik disarankan memulai pembelajaran dari soal-soal yang melibatkan situasi konkret dengan hasil yang tidak diketahui, lalu bertahap mengenalkan soal yang menuntut penalaran yang baik dan abstraksi lebih tinggi.

Pendekatan pembelajaran dapat menggunakan strategi permainan membilang maju dan mundur misalnya ular tangga, mengenali ikatan bilangan, serta menggunakan tabel nilai tempat untuk menyelesaikan soal. Ragam permainan dapat menggunakan kartu, permainan digital, maupun non digital. Murid diberi ruang untuk mencoba, menemukan strategi sendiri, dan berbagi cara berpikir melalui diskusi lisan, gambar, dan tulisan. Proses ini membuat belajar matematika menjadi aktivitas yang seru, menantang, dan mengasah keluwesan kognitif serta mendorong kreativitas dalam menyelesaikan masalah. Asesmen kompetensi harus bersifat menyeluruh—mengukur ketepatan, strategi, dan pemahaman makna.

Asesmen formatif selama kegiatan dilakukan dengan mengamati cara murid memanipulasi benda konkret (misal balok puluhan-satuan) saat menyelesaikan $38 + 16$ atau $52 - 27$, mencatat apakah mereka menggunakan strategi yang efisien (misal mengelompokkan sepuluh, mengganti satu puluhan menjadi sepuluh satuan) dalam bentuk catatan anekdot singkat misalnya, "*Rani menukar satu puluhan menjadi sepuluh satuan tanpa diminta*". Ditindaklanjuti dengan pertanyaan reflektif seperti "Mengapa kamu menambah 2 dulu lalu 4?" untuk mendapatkan informasi penalaran murid pemahaman konsep "jumlah" dan "selisih".

Asesmen sumatif dilakukan setelah satu siklus pembelajaran selesai melalui lembar kerja, tugas cerita, atau kuis berbasis permainan. Instrumen harus mencakup:

- menghitung fakta dasar (misal $7 + 8$, $14 - 6$) untuk melihat otomatisasi;
- soal berbasis nilai tempat (misal $15 + 27$, $53 - 28$) guna menilai strategi “membawa” dan “pinjam” atau teknik lainnya;
- masalah kontekstual yang rutin (misal: Ali memiliki 26 kelereng, membeli 17 lagi; berapa totalnya?) atau non rutin, untuk menilai penerapan konsep;
- soal terbuka (misal: Tulislah dua cara berbeda menghitung $56 - 19$) untuk menilai fleksibilitas

Rubrik sederhana digunakan untuk menilai (a) ketepatan hasil, (b) penggunaan strategi yang masuk akal, dan (c) kemampuan menjelaskan prosedur, untuk menyimpulkan ketercapaian kompetensi yang dikuasai, yaitu: jawaban benar pada beragam konteks, strategi yang efisien, dan menjelaskan alasannya, dengan level pencapaian berikut.

Level	Deskripsi	Contoh Respons Murid
Dasar	Menjawab benar untuk soal fakta dasar dengan satu strategi.	Dapat menjawab $14 - 6 = 8$, tapi belum untuk yang bentuk $\dots - 6 = 12$
Awal	Menjawab benar dan menggunakan strategi yang masuk akal, tetapi belum bisa menjelaskan alasannya.	Menjawab $45 + 27$ dengan benar memakai strategi menyusun ke bawah, dan pengelompokan tapi tidak dapat menjelaskan proses berpikirnya.
Menengah	Menggunakan strategi yang sesuai dan dapat menjelaskan prosedurnya secara runtut, termasuk dalam soal kontekstual.	Menjelaskan bahwa strategi meminjam dari puluhan dalam $53 - 28$, dan menjawab soal cerita yang benar dengan satu cara.
Tinggi	Menyelesaikan semua jenis soal dengan strategi fleksibel dan efisien, serta menjelaskan lebih dari satu cara atau alasan.	Memberi dua strategi berbeda untuk $56 - 19$ (misal: pakai garis bilangan dan pengelompokan), serta menjelaskan pilihannya.

- **Memahami pecahan sebagai bagian dari keseluruhan dengan konteks pembagian sama banyak**

Pengenalan konsep pecahan merupakan perluasan konsep bilangan asli dan bilangan cacah. Pecahan merepresentasikan bagian dari satu keseluruhan, misalnya bahwa $\frac{1}{2}$ (satu per dua) berarti membagi dua bagian sama besar dari satu keseluruhan. Pecahan merupakan bilangan yang dapat direpresentasikan sebagai bagian konkret

dari sesuatu yang utuh sehingga bilangan setengah adalah $\frac{1}{2}$ (satu per dua) bukan “dua bilangan 1 di atas 2”.

Dengan mengenalkan pecahan seperti $\frac{1}{2}$ (setengah) dan $\frac{1}{4}$ (seperempat) melalui benda konkret seperti kertas yang dipotong, makanan, atau pita pecahan, murid dapat mengembangkan intuisi tentang bagaimana bagian-bagian itu terbentuk dan berapa banyak yang diperlukan untuk membentuk satu kesatuan utuh. Pemahaman ini diperluas ketika belajar konsep desimal, persen, dan rasio pada jenjang fase yang lebih tinggi.

Murid pada fase A dikenalkan dan menyadari bahwa pecahan hadir dalam kehidupan sehari-hari misalnya membagi selembar roti tawar berdua dengan teman. Pendidik mengajak murid memperhatikan bahwa kegiatan berbagi tersebut terdapat ide penting: pembagian yang adil atau *equal sharing*. Pengenalan konsep “setengah” ($\frac{1}{2}$) diberikan tanpa membahas simbol pembilang dan penyebut secara eksplisit. Murid menyadari bahwa istilah *setengah*, *satu per dua*, dan simbol $\frac{1}{2}$ merujuk pada satu makna yang sama yakni sebuah benda yang dibagi menjadi dua bagian sama besar. Ini menjadi dasar penting sebelum melangkah ke simbolisasi formal pecahan.



Gambar 6. Ilustrasi Pembagian yang Sama Besar (Wulan & Rasfaniwaty, 2022)

Anak diajak membagi benda fisik seperti kertas, buah, atau makanan menjadi dua atau empat bagian sama besar, yaitu memahami bahwa pecahan adalah bentuk ***equipartitioning***, yaitu membagi sesuatu menjadi bagian yang sama banyaknya. Misalnya, membagi selembar kertas menjadi dua bagian yang sama besar, membagi sepotong roti untuk dua orang, atau membagi kumpulan benda: “Jika ada 10 benda,

maka setengahnya adalah 5 benda”. Contoh lainnya: membagi 8 benda menjadi empat bagian, dan menyadari bahwa satu bagian itu adalah 2 benda yang bernilai satu per empat. Murid tidak hanya menghafal istilah, tetapi mengaitkannya dengan pengalaman konkret yang dapat mereka pahami secara visual dan logis.

Asesmen pemahaman pecahan pada tahap awal perlu menilai tiga kemampuan pokok: (1) memahami pecahan sebagai *bagian dari keseluruhan*; (2) merepresentasikan pecahan sederhana ($\frac{1}{2}$, dan $\frac{1}{4}$) dengan model konkret dan simbol; dan (3) membandingkan pecahan dasar secara masuk akal.

Asesmen formatif selama kegiatan, melalui observasi manipulatif misalnya, meminta murid membagi selembar kertas menjadi dua bagian sama besar, lalu menanyakan, “Bagian mana yang menunjukkan $\frac{1}{2}$?”, dilanjutkan penalaran konseptual seperti “Mengapa $\frac{1}{2}$ lebih besar daripada $\frac{1}{4}$ ketika kue yang dibagi sama besar?”.

Asesmen sumatif dapat disiapkan lembar kerja bergambar yang meminta murid: (a) menandai $\frac{1}{2}$, atau $\frac{1}{4}$ dari sebuah kotak atau lingkaran; (b) mencocokkan model konkret dengan simbol (dua dari empat bagian $\rightarrow \frac{1}{2}$); dan (c) memilih pecahan terbesar dari dua model yang ditampilkan, serta (d) menerjemahkan situasi nyata ke simbol matematis dalam bentuk soal cerita, seperti “Ani memotong kue menjadi empat bagian sama besar dan memakan satu bagian. Berapa bagian kue yang dimakan Ani?”. Rubrik sederhana memeriksa ketepatan model, konsistensi penggunaan istilah, serta penjelasan lisan atau tertulis yang logis, sebagai bahan menyimpulkan ketercapaian kompetensi pecahan awal. Rubrik berikut ini dapat digunakan untuk asesmen pecahan:

Aspek yang Dinilai	Belum	Dasar	Menengah	Tinggi
Memahami pecahan sebagai bagian dari keseluruhan	Belum memahami bahwa pecahan adalah bagian dari satu benda utuh.	Mengenali bahwa $\frac{1}{2}$ berarti separuh dari sesuatu, tapi belum konsisten.	Memahami pecahan sebagai bagian dari keseluruhan dalam berbagai konteks (kue, kertas, dsb.).	Menjelaskan makna pecahan dalam berbagai konteks dengan alasan logis (misal: “karena dibagi dua sama besar”).

Aspek yang Dinilai	Belum	Dasar	Menengah	Tinggi
Merepresentasikan pecahan sederhana ($\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$)	Tidak dapat menunjukkan pecahan dengan gambar atau model konkret.	Dapat menunjuk bagian yang dimaksud tetapi belum tepat membuat modelnya.	Dapat membuat model konkret dan menyimbolkan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{4}$ dengan benar.	Membuat representasi sendiri dan menjelaskan hubungan antara model dan simbol secara runtut.
Membandingkan pecahan sederhana	Tidak dapat membedakan mana pecahan lebih besar.	Menebak atau memberi jawaban tanpa alasan jelas.	Dapat membandingkan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{4}$ dan menjelaskan secara sederhana ($\frac{1}{2}$ lebih besar dari $\frac{1}{4}$) dengan gambar.	Membandingkan pecahan berbeda dengan penjelasan logis dan menggunakan alasan lisan atau gambar.

- Elemen Aljabar**

Pada Fase A, aljabar dikenalkan sebagai pola, relasi, dan generalisasi, bukan operasi simbolik rumit. Murid belajar bahwa bilangan dan operasi dapat diwakili dengan gambar, benda, atau kotak kosong, dan bahwa suatu hubungan “tetap benar” meskipun nilai komponennya berubah. Aljabar dini adalah kemampuan melihat struktur di balik hitungan konkret misalnya menyadari bahwa urutan 2, 4, 6, 8 bertambah dua setiap langkah atau bahwa total kedua sisi timbangan harus sama.

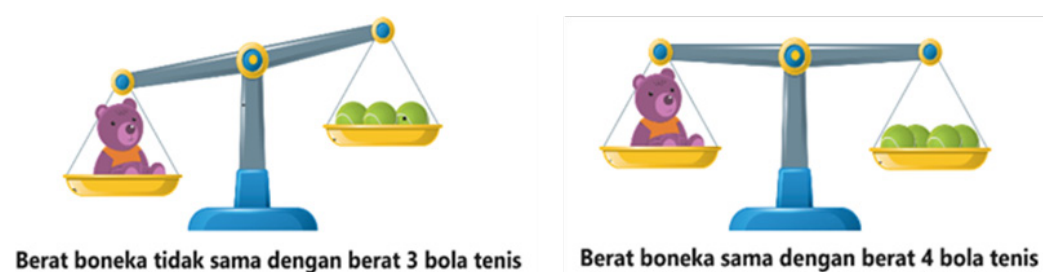
- Pemahaman makna simbol matematika “=” sebagai penunjuk kesamaan nilai**

Pendidik perlu memfasilitasi murid menyadari simbol “=” sebagai tanda yang menunjukkan **kesamaan nilai** antara dua pihak, bukan sebagai perintah untuk menghitung atau menemukan hasil. Banyak murid memahami simbol “=” sebagai perintah untuk memberikan jawaban, bukan sebagai tanda yang menunjukkan bahwa dua sisi memiliki nilai yang setara, misalnya $3 + 4 = \dots + 2$ dan dijawab murid 7 karena terbiasa melihat simbol “=” sebagai akhir dari sebuah operasi, bukan sebagai relasi kesetaraan. Hal ini terjadi pada penyajian soal yang umumnya berbentuk “operasi di kiri = hasil di kanan” yang hanya memperkuat pemahaman prosedural daripada konseptual. Selain itu, bentuk soal alternatif yang menekankan relasi kesetaraan,

seperti $\dots = 3 + 4$ atau $3 + 4 = 2 + \dots$, jarang digunakan. Kesalahan ini berdampak pada pemahaman matematika di jenjang yang lebih tinggi, khususnya dalam aljabar, di mana pemahaman relasi sangat penting. Pendidik perlu secara eksplisit mengajarkan makna relasional dari simbol "=" sejak dini, serta memvariasikan bentuk soal yang mendorong murid memahami bahwa "=" menunjukkan bahwa kedua sisi memiliki nilai yang sama. Diskusi kelas penting untuk membangun pemahaman bahwa "=" penanda kesetaraan, bukanlah penutup soal.

Pendidik mengarahkan sejak awal makna kesetaraan ini bahwa tanda "sama dengan" berarti *dua hal bernilai sama* baik dalam konteks jumlah, berat, panjang, atau nilai lainnya. Misalnya, saat membandingkan dua timbangan yang seimbang, dua pensil sama panjang, banyaknya jari tangan kanan dan tangan kiri dan sebagainya, yang menunjukkan representasi nyata dari makna tanda "=". Penekanan ini penting agar simbol "=" tidak dimaknai sebagai penanda jawaban dari operasi hitung.

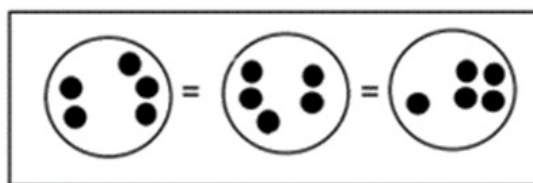
Selanjutnya, penguatan makna simbol "=" dengan menyajikan aktivitas yang relevan dengan dunia nyata. Misalnya, murid diminta menyeimbangkan dua sisi timbangan dengan benda-benda seperti batu, balok, atau mainan lalu menghubungkannya dengan pernyataan bahwa kedua sisi "sama banyak" atau "=" untuk menandai keseimbangan.



(Wulan & Rasfaniwaty, 2022)

Pendidik dapat memperluas ragam aktivitas melalui gambar, cerita matematis, atau penggunaan alat peraga lainnya. Murid diminta bercerita atau berefleksi ketika mendapatkan hadiah yang sama banyak, sama besarnya, atau perasaan ketika mendapat perlakuan yang tidak sama.

Pengalaman belajar menyenangkan dapat dipilih bentuk permainan seperti "Timbang Siapa Sama Beratnya?" di mana murid mencoba berbagai kombinasi benda untuk mencapai keseimbangan pada timbangan mainan atau permainan menyusun dua sisi gambar agar jumlah benda pada kedua sisi sama.



Kegiatan ini menjadikan murid mengalami langsung proses berpikir aljabar secara konkret dan intuitif, dalam suasana bermain dan eksplorasi. Dengan kebebasan bereksperimen, berdiskusi dengan teman, dan menjelaskan hasil temuan mereka, murid belajar bahwa tanda “=” bukan sekadar simbol, tetapi jembatan tentang hubungan yang adil dan setara, serta mendorong perkembangan bernalar dengan bahasa matematis.

- **Mengenali, meniru pola, dan melanjutkan pola bukan bilangan (gambar, suara, warna)**

Belajar pola berarti mengenali, melanjutkan, dan merepresentasikan urutan yang berulang atau bertambah secara teratur. Murid mengeksplorasi pola berulang dengan bentuk dan warna ($\square \blacktriangle \square \blacktriangle \dots$), pola dua tingkat sederhana ($\blacktriangle \square \square \blacktriangle \square \square \dots$), dan pola sederhana lainnya. Mereka juga mengidentifikasi dan menjelaskan aturan pola misal “bertambah dua setiap kali” atau “satu segitiga diikuti dua persegi”. Melalui tepukan tangan, hentakan kaki, petikan benda, atau instrumen sederhana (kerincing, stik ritmik), murid belajar pola dengan “mendengar” dan “merasakan” keteraturan.

Murid diajak mengamati pola, keteraturan pada benda-benda yang beragam seperti biji-bijian, kancing pada baju, bentuk pagar, corak sisik ikan, bulu kucing, dan lainnya di sekitar dan menyadari adanya kesamaan dan perbedaan dalam bentuk, warna, atau ukuran. Pendidik mengarahkan perhatian murid pada pertanyaan: *Apa yang sama? Apa yang berbeda? Apa bentuknya? Bagaimana kalau dibuat urutan?* untuk membangun kesadaran bahwa matematika sering muncul dalam bentuk pola (berulang atau bertumbuh).

Penguatan dilakukan melalui pengalaman belajar konkret dan relevan. Murid diminta mengelompokkan dan mengurutkan benda sesuai kriteria mereka, mendiskusikan alasan di balik pilihan tersebut agar lebih memahami bahwa pola tidak sekedar urutan, tetapi juga logika, relasi, dan keteraturan.

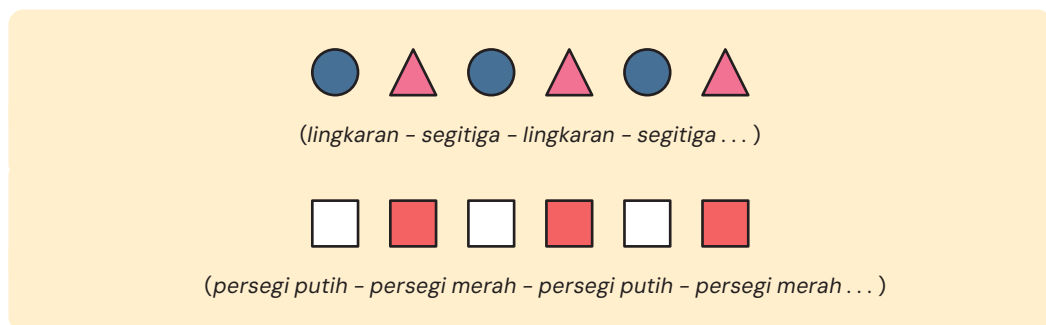
Aktivitas dilanjutkan dengan meniru pola berulang, melanjutkan pola, membuat pola sendiri, dan diperkenalkan **pola tumbuh**, seperti deretan benda yang bertambah satu demi satu, dan kemudian memahami konsep seperti *membilang lompat* dan pola bilangan. Pendidik mendorong murid menggunakan istilah seperti: *berulang*,

bertambah, urutan, berubah, dan susun dalam menjelaskan pola yang mereka lihat atau buat untuk memperkuat kemampuan bernalar dan menjadi jembatan menuju pemahaman operasi hitung dan konsep geometri. Penggunaan istilah tersebut secara eksplisit menumbuhkan kebiasaan berpikir matematis yang melibatkan keteraturan, hubungan, dan struktur yang penting dalam geometri. Pembelajaran pola sejak dini memperkuat numerasi serta menjadi landasan penting pada konsep-konsep geometri yang lebih kompleks.

Pembelajaran menyenangkan dibangun dalam bentuk bermain membuat pola dengan menyusun benda warna-warni, menyusun balok, menempel gambar berpola, bergerak dalam pola tertentu seperti *tepuk--lompat-tepuk*, atau berbaris dengan posisi *berdiri tegak-jongkok-duduk-duduk* yang diulang. Aktivitas ini melibatkan tubuh, imajinasi, dan kreativitas murid. Pendidik juga mengajak murid berdiskusi tentang pola yang mereka buat atau temukan:

- *Mengapa kamu menyusunnya seperti itu?*
- *Kalau dilanjutkan, seperti apa ya polanya?*
- *Apakah kamu bisa menemukan pola yang mirip?*

Diskusi ini untuk mengekspresikan cara berpikir logis dan sistematis melalui belajar pola atau **keteraturan pola** berdasar urutan bentuk atau warna di mana dua situasi berbeda bisa memiliki struktur matematis yang sama.



Asesmen pola dirancang ringkas namun menyeluruh, mencakup pola gambar, pola bentuk/objek, dan pola bunyi. Selama aktivitas, pendidik mengamati bagaimana murid mengenali urutan gambar yang berulang misalnya rangkaian $\blacktriangle \bullet \blacktriangle \bullet$ —dan mencatat apakah urutan dilanjutkan secara konsisten. Lembar kerja sederhana dibuat untuk: meminta murid melengkapi pola AB, AAB, atau ABC, serta tugas desain pola (membuat gelang manik-manik pola merah-biru-kuning). Pengamatan serupa diterapkan pada pola bunyi: pendidik menilai konsistensi ritme misal ketika murid menirukan dan melanjutkan tepuk-tepuk-hentak (AAB) atau tepuk-hentak-tepuk (ABA) sehingga diperoleh informasi pemahaman dalam melanjutkan dan menjelaskan aturan pola.

Indikator keberhasilan menggunakan tiga aspek: mengenali unit pola, melanjutkan pola, dan menjelaskan aturannya dengan kata-kata atau simbol sederhana. Gunakan rubrik empat tingkat: Belum, Dasar, Cakap, Mahir untuk semua jenis pola; “Belum” menunjukkan pola terputus, “Dasar” konsisten pada pola AB, “Cakap” mampu melanjutkan pola dua-tiga langkah dan menjelaskan, sedangkan “Mahir” dapat mencipta pola sendiri. Pertanyaan reflektif seperti “Apa yang berulang dalam pola ini?” atau “Bagaimana kamu tahu bunyi berikutnya?” mendorong murid mengartikulasikan pemahaman dan memberi gambaran komprehensif tentang kemajuan aljabar dini murid. Tabel berikut ini dapat digunakan sebagai acuan dalam merancang asesmen.

Level	Deskripsi Kemampuan	Contoh Aktivitas/Respons Murid
Dasar	Murid mengenali satu elemen pola tetapi belum konsisten melanjutkan.	Murid mengenali bahwa gambar berulang, namun melanjutkan hanya satu kali atau salah urutannya.
Berkembang	Murid dapat melanjutkan pola sederhana seperti AB atau AAB, tetapi belum menjelaskan aturannya.	Melengkapi pola merah-biru-merah-biru secara benar, namun belum bisa menjelaskan “kenapa begitu.”
Cakap	Murid dapat melanjutkan dan menjelaskan pola dua-tiga langkah secara konsisten.	Menyelesaikan pola ABC dengan tepat, lalu menjelaskan: “karena setelah merah-biru-kuning, ulang lagi.”
Mahir	Murid menciptakan pola sendiri dan menjelaskan aturannya menggunakan kata-kata atau simbol sederhana.	Merancang pola sendiri, misal: ●▲●▼ lalu menjelaskan: “Pola ini lingkaran, segitiga, lingkaran, segitiga terbalik, begitu terus.”

Elemen Pengukuran

Pengukuran memperkenalkan gagasan bahwa atribut atau sifat-sifat objek/benda, panjang, berat, dan waktu dapat dinyatakan secara kuantitatif dengan *satuan ukuran yang konsisten*. Murid mempelajari cara membandingkan objek (“lebih panjang/lebih pendek”, “lebih berat/lebih ringan”, “lebih lama/lebih cepat”), menghitung dengan satuan tidak baku (deret pensil, kelereng, langkah, lama berjalan) dan beralih ke satuan baku (sentimeter, gram, dan menit).

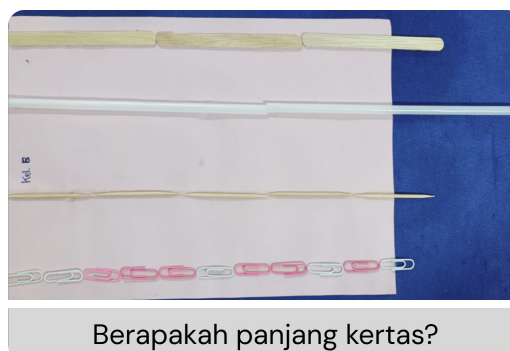
Pengukuran menghubungkan matematika dengan kegiatan sehari-hari melibatkan ukuran dan kegiatan mengukur dalam kehidupan nyata seperti membandingkan panjang meja dengan pensil, menakar air dengan gelas plastik, minum obat sirup dengan ukuran sendok, atau menghitung langkah kaki dari kelas ke lapangan. Kegiatan ini membantu murid belajar mengamati, membandingkan, dan membuat keputusan sederhana. Keterampilan mengukur bukan sekadar topik matematika, melainkan prasyarat untuk bekerja cermat, membuat keputusan aman, dan menjalani kehidupan secara efisien.

- **Pengukuran panjang, berat, dan waktu (satuan tak baku)**

Murid diajak mengamati langsung dan *sadar terhadap atribut-atribut benda di sekitar mereka* yang dapat diukur, seperti panjang meja, berat tas, dan waktu (durasi) pelajaran matematika sehingga setiap objek memiliki ciri khusus yang bisa dibandingkan. Misalnya, sebuah pensil bisa lebih panjang dari yang lain, atau sebuah batu bisa lebih berat dari bola. Murid dibimbing menggunakan istilah *lebih panjang, lebih pendek, lebih berat, lebih ringan, lama, dan sebentar*, serta menyadari akan perbedaan dan perbandingan antar objek. Pengukuran diajarkan sebagai bagian dari *aktivitas yang relevan dengan kehidupan sehari-hari*, tidak sekedar sebagai hafalan.

Proses melakukan pengukuran melalui tahapan berikut:

- menentukan atribut yang akan diukur, misal panjang pensil, lebar buku tulis.
- membandingkan dua objek secara langsung, misal membandingkan dua pensil dan mengamati mana yang lebih panjang atau lebih pendek,
- membandingkan dengan objek ketiga, murid menggunakan pensil sebagai objek ketiga untuk membandingkan panjang dua meja berbeda (meja A panjangnya 5 pensil, meja B panjangnya 4 pensil),
- menggunakan satuan tidak baku sebagai alat pembanding, misalnya murid menyusun atau menjejerkan tusuk gigi untuk mengukur panjang buku, mengukur panjang meja dengan sedotan



Gambar 7. Visualisasi satuan panjang tidak baku (*Koleksi Penyusun*)

- mengukur dengan iterasi, panjang meja diukur dengan jengkal, berulang dari satu ujung ke ujung meja, atau panjang ruang kelas diukur dengan kaki, kaki melangkah satu persatu ujung bagian jempol kaki menyentuh bagian tumit. Perlu dipastikan saat mengukur ujung ke ujung, tidak bertumpuk.

Belajar yang menyenangkan dilakukan melalui kegiatan *fisik dan eksploratif yang melibatkan gerak tubuh dan benda konkret*. Murid dapat bermain peran sebagai “*penjelajah ukuran*” yang mengukur benda-benda di kelas menggunakan kaki, jengkal, sedotan, atau tusuk gigi, serta membandingkan panjang meja, berat tas teman, tinggi badan, atau durasi aktivitas misalnya *kompetisi paling lama tidak berkedip, paling lama berdiri jinjit*.

Asesmen pengukuran perlu memperhatikan tiga aspek kunci: pemahaman konsep, ketepatan prosedur, dan penerapan kontekstual. Pendidik mengamati pemahaman ide dasar bahwa pengukuran menggunakan satuan-satuan yang sama yang digunakan berulang dan ini dapat digali dengan pertanyaan seperti, “Mengapa kita tidak boleh memakai dua stik dengan panjang berbeda untuk mengukur meja?” atau diskusi pensil sebagai alat ukur panjang yang diposisikan benar atau salah. Ketepatan prosedur, “Bagaimana ketika mengukur panjang meja, apakah meletakkan pensilnya dari ujung meja atau dari tengah meja?”. Penerapan kontekstual, misalnya dengan tugas mengukur panjang benda-benda di kelas dengan alat ukur yang ditentukan sendiri.

Pendidik dapat menggunakan rubrik empat tingkat: Belum, Dasar, Cakap, Mahir memberi gambaran kemajuan: dari murid yang masih keliru memilih alat hingga yang mampu mengukur akurat dan memanfaatkan data untuk memecahkan masalah nyata.

Elemen Geometri

Materi pembelajaran geometri mencakup pengenalan bentuk bangun datar dan bentuk bangun ruang, termasuk nama dan ciri-cirinya seperti jumlah sisi, sudut, dan permukaan, komposisi dan dekomposisi bangun datar, relasi posisi dan arah, seperti konsep kiri–kanan, atas–bawah, serta di dalam dan di luar. Fokus pembelajaran geometri di Fase A ini adalah mengembangkan kepekaan spasial, kosa kata geometri, kemampuan mengamati ciri dari bentuk geometri yang dapat dipindahkan, diputar, atau disusun ulang tanpa kehilangan identitasnya.

Memahami geometri sejak awal membantu murid dalam melihat dan berpikir tentang dunia dalam bentuk dan ruang. Mereka belajar mengenali bentuk seperti persegi, segitiga, kubus, dan silinder ini melatih kemampuan membedakan, mengelompokkan, dan membuat kesimpulan. Kegiatan menyusun dan membongkar bentuk bangun (komposisi-dekomposisi) memperkuat pemahaman bagian dan keseluruhan, memahami pecahan, perbandingan, bahkan struktur kalimat. Konsep posisi seperti kiri, kanan, atas, bawah, membantu anak mengikuti petunjuk, membaca peta, dan bergerak di ruang, olahraga, dan menari. Pola ubin dan simetri melatih rasa keindahan di bidang seni. Pemahaman bentuk bisa diputar tapi tetap sama, diperlukan dalam belajar rotasi, grafik, dan pemrograman sederhana. Pemahaman ruang penting untuk banyak profesi seperti insinyur, dokter, dan ilmuwan.

- **Pengenalan bangun datar dan bangun ruang**

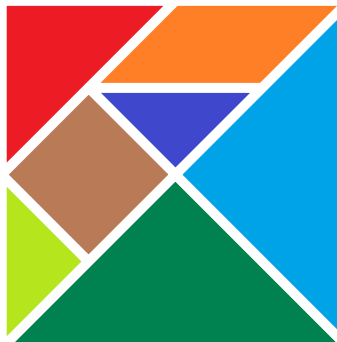
Pembelajaran geometri dimulai dari *kesadaran murid terhadap bentuk-bentuk di sekitar mereka* dengan membawa pengalaman mereka tentang bentuk-bentuk pada lingkungan sekitar, benda-benda di rumah, dan ruang kelas. Murid mulai *mengamati, menyentuh, mengeksplorasi dan membicarakan bentuk geometri* seperti segitiga, persegi, lingkaran, tabung, balok, dan berbagai bangun lain. Pendidik mendiskusikan nama bentuk, persamaan dan perbedaan antar bentuk, benda apa saja yang berbentuk seperti itu.

Kegiatan eksplorasi dengan keping-keping tangram, blok bangun, atau benda di kelas (kotak pensil, jendela, buku, tutup botol) membantu murid menyadari bahwa dunia di sekitar mereka tersusun dari bentuk-bentuk geometri. Dengan diskusi reflektif dan pertanyaan terbuka, murid mengenali bahwa bentuk geometri memiliki sisi, sudut, permukaan dan dapat diubah-ubah posisinya.

Melalui bermain bentuk-bentuk geometri, pendidik dapat bertanya, menjelaskan dan memberikan nama-nama bentuk, klarifikasi istilah yang digunakan murid, dan informasi terkait lainnya. Dorong murid untuk menggunakan istilah-istilah yang sesuai dalam geometri.

- Mana bentuk yang punya tiga sudut, apa namanya?
- Ini persegi, apa bedanya dengan persegi panjang?
- Apa bedanya segitiga dan segiempat?

Murid didorong untuk menjelaskan temuannya, menggambarkan pada buku gambar, atau membuat poster.

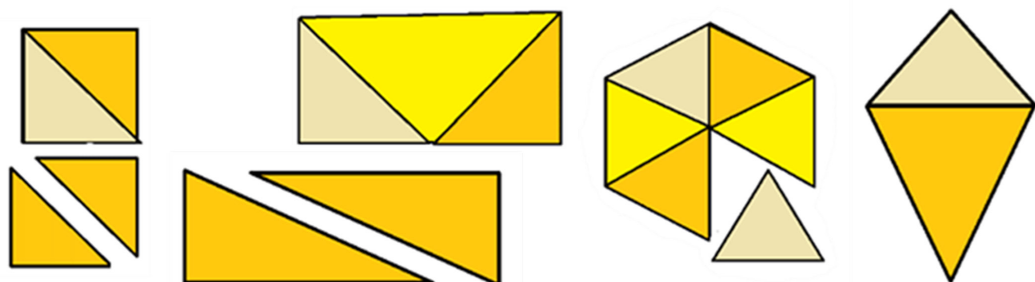


Gambar 8. Tangram

- **Komposisi dan dekomposisi bangun datar**

Pembelajaran geometri melalui penyelidikan dan interaksi langsung dengan benda konkret. Misalnya, mendiskusikan dan meminta murid menyusun keping tangram (2- 3 keping). Saat kegiatan ini murid akan mendapatkan informasi tentang ciri-ciri bentuk geometri, panjang sisi setiap bentuk yang bisa dua kali bentuk lain, sudut-sudut yang bisa dipasang pas dan membentuk bentuk lain, serta membalik, memutar, dan menggabung menjadi bentuk lain.

Murid melakukan eksplorasi dan diskusi melalui aktivitas komposisi dan dekomposisi bentuk-bentuk bidang. Pendidik menyediakan potongan-potongan bentuk dasar seperti segitiga, persegi, persegi panjang, dan meminta murid menyusunnya menjadi bentuk-bentuk dasar lain.



Murid berdiskusi apakah cirinya sama dengan bangun pembentuknya. Kegiatan diperkaya dengan membentuk bangun baru dari bidang-bidang datar tersebut. Pembelajaran dihidupkan melalui permainan, proyek kreatif, dan tantangan seperti bermain puzzle geometri, menyusun bentuk hewan dari tangram, atau bermain tebak bentuk bersama teman. Murid dapat membuat:

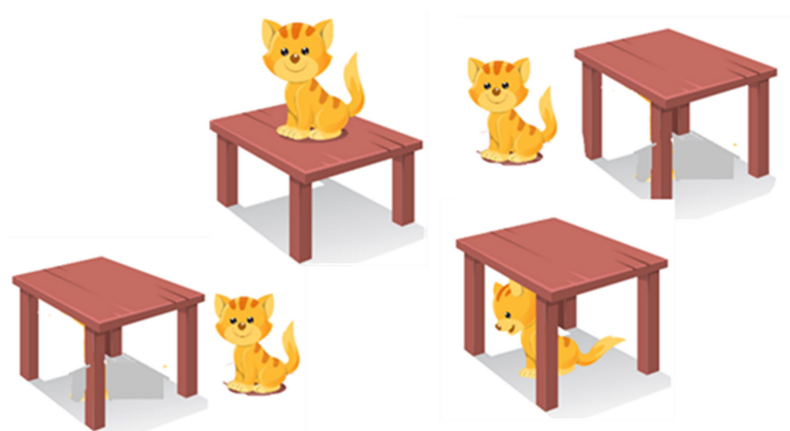
- poster berisi bentuk-bentuk bidang datar (ditemukan di kelas/sekolah),
- presentasi sederhana menjelaskan bentuk-bentuk dan cirinya,
- permainan tebak-tebakan bentuk berdasarkan cirinya

Melalui orientasi bebas, murid diberi tantangan terbuka seperti:

- “Buatlah bentuk orang, binatang, pohon, dari keping-keping geometri ini.”
- “Bisakah kamu membuat bentuk baru dari segitiga-segitiga ini?”

- **Posisi benda terhadap benda lain**

Penguasaan kesadaran ruang, lokasi, posisi, arah, dan jarak merupakan kecakapan bernalar spasial yang perlu dikuasai murid. Bentuk kegiatan misalnya, menempatkan benda pada posisi tertentu terhadap meja dan murid menyebutkan atau mendeskripsikan posisi benda terhadap meja.



Gambar 9. Berada di sebelah manakah kucing-kucing ini?

Kegiatan menantang untuk membangun pemahaman terhadap posisi dan kepekaan ruang misalnya permainan berburu harta karun (*treasure hunt*) dengan petunjuk posisi kanan, kiri, atas, bawah dari benda/harta karun yang tersembunyi pada benda lain. Kegiatan ini memberi ruang eksplorasi dan kegembiraan yang bukan sekedar belajar tentang geometri, tapi juga berkreasi dan memecahkan masalah secara aktif.

Asesmen geometri harus mencakup tiga ranah kunci: pengenalan bentuk, komposisi-dekomposisi dan pola, serta relasi posisi dan transformasi sederhana. Pertama, pendidik menilai kemampuan murid menyebut dan mengidentifikasi bentuk bidang datar dan bangun ruang, ciri seperti sisi dan sudut, serta pengelompokan benda ke kategori “lingkaran”, “persegi”, “kubus”, dan seterusnya. Kedua, mengamati komposisi-dekomposisi melalui tugas tangram misalnya saat menyusun beberapa segitiga menjadi sebuah persegi. Ketiga, relasi posisi dan arah dinilai misalnya melalui permainan “robot kelas” (murid mengikuti instruksi maju, belok kanan, belok kiri, mundur, dsb). Hasil observasi dicatat dalam rubrik empat tingkat: Belum, Dasar, Cakap, Mahir yang menggambarkan perkembangan capaian belajar dari mengenali bentuk dasar hingga transformasi sederhana.

Elemen Analisis Data dan Peluang

Materi ini mencakup mengurutkan, menyortir, mengelompokkan, membandingkan data banyak benda serta menyajikan dalam bentuk turus dan piktogram hingga empat kategori.

Pembelajaran meliputi mencatat dan menggambar serta membangun proses berpikir kritis murid dalam memahami makna data yang dikumpulkan. Misalnya, melakukan pengamatan nyata di lingkungan satuan pendidikan, menghitung jenis bunga di taman, warna tas teman sekelas atau jumlah huruf pada nama teman, atau objek lainnya, menyusun data tersebut dalam bentuk turus dan piktogram. Murid berdiskusi kelompok, menganalisis dan presentasi: kategori mana yang paling banyak, mana yang paling sedikit, bagaimana membandingkan antar kategori, dan menarik kesimpulan sederhana. Kegiatan ini, membangun keterampilan pengamatan, klasifikasi, representasi visual data, serta menumbuhkan kemampuan komunikasi matematis. Keterampilan ini juga membekali murid untuk memahami data di bidang lain seperti sains, bahasa, sosial, dan bidang lainnya.

- **Pengurutan, penyortiran, Pengelompokkan, Perbandingan, dan Penyajian Data.**

Pembelajaran dimulai dari kesadaran bahwa data itu hadir di sekitar kita setiap hari seperti membongkar isi tas atau bertanya kepada teman tentang kebiasaan atau kesukaan mereka, murid diajak menyadari bahwa informasi dapat dicatat, dihitung, dan dijadikan dasar untuk menarik kesimpulan. Saat murid menyortir isi tas, mereka memahami bahwa barang-barang tersebut bisa dikelompokkan: alat tulis, buku, makanan, dan lainnya. Pendidik memfasilitasi untuk belajar mengolah, memilah, memilih, serta menganalisis data dari hal-hal di yang ada pada diri mereka sendiri. Murid diberi kesempatan untuk mengumpulkan dan mengelola data yang mereka buat sendiri misalnya survei kecil kepada teman dengan pertanyaan:

- “Berapa jumlah saudaramu? Buah apa yang kamu sukai? Bagaimana cara kamu berangkat ke sekolah?”

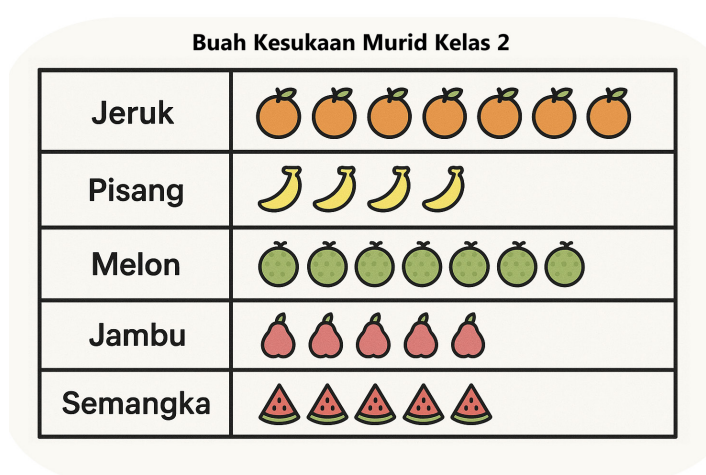
Jawaban dicatat menggunakan **turus**, disusun dalam **tabel sederhana**, dan *dianalisis bersama*. Murid belajar data bukan hanya angka, tetapi *cerita dan informasi yang bisa mereka pahami dan gunakan*. Kemudian data disajikan ke bentuk **piktogram** dengan menggambar buah, binatang, atau alat transportasi sesuai dengan jumlah yang didapat. Dari sini, terbangun konsep “terbanyak”, “tersedikit”, dan selisih antar data. Jadi, agar pengalaman ini lebih menyenangkan, pembelajarannya interaktif dikaitkan dengan kehidupan nyata.

Murid:

- membuat **tabel atau grafik bersama** dari hasil survei,
- melakukan **observasi di kelas dan satuan pendidikan**,
- terlibat dalam **permainan tebak data**: “Coba tebak, hewan apa yang paling banyak dipelihara oleh teman-teman?”

Pendidik mengajak murid untuk **berpikir kritis dan eksploratif** lewat pertanyaan seperti:

- “Mengapa banyak yang memilih jeruk sebagai buah favorit?”
- “Apa yang bisa kita ketahui dari grafik ini?”



Murid menjelaskan temuannya di depan kelas sebagai “peneliti kecil” yang mengumpulkan dan menyampaikan informasi penting bagi mereka.

Asesmen dilakukan dengan mengamati kemampuan murid dalam mengelola data sederhana hingga empat kategori menggunakan turus dan pictogram mulai dari mengurutkan data dari benda nyata atau gambar, menyortir berdasarkan kategori tertentu, mengelompokkan dengan konsisten, membandingkan jumlah antar kategori, serta menyajikan hasil dalam bentuk turus atau pictogram yang dapat dibaca dan dipahami. Perilaku diamati apakah murid dapat:

- melakukan satu kegiatan seperti menyortir, membuat satu jenis turus atau satu pictogram untuk satu kelompok data benda.
- mengurutkan, menyortir, dan mengelompokkan data dalam beberapa kategori, serta menyajikan menggunakan turus dan pictogram, tanpa koneksi atau analisis lebih lanjut.
- mengurutkan, menyortir, mengelompokkan, membandingkan, dan menyajikan data, dan mengaitkan antar kategori, seperti membandingkan jumlah kategori dan menarik kesimpulan sederhana.

Teknik asesmen lainnya adalah percakapan reflektif seperti menanyakan alasan di balik pilihan representasi mereka, *"Mengapa kamu memilih menggambar banyak apel di gambar ini?"*, analisis terhadap produk murid seperti tabel turus atau piktogram yang dibuat, serta tugas proyek sederhana misalnya mencatat data jumlah penghapus, jumlah sapu di kelas atau pilihan makan siang selama satu minggu. Hal ini untuk mendapatkan gambaran lebih menyeluruh tentang pemahaman dan keterampilan murid dalam mengelola data.

2

Fase B (Kelas III dan IV SD/MI/Program Paket A)

Elemen Bilangan

Materi ini mencakup intuisi bilangan hingga 10.000 serta membaca, menulis, membandingkan, dan mengurutkan bilangan, serta nilai tempat, komposisi dan dekomposisi bilangan hingga 10.000. Kemudian penjumlahan dan pengurangan, serta perkalian dan pembagian hingga 1.000 dengan bantuan benda konkret, mengenal kelipatan dan faktor, perbandingan dan pengurutan pecahan dengan pembilang satu atau penyebut sama, pecahan senilai dan desimal, serta mengubah pecahan menjadi desimal dan persen.

- **Perluasan intuisi bilangan (*number sense*) pada bilangan cacah sampai 10.000**

Pembelajaran ini meliputi memahami struktur sistem desimal, yaitu nilai tempat satuan, puluhan, ratusan, dan ribuan, bukan sekedar menghafal angka. Murid belajar bahwa 4.000 lebih besar dari 3.900 bukan hanya karena angka 4 lebih besar dari 3, tetapi karena perbedaan nilai tempatnya.

Intuisi bilangan dibangun untuk mendorong murid berpikir fleksibel tentang bilangan misalnya memperkirakan atau mengestimasi hasil $3.200 + 1.850$ dengan membulatkan ke ribuan terdekat atau mengenali pola seperti kelipatan 100 atau 1.000 dalam membantu strategi berhitung mental. Intuisi ini menjadi dasar untuk belajar materi lain seperti pengukuran, pecahan, dan persen. Pendekatan dilakukan melalui aktivitas konkret, visualisasi seperti blok *dienes* atau garis bilangan, dan latihan melakukan prosedur hitung dan estimasi, pemodelan, dan diskusi makna bilangan.

Makna nilai tempat dan keterkaitan antar bilangan dieksplorasi melalui aktivitas membandingkan dan mengurutkan bilangan misalnya murid bekerja dalam kelompok untuk menyusun kartu bilangan acak (misalnya 4.205, 3.789, 9.300, 7.540) dari yang

terkecil ke terbesar. Kemudian, diskusi reflektif bagaimana memutuskan urutannya, menekankan alasan logis seperti membandingkan angka ribuan lebih dulu, lalu ratusan jika sama, dan seterusnya. Dalam konteks nyata, murid membandingkan harga barang dalam katalog belanja, mengurutkan dan menjelaskannya secara lisan atau tertulis.

Asesmen intuisi bilangan dilakukan dengan mengamati perkembangan pemahaman secara bertahap. Pendidik mengamati apakah murid mampu mengenali bilangan dan memahami satu informasi sederhana, seperti membaca angka atau menyebutkan nilai tempat satuan, puluhan, ratusan, atau ribuan. Selanjutnya mengamati dalam mengurutkan dan membandingkan bilangan, atau membentuk bilangan dari komponen nilai tempat, saat bermain garis bilangan, diskusi reflektif tentang strategi memperkirakan jumlah, serta tugas-tugas konkret seperti membangun bilangan dengan blok atau tabel nilai tempat sehingga diperoleh beberapa informasi yang lebih lengkap.

- **Membaca dan menulis bilangan sampai 10.000**

Kegiatan ini meliputi membaca dan menulis bilangan hingga 10.000, memahami nilai tempat sampai ribuan, dan merepresentasikan bilangan dalam bentuk angka dan kata. Keterampilan ini dapat diperkuat melalui konteks uang dengan mengenalkan berbagai pecahan mata uang dan nilainya sesuai dengan pengalaman sehari-hari, seperti menghitung belanja, menabung, atau mencatat pengeluaran sehingga membangun bidang lain seperti literasi keuangan maupun konteks lainnya. Beberapa hal penting yang perlu diperhatikan:

- **variasi representasi:** berlatih membaca bilangan, menulis dengan angka atau kata bilangan, menggabung dan mengurai bilangan sampai ribuan.
- **konsistensi nilai tempat:** membantu murid memahami bahwa dalam sistem desimal, nilai tempat memiliki pola kelipatan sepuluh.
- **mewaspada kesalahan umum:** kesalahan membaca misalnya, “3205” menjadi “tiga puluh dua ratus lima,” atau “tiga ribu dua puluh lima,” harus diidentifikasi dan diperbaiki melalui latihan berulang dengan contoh nyata.
- **visualisasi dan kontekstualisasi:** menggunakan uang rupiah, tabel, dan gambar konkret meningkatkan pemahaman struktur bilangan.

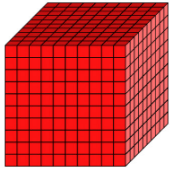
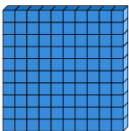
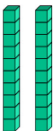
Asesmen difokuskan pada pemahaman konseptual dan kemampuan representasi numerik mulai dari mengenali angka sebagai bilangan atau simbol, menghubungkan nilai tempat dan cara menuliskan bilangan sampai 5 digit baik dengan angka atau kata bilangan, hingga menggunakan bilangan secara fleksibel dan bermakna dalam berbagai konteks. Fokus penilaian pada kebenaran jawaban dan alasan di balik

pemilihan angka, struktur penulisan, serta hubungan antara bentuk angka dan nilainya.

- **Menentukan dan menggunakan nilai tempat bilangan sampai 10.000**

Pada materi nilai tempat, murid belajar mengenali struktur bilangan empat digit: ribuan, ratusan, puluhan, dan satuan, serta menegaskan bahwa nilai suatu digit bilangan bergantung pada posisinya. Pembelajaran dimulai dengan membaca dan menulis bilangan hingga 10.000 secara benar, membandingkan beberapa bilangan berdasarkan posisi digitnya yaitu setiap nilai tempat digit bernilai sepuluh kali lebih besar dari nilai tempat digit di sebelah kanannya, serta membulatkan bilangan ke puluhan, ratusan, atau ribuan terdekat sesuai konteks.

Strategi pembelajaran nilai tempat dapat menggunakan kartu angka atau tabel blok basis 10 dan nilai tempat untuk membentuk berbagai bilangan empat digit. Pendidik meminta murid menyusun bilangan dari kartu, menuliskan, dan menjelaskan nilai setiap digit. Misalnya, dengan kartu angka 1, 1, 2, dan 6, murid bisa membentuk bilangan 1.126 dan menjelaskan bahwa angka 1 berada di tempat ribuan bernilai 1.000, angka 1 di tempat ratusan bernilai 100, dan seterusnya.

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan
			
1	1	2	6

Murid menyatakan bahwa nilai 1 ribuan = 1.000, 1 ratusan = 100, 2 puluhan = 20, 6 satuan = 6, kemudian menjelaskan bahwa bilangan tersebut bernilai 1.126 (*seribu seratus dua puluh enam*).

Selanjutnya, kegiatan permainan, yaitu membandingkan dua bilangan, membulatkan bilangan ke ratusan atau ribuan terdekat, serta mengurutkan beberapa bilangan dari yang terkecil ke terbesar. Permainan ini mendorong pemahaman konseptual, kerja sama, serta berpikir kritis dalam konteks yang konkret dan menyenangkan.

Asesmen materi nilai tempat difokuskan pada pemahaman dan penggunaan konsep nilai tempat digit dalam bilangan empat angka. Asesmen dalam bentuk observasi saat murid membentuk bilangan dengan manipulatif (seperti blok nilai tempat

atau kartu angka) meliputi cara mereka menjelaskan nilai setiap digit, ketepatan membaca, menulis, membandingkan, dan membulatkan bilangan. Asesmen tertulis berbentuk soal cerita, lembar kerja, atau kuis yang meminta murid menunjukkan pemahaman nilai tempat (misalnya: “Berapa nilai tempat angka 7 dalam bilangan 7.463?” atau “Tuliskan bilangan yang terdiri dari 5 ribuan, 2 ratusan, 0 puluhan, dan 8 satuan”). Bentuk asesmen lainnya portofolio tugas murid seperti kumpulan aktivitas nilai tempat, penulisan bilangan, serta percakapan reflektif untuk menggali sejauh mana pemahaman numerik murid.

- **Melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan sampai 10.000**

Komposisi dan dekomposisi bilangan menguatkan pemahaman nilai tempat dan berhitung efisien. Kegiatan mempartisi, menyusun, dan mengelompokkan ulang bilangan dua hingga empat digit dalam berbagai cara, murid memahami bagaimana angka tersusun dan saling berkaitan, bahwa bilangan dapat diuraikan menjadi ribuan, ratusan, puluhan, dan satuan dalam banyak kombinasi, yang memperkuat fleksibilitas berpikir dan strategi berhitung.

Belajar komposisi dan dekomposisi bilangan dilakukan melalui pendekatan KGA (Konkret–Gambar–Abstrak) untuk mendukung pemahaman mendalam, bermakna, menantang, dan menyenangkan. Tahap konkret, menggunakan alat bantu fisik seperti blok basis-10 untuk menyusun dan mengelompokkan ulang bilangan. Misalnya, diperlihatkan blok-blok yang merepresentasikan $1.500 + 200 + 30 + 4$ dan guru bertanya, “Berapa banyak cara berbeda yang bisa kamu lakukan untuk menyusun bilangan 1.734?” murid kemudian mencoba berbagai cara pengelompokan ulang seperti $1.600 + 100 + 30 + 4$ atau $1.000 + 700 + 20 + 14$. Pada tahap gambar, murid menggambar blok-blok nilai tempat dengan simbol visual seperti kotak besar untuk ribuan, persegi panjang untuk ratusan, batang untuk puluhan, dan titik untuk satuan, serta menggunakan tabel untuk merepresentasikan berbagai bentuk bilangan. Tahap abstrak, menuliskan bilangan dalam ekspresi numerik, misalnya: $1.734 = 1000 + 700 + 30 + 4$, atau $1.734 = 1700 + 34$, atau $1.734 = 1600 + 134$. Penguatan dilanjutkan dengan permainan “Tantangan Komposisi”, di mana satu murid menyebut angka (misalnya 2.345) dan pasangannya menunjukkan dua cara berbeda untuk menguraikannya. Kegiatan dengan konteks nyata, seperti menyusun uang: “Jika kamu punya Rp57.550, bagaimana kamu bisa menyusunnya menggunakan uang Rp20.000, Rp10.000, Rp5.000, Rp1.000, Rp500, Rp100, dan Rp50?”.

Melalui komposisi dan dekomposisi, murid sekedar menghafal angka, tetapi mengembangkan pemahaman struktur bilangan mulai dari menggunakan objek konkret (seperti blok basis-10), gambar visual, dan ekspresi matematika.

Representasi susunan bilangan yang beragam ini memperkaya cara berpikir murid dan memfasilitasi transisi dari pengalaman konkret ke pemahaman abstrak yang diperlukan pada matematika tingkat lanjut nantinya. Contoh penggunaan strategi komposisi dan dekomposisi yang fleksibel:

- Penggunaan nilai ratusan, puluhan, dan satuan secara fleksibel untuk berhitung, misal: menambah 350 dengan 457, dilakukan dengan memisah 350 menjadi 300 dan 50, dilanjut dengan 457 ditambah 300 jadi 757, baru ditambah 50 jadi 807.
- Penggunaan nilai tempat secara fleksibel dengan strategi pengelompokan ulang untuk membantu berhitung mental. Misal, menambah 450 dengan 550, dilakukan dengan mengurai 450 sebagai 400 dan 50, lalu menambah 50 ke 550 menjadi 600, baru menambah 400 dan 600 menjadi 1000. Pengurangan $3000 - 260$, dilakukan dengan mengurai 3000 sebagai 2700 dan 300 sehingga $300 - 260$ menjadi 40, baru 2700 ditambah 40 jadi 2740.

Asesmen komposisi dan dekomposisi bilangan difokuskan pada pemahaman nilai tempat dan fleksibilitas dalam menyusun bilangan. Tingkat pemahaman tertinggi adalah bisa menggunakan pemahaman murid untuk menyelesaikan soal dalam berbagai situasi nyata misalnya masalah penggunaan uang, memilih strategi solusi paling efisien dan menjelaskan alasannya. Tingkat pemahaman berikutnya, murid bisa menyusun dan menguraikan bilangan dalam beberapa cara dan menjelaskannya dalam membantu berhitung, menghubungkan benda konkret seperti blok basis-10 dengan gambar dan angka, serta menunjukkan beberapa cara dalam menguraikan bilangan walaupun belum bisa menjelaskan hubungan cara-cara tersebut. Tingkat paling dasar, murid bisa menunjukkan satu cara menguraikan bilangan dan belum memahami makna nilai tempat. Tabel berikut ini dapat digunakan sebagai acuan dalam merancang asesmen:

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Indikator
Dasar	Menunjukkan satu cara penguraian tetapi belum memahami hubungan antar nilai tempat.	• Dapat menyusun $1.734 = 1000 + 700 + 30 + 4$ tanpa penjelasan. • Dapat menunjukkan satu rangkaian susunan blok basis-10 atau dengan gambar dengan tabel.
Awal	Mampu menunjukkan beberapa bentuk penguraian, tetapi belum menjelaskan keterkaitannya	• Dapat menyusun $1.734 = 1000 + 700 + 30 + 4$ dan $1.734 = 1700 + 34$, tanpa penjelasan atau belum mengaitkan antar blok basis-10 dengan ekspresi simbolik.

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Indikator
Menengah	Memahami hubungan antar bentuk penguraian dan menjelaskan alasan strategis memilih bentuk tertentu.	- Dapat menjelaskan kenapa $1700 + 34$ dipilih untuk menyatakan 1.734. - Dapat menghubungkan blok basis 10 dan ekspresi simbolik.
Tinggi	Menerapkan pemahaman nilai tempat secara fleksibel dalam konteks baru atau kompleks.	- Dapat menggunakan strategi untuk menyusun Rp 57.550 dari pecahan uang yang beragam. - Dapat mentransfer strategi ke penyelesaian soal cerita.

- **Melakukan dan menyelesaikan masalah operasi bilangan penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 1.000.**

Pembelajaran penjumlahan dan pengurangan dimulai dari penguatan intuisi bilangan, pemahaman nilai tempat, serta komposisi dan dekomposisi sehingga murid bisa memecah, menyusun ulang, dan mengelompokkan bilangan secara fleksibel dalam perhitungan. Pendidik mengenalkan berbagai strategi yang berbasis nilai tempat, tidak hanya cara hitung standar. Pemahaman hubungan antara penjumlahan dan pengurangan diperlukan misalnya untuk mengecek hasil penjumlahan dari bentuk hasil pengurangannya. Murid perlu menghafal fakta dasar penjumlahan dan pengurangan untuk bilangan satu dan dua digit sebagai dasar strategi berhitung mental yang efisien, serta mengenal soal-soal melibatkan kuantitas tak diketahui dan bentuk setara, agar terbiasa menyelesaikan masalah nyata dengan strategi yang tepat. Pembelajaran menekankan cara berpikir dan alasannya bukan sekedar kebenaran jawaban.

Pembelajaran dapat dimulai dengan menguasai fakta-fakta bilangan dasar hingga 100, seperti $47 + 53$ atau $85 - 25$, untuk diselesaikan secara intuitif sebelum menyelesaikan operasi yang lebih kompleks (misalnya $284 + 639$ atau $1.000 - 275$). Kemudian, menggunakan strategi fleksibel yang dipilih murid sendiri dalam menyelesaikan soal misalnya $368 + 127$, murid menguraikan bilangan menjadi $300 + 100 = 400$, $60 + 20 = 80$, dan $8 + 7 = 15$, sehingga diperoleh 495, atau menggunakan strategi ke angka ratusan terdekat: $368 + 132 - 5 = 500 - 5 = 495$. Selanjutnya, pendidik memodelkan strategi berpikir dalam menyelesaikan soal dan menjelaskan langkah demi langkah secara lisan (misal, menyelesaikan $1.542 - 768$, pendidik bilang,

“Saya akan mengurangkan ratusan dulu: $1.500 - 700 = 800$, lalu kurangi puluhan: $40 - 60$, hmm... itu berarti saya perlu meminjam, dan seterusnya.” Ini membantu murid bahwa proses berpikir itu penting dan dapat diikuti.

Terakhir, agar lebih bermakna, murid dilibatkan dalam kerja kelompok kecil. Misalnya, murid diminta menyelesaikan soal cerita seperti: *“Di sebuah gudang terdapat 1.384 karung beras. Setelah dikirim 768 karung, berapa sisa karung di gudang?”* Murid bekerja berpasangan mencoba dua strategi berbeda dan kemudian membandingkan hasilnya. Diskusi ini membantu murid menemukan strategi lebih efisien, mengembangkan keterampilan komunikasi dan kolaborasi dalam memecahkan masalah matematika.

Selama murid bekerja dalam kelompok kecil, pendidik mengamati proses diskusi dan memberikan bimbingan langsung kepada kelompok yang terlihat mengalami kesulitan. Misalnya, dalam menyusun strategi pengurangan seperti $1.000 - 438$, pendidik mendampingi kelompok yang kesulitan dengan menunjukkan langkah-langkah menggunakan nilai tempat atau strategi pengurangan bertahap.

Asesmen difokuskan pada pemahaman konsep nilai tempat, kelancaran menggunakan fakta dasar, dan fleksibilitas strategi dalam menyelesaikan soal. Pendidik mengamati dan mencatat apakah murid menggunakan strategi yang efisien dan sesuai dengan pemahaman nilai tempat, memberi penjelasan lisan, gambar, atau pemodelan menggunakan blok basis-10, alasan strategi yang dipilih serta kebenaran jawaban akhir. Soal cerita kontekstual dapat diberikan untuk melihat kemampuan menerapkan konsep dalam situasi nyata. Asesmen dapat berupa lisan, tertulis, melalui diskusi kelompok, atau pengamatan saat kegiatan berlangsung. Tabel berikut ini dapat digunakan sebagai acuan dalam merancang asesmen penjumlahan dan pengurangan:

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Indikator
Dasar	Menunjukkan satu cara menyelesaikan soal, tetapi belum memahami hubungan nilai tempat.	- Menyelesaikan $384 + 127$ dengan strategi susun ke bawah tanpa menjelaskan langkahnya. - Menggunakan blok basis-10 untuk menunjukkan 500 namun belum mengaitkan dengan notasi simbolik.

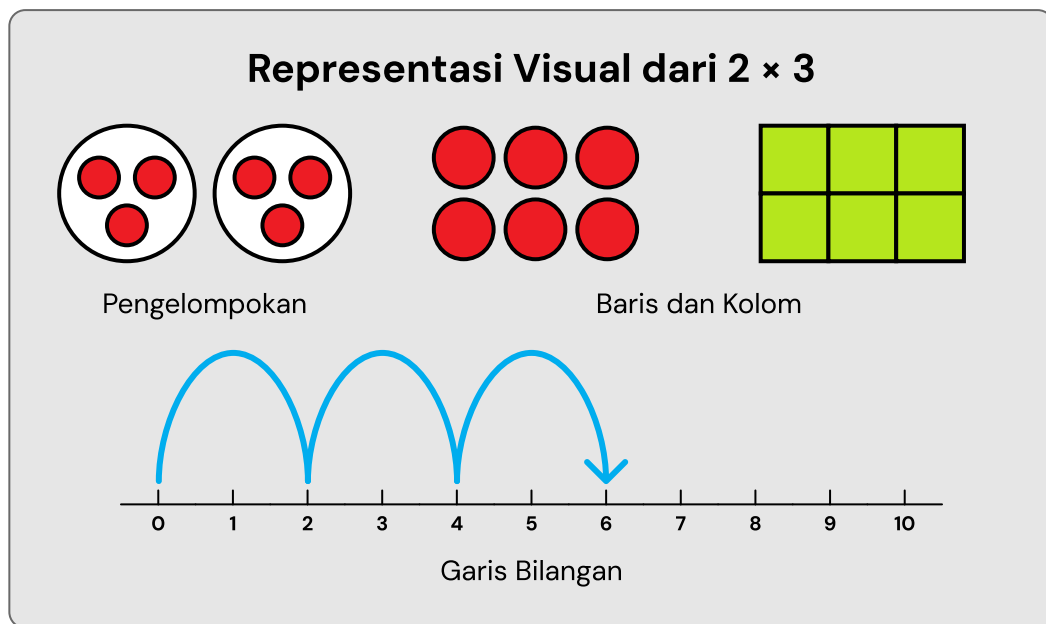
Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Indikator
Awal	Mampu menunjukkan beberapa cara atau bentuk strategi, namun belum menjelaskan keterkaitannya.	- Menunjukkan dua cara menguraikan 842 (misal: $800 + 40 + 2$ dan $700 + 140 + 2$) tanpa menjelaskan perbedaan atau alasan strategis. - Menjawab $1.000 - 427$ dengan dua strategi berbeda tapi tidak menjelaskan kenapa satu strategi lebih efisien.
Menengah	Memahami hubungan antar bentuk dan dapat menjelaskan alasan strategis memilih bentuk tertentu.	- Menjelaskan bahwa $600 + 130 + 2$ dipilih untuk memudahkan penjumlahan 732 dengan bilangan lain, misalnya dengan 470. - Menunjukkan hubungan antara pengurangan dengan strategi kompensasi, seperti $1.000 - 398$ menjadi $1.000 - 400 + 2$.
Tinggi	Menerapkan pemahaman secara fleksibel dalam konteks baru atau kompleks.	- Menyelesaikan soal cerita seperti: "Rina memiliki Rp3.500 dan membeli barang seharga Rp1.725. Berapa kembaliannya?" dengan strategi efisien yang dijelaskan. - Menyusun bilangan 2.755 dari pecahan uang atau blok manipulatif dengan lebih dari satu strategi dan menjelaskan alasannya.

- **Melakukan dan menyelesaikan masalah operasi perkalian dan pembagian bilangan cacah sampai 100 dengan benda konkret, gambar, dan simbol.**

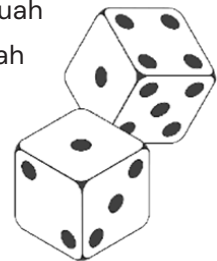
Pemahaman dibangun melalui penguasaan fakta-fakta perkalian dasar, yaitu dapat mengingat dan mahir menggunakan hasil perkalian angka-angka kecil seperti 2, 3, 4, 5, dan 10, serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, murid menyelesaikan soal seperti "Ada 4 kotak, masing-masing berisi 5 manggis, berapa banyak jumlah seluruh manggis?" menggunakan gambar, benda konkret, model matematika sederhana, atau strategi lainnya.

Pembagian dikenalkan sebagai operasi kebalikan dari perkalian. Murid belajar menghubungkan fakta-fakta perkalian dengan pembagian dan memahami makna "dibagi menjadi beberapa kelompok" atau "membagi jumlah ke dalam bagian yang

sama". Murid didorong memilih strategi yang sesuai misalnya dengan menggambar kelompok, membuat baris dan kolom, menggunakan garis bilangan, atau menggunakan alat bantu digital. Strategi yang fleksibel ini bertujuan untuk menyelesaikan masalah secara efisien dan efektif serta memahami keterkaitan antara perkalian dan pembagian.



Kegiatan dapat dimulai dengan meminta murid melempar dua buah dadu secara bergantian. Lemparan pertama menentukan jumlah kelompok, dan lemparan kedua menentukan isi tiap kelompok. Misalnya, lemparan dadu pertama mendapatkan angka 6, kemudian menggambar 6 lingkaran. Lemparan kedua, muncul angka 3, sehingga murid mengisi setiap lingkaran dengan 3 titik. Murid diminta mendeskripsikan temuan, "Ada 6 lingkaran, masing-masing berisi 3 titik. Jadi semuanya ada 18 titik". Selanjutnya, murid menuliskan kalimat matematika, $6 \times 3 = 18$.



Pendidik memandu diskusi dengan pertanyaan terbimbing untuk membantu murid **merefleksikan** apa yang mereka amati. Misalnya:

Pendidik : "Ada berapa kelompok yang kamu buat?"

Murid : "Ada 6 kelompok."

Pendidik : "Setiap kelompok berisi berapa titik? Totalnya berapa?"

Murid : "Setiap kelompok ada 3 titik, semuanya ada 18 titik."

Pendidik : "Bagaimana kamu tahu bahwa semuanya ada 18?"

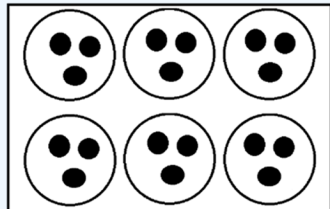
Murid : "Karena $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$."

Pendidik : "Ada berapa bilangan 3?"

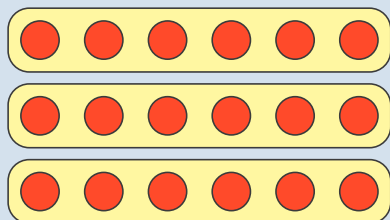
Murid : "Ada 6 bilangan 3"

Pendidik : "Jadi itu bisa dikatakan apa?"

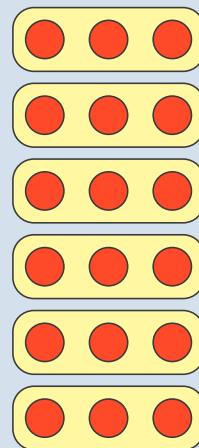
Murid : "Enam kali tiga."



Penguatan sifat komutatif atau pertukaran dalam perkalian dengan mengubah susunan misalnya, murid membuat 3 kelompok yang masing-masing berisi 6 bola dan 6 kelompok yang masing-masing berisi 3 bola, kemudian menyimpulkan hasil 3×6 dan 6×3 adalah sama, yaitu 18. Murid melihat bahwa urutan faktor dalam perkalian dapat ditukar tanpa mengubah hasilnya.

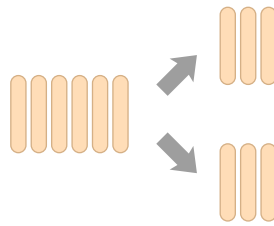


$$3 \times 6$$

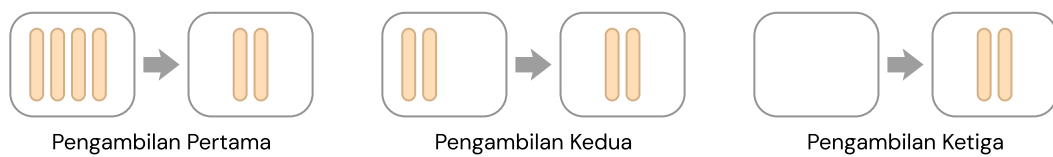


$$6 \times 3$$

Gunakan pertanyaan terbuka dan terbimbing untuk mendorong murid menemukan dan menyimpulkan konsep melalui eksplorasi dan refleksi bahwa perkalian dapat dimaknai sebagai pengelompokan atau penjumlahan berulang. Pada pembagian, pendidik dapat memanfaatkan alat konkret seperti stik es krim atau biji-bijian untuk membantu pemahaman murid. Misalnya, pendidik memberikan situasi masalah: " $6 : 2 = \dots$ ", murid diminta untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan stik es krim. Sebagian murid mungkin langsung membagi 6 stik menjadi 2 kelompok sama besar, lalu menemukan bahwa setiap kelompok berisi 3 stik, sehingga $6 : 2 = 3$.



Namun, ada juga yang menyelesaikan dengan cara berbeda, yaitu mengambil 2 stik es krim sebanyak tiga kali hingga habis. Di sini, murid memaknai pembagian sebagai proses pengurangan berulang. Dalam hal ini, $6 : 2$ dipahami sebagai $6 - 2 - 2 - 2 = 0$, yaitu 6 dikurangi 2 sebanyak 3 kali.



Penting bagi pendidik untuk menggali proses berpikir murid melalui pertanyaan terbuka tidak sekedar hasil, dengan memberi kesempatan menjelaskan secara lisan dalam memperkuat kemampuan mengomunikasikan strategi dan penalaran matematisnya. Pendidik berperan aktif memberikan arahan, klarifikasi, serta memperkuat pemahaman murid.

Kemudian, murid diajak memahami hubungan antara perkalian dan pembagian dengan benda konkret, misalnya bahwa $2 \times 3 = 6$ sehingga $6 : 2 = 3$ dan $6 : 3 = 2$. Ini menunjukkan perkalian dan pembagian saling berkaitan dan bisa digunakan secara fleksibel untuk menyelesaikan masalah. Setelah dengan benda konkret, pendidik mengenalkan bentuk visual seperti gambar, garis bilangan, atau tabel perkalian. Contohnya, murid menggambar kelompok atau melompat di garis bilangan untuk menyelesaikan 6×4 . Pendidik juga memberi soal kontekstual seperti menentukan jumlah pensil dalam beberapa kotak. Dengan cara ini, murid belajar menghubungkan situasi nyata dengan ekspresi matematika dan memahami struktur operasi dalam konteks yang bermakna.

Asesmen perkalian dan pembagian dapat menggunakan tabel berikut:

Tingkat Pemahaman	Deskripsi Pemahaman	Contoh Indikator
Dasar	Murid memahami satu informasi atau strategi sederhana, namun belum dapat menjelaskan atau menghubungkannya.	- Menjawab $5 \times 4 = 20$ tetapi belum dapat menjelaskan alasannya. - Menyebutkan hasil $24 : 6 = 4$ tetapi belum dapat menjelaskan prosesnya. - Menjawab benar tetapi belum menggunakan model atau penalaran yang jelas.
Awal	Murid menguasai beberapa informasi atau strategi, tetapi masih menggunakannya secara terpisah dan belum terhubung.	- Menyebutkan bahwa $4 \times 5 = 20$, $5 \times 4 = 20$, dan $20 : 5 = 4$ tetapi belum menyimpulkan bahwa hasilnya berkaitan. - Menggunakan alat bantu seperti garis bilangan atau gambar, tapi belum menjelaskan keterkaitannya. - Menjawab benar, namun strategi tidak konsisten.
Menengah	Murid mulai menghubungkan berbagai representasi, memahami hubungan antara perkalian dan pembagian, serta menjelaskannya.	- Menyatakan bahwa $5 \times 4 = 20$ berarti ada 5 kelompok masing-masing 4, dan bahwa $20 : 5 = 4$ adalah kebalikannya. - Menggunakan model, kalimat matematika, dan penjelasan verbal untuk menyelesaikan soal cerita.
Tinggi	Murid mentransfer pemahaman ke situasi baru, menyusun generalisasi, dan menjelaskan prinsip strategi yang digunakan.	- Menjelaskan bahwa perkalian bersifat komutatif sedangkan pembagian tidak. - Menyelesaikan soal non-rutin seperti "Ada 72 kelereng, tiap kotak berisi 8, berapa kotak yang dibutuhkan?" tanpa bantuan alat konkret. - Menunjukkan fleksibilitas dalam strategi.

- Pengenalan kelipatan dan faktor**

Konsep **kelipatan dan faktor** diperkenalkan sebagai kelanjutan perkalian dan pembagian. **Faktor** adalah bilangan yang dapat membagi suatu angka secara sempurna tanpa sisa. Misalnya, faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, dan 12 karena bilangan tersebut dapat membagi 12 tanpa sisa. **Kelipatan** adalah hasil perkalian

suatu bilangan dengan bilangan lain. Misalnya, kelipatan dari 6 adalah 6, 12, 18, dan seterusnya, karena semua bilangan tersebut adalah hasil dari 6 dikali dengan bilangan lain.

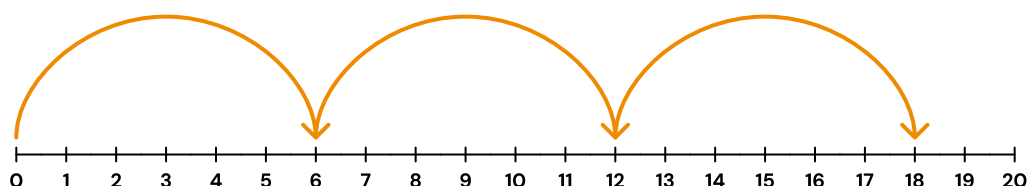
Belajar faktor dan kelipatan penting dalam matematika dan banyak aspek kehidupan serta bidang lainnya. Beberapa contohnya adalah:

- **Musik.** Konsep kelipatan digunakan untuk menentukan pola ritme seperti dalam tempo atau pembagian ketukan.
- **Olahraga.** Konsep kelipatan digunakan untuk penjadwalan latihan dan pembagian tim dalam pelatihan dan strategi olahraga.
- **Porsi resep masakan.** Untuk memasak dalam porsi yang besar maka takaran resepnya menggunakan kelipatan takaran resep untuk satu porsi.

Pemahaman faktor misalnya 12, murid dapat mengeksplorasi dan berdiskusi untuk menyebutkan semua faktor dari 12 seperti 1, 2, 3, 4, 6, dan 12.

12	
1	12
2	6
3	4

Dalam konteks kelipatan, murid dapat diminta menemukan tiga kelipatan pertama dari 6, yaitu 6, 12, dan 18.



Penguatan konsep, dapat dirancang melalui soal kontekstual. Misalnya: "Ali memiliki 24 kelereng dan ingin membaginya ke dalam beberapa kotak secara merata. Ia mencoba membaginya ke dalam 2, 3, dan 4 kotak. Pembagian mana yang tidak menyisakan kelereng?" Soal ini untuk berpikir tentang faktor dari 24 dan juga mengembangkan keterampilan berpikir logis dan sistematis.

Murdi juga dibimbing untuk memilih **strategi berhitung efisien** seperti membuat daftar, menggambar diagram, atau menggunakan manipulatif untuk menemukan faktor atau kelipatan, serta proses berpikirnya dalam memperoleh jawaban seperti menanyakan alasan, menjelaskan strategi yang digunakan, dan diskusi antar murid untuk saling membandingkan pendekatan.

Asesmen kompetensi faktor atau kelipatan untuk menilai tingkat pemahaman. Tahap dasar, murid mungkin hanya mampu menyebutkan faktor atau kelipatan. Tahap menengah, murid mulai melihat hubungan antar bilangan dan memilih strategi yang tepat. Di tingkat tinggi, murid mampu menggeneralisasi konsep, menjelaskan strategi secara logis, dan menerapkan ke konteks baru.

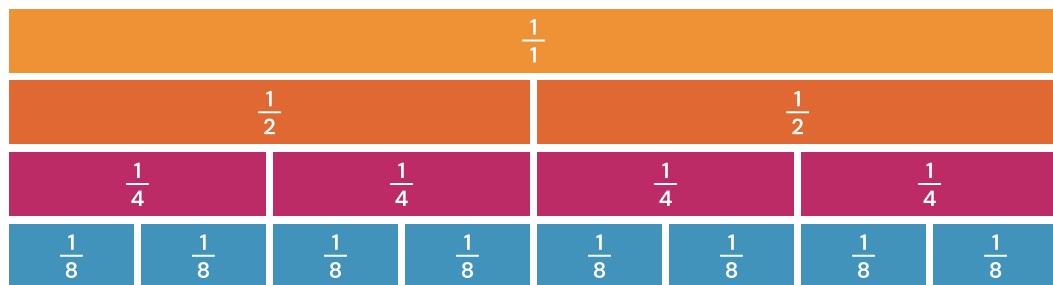
Contoh soal yang diberikan seperti, “Arka memiliki 18 buah kue dan ingin membaginya ke dalam beberapa kotak tanpa sisa. Kotak-kotak itu dapat memuat berapa buah kue?” atau “Tuliskan lima kelipatan dari angka 4 yang kurang dari 50.” Soal-soal ini menilai pengetahuan prosedural, penalaran, dan penerapan konsep. Observasi strategi yang digunakan, baik secara lisan maupun tertulis, diperlukan untuk mendapat gambaran dalam menghubungkan perkalian dan pembagian dengan konsep kelipatan dan faktor.

- **Perbandingan dan pengurutan pecahan dengan pembilang satu, pecahan dengan penyebut yang sama, pengenalan dan penerapan pecahan senilai**

Materi pecahan fase B bertujuan membangun pemahaman konseptual tentang pecahan sebagai bagian dari keseluruhan. Pecahan yang diperkenalkan adalah pecahan unit yaitu pecahan dengan pembilang 1 seperti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, atau $\frac{1}{8}$ dan lainnya. Pengenalan **pecahan unit** pada awal pembelajaran pecahan sangat penting karena alasan berikut.

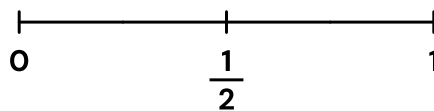
- a. **Konsep dasar pembagian satuan utuh**, membantu memahami bahwa satu benda bisa dibagi menjadi bagian-bagian yang sama besar. Misalnya, $\frac{1}{2}$ berarti satu benda dibagi dua dan kita ambil satu bagian. Pecahan adalah bagian dari keseluruhan.
- b. **Mempermudah visualisasi** melalui gambar atau benda konkret, misalnya:
 - kue dibagi 4, satu bagian berarti $\frac{1}{4}$.
 - penggunaan manipulatif (seperti blok pecahan, kertas lipat, pita pecahan) sangat efektif untuk mengenalkan pecahan unit.
- c. **Landasan untuk membandingkan pecahan**. Murid belajar bahwa:
 - semakin besar penyebut, semakin kecil nilainya (misalnya, $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$).
 - membangun intuisi sebelum belajar membandingkan pecahan bukan unit seperti $\frac{2}{3}$ dan $\frac{2}{4}$.
- d. **Transisi ke pecahan non-unit**. Murid lebih mudah memahami pecahan dengan pembilang lebih dari 1 sebagai pengulangan pecahan unit. Misal $\frac{3}{4}$ berarti tiga bagian $\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$.
- e. **Penguatan pemahaman bilangan** bahwa di luar bilangan bulat, terdapat bilangan pecahan yang letaknya bisa berada “di antara” bilangan bulat.

Pengenalan pecahan unit menggunakan benda konkret misalnya pendidik memotong pita kertas atau kertas dengan bentuk persegi menjadi dua, tiga, atau empat bagian yang sama, lalu menunjukkan bahwa satu potong dari dua bagian disebut satu per dua ($\frac{1}{2}$), satu potong dari empat disebut satu per empat ($\frac{1}{4}$), dan seterusnya. Bentuk lainnya seperti membagi kue mainan, batang plastisin, atau pita warna menjadi bagian yang sama memperkuat pemahaman bahwa pecahan menunjukkan *bagian dari satu keseluruhan*.

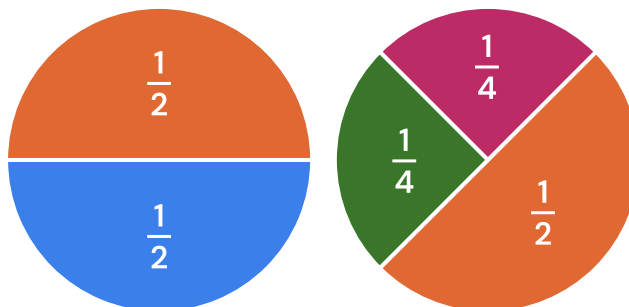


Gambar 10. Pecahan Unit: Pecahan yang Pembilangnya 1

Selanjutnya, murid diajak menyajikan pecahan dalam bentuk visual. Garis bilangan adalah representasi abstrak yang efektif untuk menunjukkan urutan dan perbandingan pecahan. Murid dapat menandai posisi 0, $\frac{1}{2}$, dan 1 pada garis bilangan, mendiskusikan mengapa $\frac{1}{2}$ berada di tengah antara 0 dan 1.



Visualisasi lainnya, pendidik menggunakan kertas persegi atau lingkaran yang dibagi menjadi bagian sama, dan mewarnai satu bagian dari empat ($\frac{1}{4}$), atau dua bagian dari empat ($\frac{2}{4}$), bahwa pecahan juga menunjukkan hubungan bagian-terhadap-keseluruhan dan pecahan senilai.



Penjumlahan pecahan, dipahami melalui aktivitas *penggabungan pecahan dengan penyebut sama*, yaitu menggabungkan bagian-bagian dari model konkret. Misalnya, menggunakan potongan lingkaran yang dibagi empat, murid dapat menyatukan dua $\frac{1}{4}$ bagian untuk melihat bahwa $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$. Selanjutnya, menyusun model-model pecahan

tersebut ke dalam satuan utuh contohnya: “Berapa banyak $\frac{1}{3}$ yang dibutuhkan untuk membentuk satu utuh?” atau “Jika kamu memiliki $\frac{2}{5}$, berapa lagi yang kamu perlukan untuk membuat satu?” Dengan bimbingan, murid mulai menyadari bahwa pecahan dapat dijumlahkan jika memiliki bagian yang sama besar, yaitu penyebut yang sama.

Pada kegiatan *perbandingan dan pengurutan pecahan*, murid mengamati ukuran berbagai pecahan dan menempatkan pada garis bilangan, serta berdiskusi seperti, “Mana yang lebih besar, $\frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{4}$? Mengapa?” atau memberikan aktivitas memotong kue yang dibagi menjadi 3 bagian dan 4 bagian untuk menunjukkan bagian yang lebih sedikit ukurannya lebih kecil. Murid diberi tugas mengurutkan pecahan seperti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, dan $\frac{1}{4}$, dari terbesar ke terkecil, serta menggunakan gambar, garis bilangan, atau alat manipulatif. Murid dipandu pada pemahaman yang lebih abstrak, semakin besar bilangan pembagi (penyebut), semakin kecil bagian pecahannya.

Melalui aktivitas eksploratif, diskusi, dan refleksi, murid lebih memahami dan dapat menggunakan pecahan dalam konteks kehidupan nyata dan menyelesaikan masalah sederhana dengan percaya diri.

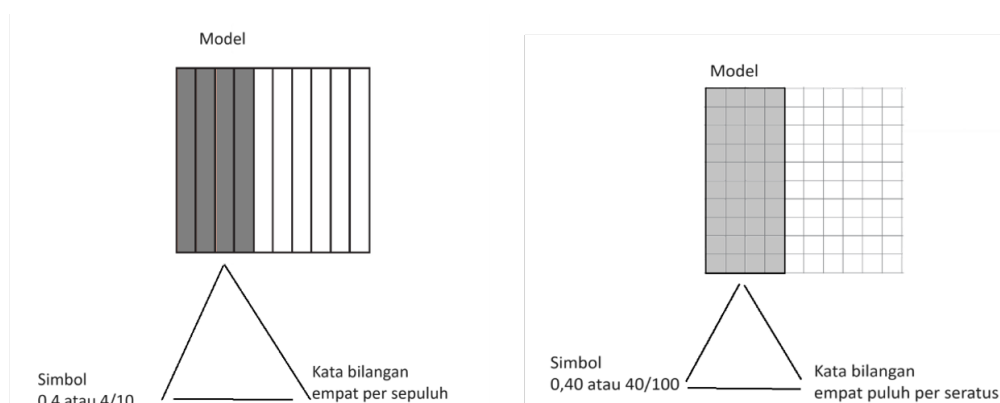
Asesmen dilakukan untuk melihat perkembangan kualitas jawaban murid, mulai dari respons sederhana tunggal hingga ke pemahaman konseptual yang luas, mendalam dan dapat diterapkan ke situasi baru. **Panduan pengamatan atau rubrik asesmen** untuk menilai perkembangan pemahaman konsep pecahan secara bertahap sesuai kualitas respons murid, dapat menggunakan tabel berikut.

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Tugas	Contoh Respon Murid
Tingkat Pemahaman Dasar	Menunjukkan pemahaman satu aspek dari pecahan, tetapi tanpa alasan atau hubungan dengan konsep lain.	Pilih pecahan yang lebih besar: $\frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ ” tanpa penjelasan atau bukti visual)
Tingkat Pemahaman Awal	Dapat mengurutkan atau membandingkan beberapa pecahan, tetapi belum mengaitkan ide atau memberikan alasan yang jelas.	Urutkan pecahan berikut dari yang terbesar ke terkecil: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.” (jawaban benar tapi tanpa penjelasan)

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Tugas	Contoh Respon Murid
Tingkat Pemahaman Menengah	Mengaitkan konsep, memberikan alasan logis, menggunakan model visual atau strategi untuk menjelaskan perbandingan pecahan.	Urutkan dan jelaskan: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$	"Saya urutkan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ karena $\frac{1}{2}$ bilangan pembaginya paling kecil. Saya gambar lingkaran dan bagi jadi 2, 3, dan 4, jadi terlihat $\frac{1}{2}$ paling besar"
Tingkat Pemahaman Tinggi	Mampu menggeneralisasi, menciptakan soal sendiri, menyelesaikan situasi baru, dan menjelaskan strategi berpikir dengan reflektif.	Buat soal cerita perbandingan pecahan, lalu selesaikan dan jelaskan.	"Dina makan $\frac{1}{4}$ kue, Andi makan $\frac{1}{4}$ kue juga, Cici makan $\frac{1}{2}$ kue. Cici makan kue paling banyak. Saya buktikan dengan gambar."

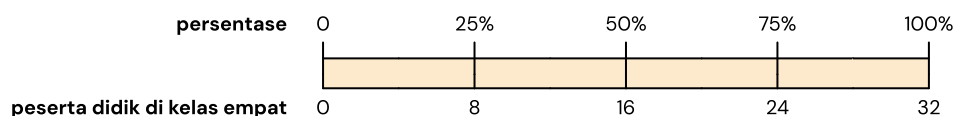
- Intuisi pecahan dan desimal, penentuan pecahan sebagai desimal dan persen**

Pecahan, desimal, dan persen adalah tiga cara berbeda untuk menunjukkan konsep yang sama, yaitu bagian dari keseluruhan. Agar pemahaman berkembang secara intuitif, kegiatan dimulai bertahap dari benda konkret (seperti petak 10×10), visualisasi gambar, hingga ke bentuk simbol abstrak. Murid perlu memahami hubungan kesetaraan antar nilai pecahan misalnya $\frac{1}{2}$, 0,5; dan 50% memiliki nilai yang sama, sehingga lebih mudah dalam membandingkan, mengukur, dan mengubah nilai dalam berbagai situasi, seperti membagi kue, menghitung diskon, atau membaca hasil survei. Keterampilan ini membantu dalam melakukan konversi antar bentuk, seperti perbandingan, proporsi, dan fungsi linear di tingkat lanjut. Pembelajaran bertahap menjadikan murid lebih terampil, berpikir fleksibel, dan memahami satu konsep dari berbagai sudut.



Pembelajaran dapat dimulai dengan mengarsir bagian yang menyatakan pecahan persepuluhan dan perseratusan, lalu mendiskusikan hubungan antara keduanya misalnya apakah $\frac{4}{10}$ atau 0,4 senilai dengan $\frac{40}{100}$ atau 0,40 dan memberikan alasan, mendiskusikan arti simbol persentase (%) dan koneksinya dengan pecahan perseratusan. Murid melihat bahwa 0,4 senilai dengan 0,40 atau $\frac{40}{100}$ dapat dituliskan dengan 40%.

Selanjutnya, diberikan masalah-masalah berkaitan dengan pecahan, desimal dan persentase dalam kehidupan keseharian seperti $\frac{1}{4}$ atau 25%, $\frac{1}{2}$ atau 50% dari banyak benda atau nilai sebuah objek. Misalnya di kelas IV jumlah muridnya 32, dan 50% dari murid di kelas IV suka main bola. Berapa jumlah murid yang suka main bola? Penggunaan garis bilangan atau pita pecahan akan membantu murid melihat koneksi antara persentase dengan kuantitas objek lain yang dibandingkan.



Asesmen dilakukan untuk memantau perkembangan respon murid dalam pembelajaran mulai dari respon sederhana dan terbatas, seperti menjawab dengan satu kata atau bilangan tanpa penjelasan, membangun pengertian lebih utuh, hingga mampu menjelaskan, menghubungkan konsep, dan menerapkan pengetahuan dalam konteks berbeda atau lebih kompleks.

Aljabar

Pada Fase B, aljabar diperkenalkan sebagai materi dalam mengenali, menjelaskan, dan menentukan nilai yang belum diketahui dalam suatu kalimat matematika, khususnya penjumlahan dan pengurangan hingga 100. Aljabar di fase ini tidak melibatkan simbol-simbol rumit (misal huruf) dan fokus pada pengenalan pola, relasi, dan penggunaan simbol pengganti (seperti kotak □, garis ____, atau titik-titik . . .) untuk bilangan yang belum diketahui dalam bentuk sederhana.

Aljabar ditekankan pada pengembangan pemikiran matematis awal bahwa matematika bukan sekadar menghitung, tetapi juga mencari hubungan dan pola. Dengan mengenal konsep nilai yang belum diketahui, murid mulai membangun berpikir abstrak bahwa simbol (misal □, atau ____) mempunyai nilai.

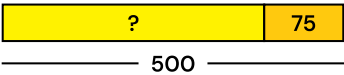
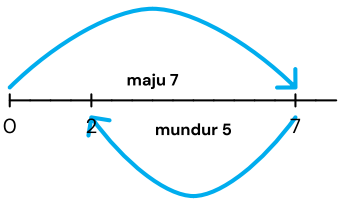
Aljabar juga memperkuat pemahaman operasi dasar (penjumlahan dan pengurangan) dalam konteks yang lebih bermakna bahwa satu bilangan dapat ditemukan dengan cara

berpikir terbalik dari operasi yang dikenal, misalnya menggunakan pengurangan untuk menemukan nilai bilangan yang “hilang” dalam penjumlahan. Kemampuan ini menjadi fondasi keterampilan pemecahan masalah, dalam matematika lanjutan dan kehidupan sehari-hari, seperti saat memperkirakan, membuat perbandingan, atau menyusun strategi logis.

- **Penentuan nilai yang belum diketahui dalam kalimat matematika**

Pembelajaran dapat dimulai dengan benda konkret, seperti blok angka atau kancing, untuk menyusun situasi penjumlahan atau pengurangan yang belum lengkap. Misalnya, murid diberikan 15 kancing dan diminta menambahkan sejumlah kancing agar jumlah totalnya menjadi 50. Setelah eksplorasi dengan manipulatif benda konkret, pendidik memandu murid menggambarkan situasinya secara visual, mendiskusikan bentuk simboliknya dan menentukan nilai yang dicari. Manakah yang sesuai untuk merepresentasikan masalah tersebut, apakah $\square + 15 = 50$? Atau $15 + \square = 50$? Atau $50 - \square = 15$?

Murid juga diminta merepresentasikan sebuah soal cerita dengan model bar (batang) atau garis bilangan sebelum menuliskan kalimat matematika dan menentukan nilai yang dicari.

Menuliskan Kalimat Matematika		
Masalah	Representasi	Kalimat Matematika
Hera membeli barang di toko dan mendapat uang kembalian Rp75. Jika dia membayar dengan uang Rp500, berapa harga barang itu?		$500 - \dots = 75$ $75 + \dots = 500$ $\dots + 75 = 500$
Ada tujuh burung hinggap di pagar. Kemudian lima burung terbang meninggalkan teman-temannya. Berapa burung yang tinggal di pagar?		$7 - 5 = \dots$

Asesmen dilakukan untuk melihat proses dari pemahaman sederhana dan tunggal sampai kemampuan menjelaskan, menghubungkan konsep, dan menerapkan pengetahuan dalam konteks berbeda atau lebih kompleks.

Tabel berikut ini dapat digunakan sebagai panduan asesmen:

Tingkat pemahaman	Deskripsi Kemampuan	Contoh Respons
Dasar	Mengidentifikasi satu bagian dari masalah, tetapi belum memahami hubungan antar elemen.	"Saya tahu semuanya ada 50 kancing."
Awal	Dapat mengenali bagian-bagian dari masalah (jumlah awal dan total), tetapi belum menghubungkannya.	"Saya tahu jumlahnya harus 50, sudah ada 15 kancing."
Menengah	Mampu menghubungkan elemen-elemen (bagian diketahui, tidak diketahui, hasil) dan menyusun kalimat simbolik dengan benar.	"Saya tahu jumlahnya harus 50, sudah ada 15 kancing, jadi perlu 35 lagi." "Kalau $15 + \square = 50$, berarti $\square$ itu 35, karena $50 - 15 = 35$."
Tinggi	Mampu mentransfer pemahaman ke situasi baru, menjelaskan strategi, dan memodelkan masalah serupa secara mandiri.	"Saya bisa membuat soal sendiri. Misalnya, $\square + 27 = 90$. Jawabannya 63, karena saya mengurangi 90 dengan 27."

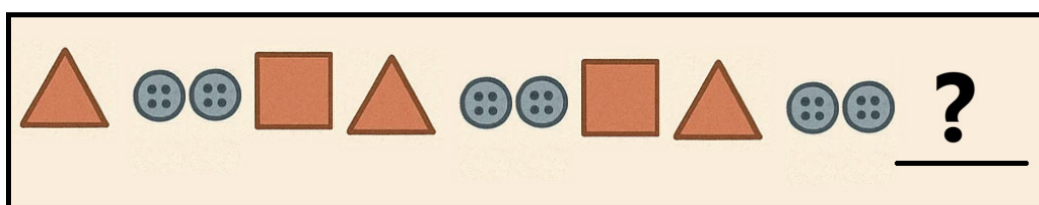
- **Pola gambar atau objek dan pola bilangan membesar dan mengecil dengan penjumlahan dan pengurangan**

Pola adalah urutan objek, gambar, atau bilangan yang mengikuti aturan tertentu dan berulang atau berubah secara teratur. Materi pola membantu murid mengenal dan memahami keteraturan dalam matematika, melatih untuk mengidentifikasi, menjelaskan, dan memprediksi apa yang akan terjadi selanjutnya berdasarkan aturan yang dikenal. Pola bisa berupa penambahan atau pengurangan pada bilangan, penambahan elemen dalam barisan gambar, dan menjadi dasar dalam pengenalan konsep relasi dan fungsi matematika.

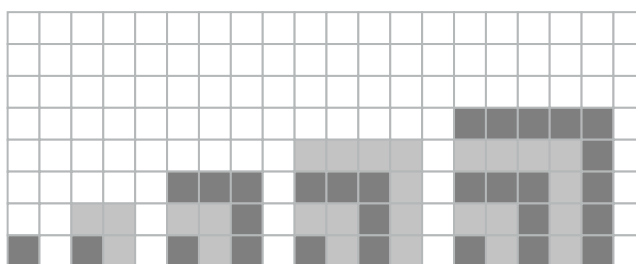
Pada pola gambar atau objek, murid diajak untuk mengamati barisan bentuk visual yang berubah secara teratur, seperti segitiga, persegi, atau simbol lainnya. Misalnya, pada pola $\blacktriangle, \blacktriangle\blacktriangle, \blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$, dan seterusnya, murid mengamati polanya adalah jumlah

segitiga bertambah satu. Murid belajar mengenali keteraturan (aturan pertumbuhan) dan mengembangkan kemampuan menggeneralisasi. Melalui kegiatan ini, murid didorong untuk memprediksi bentuk atau jumlah objek pada posisi tertentu dalam pola, misalnya menentukan berapa banyak segitiga pada posisi ke-10. Kegiatan ini dimulai secara konkret menggunakan benda nyata seperti potongan kertas atau balok, digambarkan secara visual, dan akhirnya dihubungkan dengan bentuk simbolik (misalnya 1, 2, 3, ...) sebagai representasi bilangan.

Setelah belajar pola dasar melalui gambar atau objek sederhana, dapat dilanjutkan dengan eksplorasi berbagai jenis pola yang lebih kompleks misalnya pola bilangan yang bertumbuh naik (seperti 2, 4, 6, 8, ...) atau menurun (seperti 10, 8, 6, 4, ...), serta pola berbasis benda konkret seperti balok, kancing, atau biji-bijian, yang membentuk urutan naik atau turun. Pola gambar juga dikembangkan mengikuti prinsip pertumbuhan atau penyusutan yang serupa.

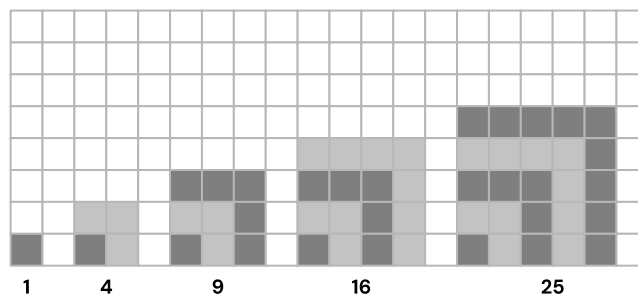


Pendalaman dilakukan melalui tanya jawab dan diskusi terbimbing menggunakan pola gambar (misal gambar pola yang terus bertambah), mengamati, dan mendeskripsikan perubahan yang terjadi.

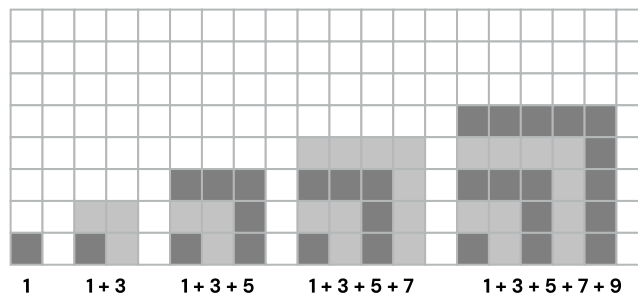


Gambar 11. Pola Gambar Membesar

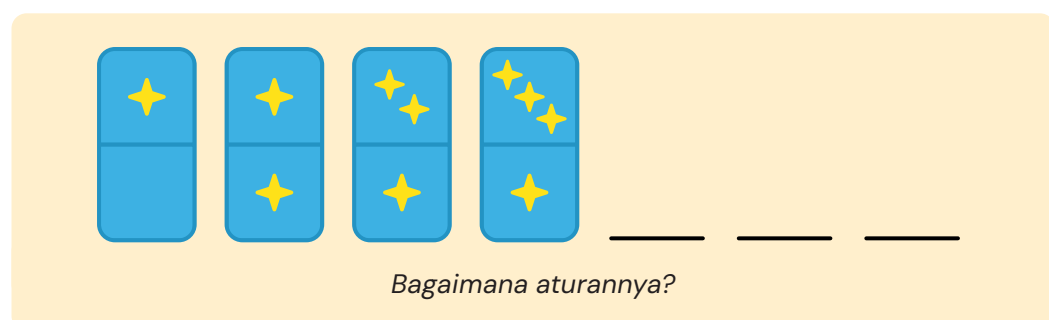
Pendidik mengajak murid mengamati dan mendiskusikan pola dari deretan persegi yang secara bertahap semakin besar. Murid pertama mungkin mengamati bahwa bentuk persegi bertambah besar setiap kali. Ketika pendidik bilang bagaimana perubahan itu terjadi, murid lain menunjukkan jumlah petak membentuk pola bilangan kuadrat: 1, 4, 9, 16, dan 25, yang masing-masing merupakan hasil dari 1×1 , 2×2 , 3×3 , 4×4 , dan 5×5 .



Diskusi semakin bermakna ketika murid mulai mengenali pola lain bahwa pertambahan jumlah petak mengikuti penjumlahan bilangan ganjil: 1, lalu $1 + 3$, kemudian $1 + 3 + 5$, lalu $1 + 3 + 5 + 7$, dan selanjutnya $1 + 3 + 5 + 7 + 9$. Murid dapat memprediksi bentuk berikutnya akan memiliki 36 petak, karena $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$. Kegiatan ini juga memperkuat pemahaman konsep bilangan dan sifat bilangan ganjil dengan konteks visual yang bermakna.



Kegiatan dirancang melibatkan murid secara aktif dalam menganalisis pola, menentukan aturan pertumbuhannya, serta menciptakan pola mereka sendiri. Misalnya meminta murid membuat pola dan menantang temannya untuk menebak aturannya.



Belajar pola juga dikemas dalam bentuk permainan, baik digital seperti aplikasi interaktif maupun non-digital seperti permainan dengan kartu bilangan, kartu bergambar, atau kartu lainnya.

Asesmen difokuskan pada kemampuan mengamati dan menjelaskan pola yang disajikan secara bentuk visual maupun numerik; menentukan aturan pertumbuhan

pola, seperti pola naik atau turun dengan selisih tertentu; memprediksi elemen atau bentuk selanjutnya dalam pola; dan kemampuan menciptakan pola baru serta menjelaskan dengan kata-kata atau representasi visual mengenai aturan yang digunakan. Berikut ini contoh rubrik asesmen yang dapat digunakan.

Tahap Pemahaman	Deskripsi Kemampuan	Indikator Pencapaian	Contoh Respons Murid
Dasar	Murid mengenali satu elemen pola, tetapi belum dapat menjelaskan keterkaitan atau kelanjutannya.	- Menyebut satu bagian dari pola - Belum mampu menjelaskan aturan pertumbuhan	"Itu bertambah satu." tanpa bisa melanjutkan pola atau menjelaskan lebih lanjut.
Awal	murid dapat mengamati beberapa bagian dari pola dan melanjutkannya, tetapi belum mengaitkan keseluruhan informasi secara terpadu.	- Mengidentifikasi lebih dari satu elemen pola - Mampu melanjutkan pola sesuai urutan - Belum menjelaskan aturan umum pola	"▲, ▲▲, ▲▲▲, jadi selanjutnya ▲▲▲▲, karena tambah satu terus."
Menengah	Murid mampu menjelaskan aturan pola dan mengaitkan informasi secara logis untuk memprediksi elemen berikutnya.	- Menjelaskan aturan pola dengan jelas (misal: bertambah 3 setiap langkah) - Menggunakan aturan untuk memprediksi bentuk berikutnya atau posisi tertentu	"Pola ini naik 3 tiap langkah. Jadi setelah 6, nanti 9, lalu 12."
Tinggi/Lanjut	Murid dapat mentransfer pemahamannya dengan menciptakan pola sendiri, menjelaskan aturannya, dan menghubungkannya ke konteks baru.	- Menciptakan pola baru - Menjelaskan aturan pola secara eksplisit - Menghubungkan pola ke bentuk atau situasi lain	"Saya buat pola bilangan: 1, 3, 6, 10, ---, --- Pola ini bertambah 2, lalu tambah 3, lalu tambah 4, dan seterusnya naik satu"

Pengukuran

Pengukuran adalah proses membandingkan suatu atribut objek (seperti panjang, berat, atau waktu) dengan satuan tertentu untuk menentukan “seberapa panjang, berat, atau lama” atribut tersebut. Murid pada Fase B mulai belajar menggunakan alat ukur standar (seperti penggaris, timbangan, jam).

Murid dapat mengembangkan pemahaman yang lebih konkret terhadap atribut fisik suatu objek, seperti panjang, berat, dan waktu, yang merupakan bagian dari pengalaman mereka sehari-hari. Misalnya, mengukur tinggi badan, lama suatu kegiatan, atau berat benda saat berbelanja. Keterampilan pengukuran juga digunakan di bidang lain, seperti sains, seni, atau olahraga. Pengukuran melatih cara berpikir logis, penggunaan alat secara tepat, serta ketelitian dan estimasi, yang menjadi fondasi pada pemecahan masalah matematika dan pengambilan keputusan berbasis data dalam kehidupan nyata.

- **Pengukuran panjang dan berat (satuan baku)**

Kegiatan dapat dimulai dengan kegiatan konkret seperti mengukur panjang meja di kelas. Pertama, mengidentifikasi besaran yang diukur dengan bertanya pada murid, “Apa yang bisa kita ukur dari meja ini?” Jawaban murid akan beragam, bisa panjang meja, bisa lebar meja, tinggi meja, atau berat meja. Pendidik mengarahkan diskusi murid bahwa yang akan diukur adalah panjang meja dan menjelaskan bahwa panjang meja, tinggi meja, lebar meja semuanya merupakan besaran panjang yang bisa diukur.

Setelah itu, murid menentukan satuan ukur yang digunakan yaitu satuan baku seperti sentimeter (cm) atau meter (m) serta memilih satuan yang digunakan dan memberikan alasannya. Pendidik memperkenalkan atau mengingatkan cara memakai penggaris atau meteran sebagai alat ukur standar yang harus mulai dari nol (0). Selanjutnya, membandingkan panjang meja dengan satuan tersebut dan membaca hasilnya, yaitu menghitung atau melihat berapa banyak satuan cm yang dibutuhkan untuk mencapai ujung meja, misalnya “Meja ini panjangnya 120 cm.”

Terakhir, melaporkan hasil pengukuran, secara lisan atau menuliskannya di buku catatan atau lembar kerja, misalnya: “*Panjang meja belajar di kelas adalah 120 cm*”. Kegiatan diperluas dengan membandingkan panjang meja berbeda di kelas, memperkirakan panjang sebelum mengukur, dan mendiskusikan apakah hasil pengukuran bisa berbeda jika menggunakan satuan cm atau m.

Pengukuran berat dilakukan dengan menggunakan benda-benda yang ada di sekitar kelas, seperti buku, botol air, atau kotak pensil. Pendidik bertanya seperti, “Bagaimana

kita tahu apakah benda ini berat atau ringan?”, untuk membantu memahami bahwa berat adalah besaran suatu benda yang dapat diukur. Proses kegiatan dilanjutkan seperti pada mengukur panjang, mulai dari menentukan satuan (gram atau kilogram), alat ukur (timbangan digital atau analog), menentukan nilai pengukuran hasil penimbangan, mencatat hasil, serta melaporkan hasil pengukuran. Dengan praktik seperti ini, dapat melatih keterampilan mengukur, pemahaman satuan baku dan ketepatan mengukur, dan kemampuan komunikasi matematis.

Asesmen pengukuran untuk menilai penguasaan pengetahuan, keterampilan berpikir kritis dan kemampuan menerapkan pengukuran dalam konteks kehidupan sehari-hari. Aspeknya meliputi pemahaman konseptual, keterampilan praktis mengidentifikasi dan membandingkan atribut objek menggunakan satuan baku. Murid dinilai berdasarkan kemampuan mengidentifikasi besaran yang diukur (panjang atau berat), memilih satuan yang tepat, menggunakan alat ukur secara akurat dan membaca hasil pengukuran yang tepat, mencatat data yang lengkap, dan melaporkan hasil pengukuran. Pendidik menilai kemampuan membandingkan hasil pengukuran beberapa objek dan menjelaskan perbedaan nilai pengukuran dengan alasan yang logis. Bentuk penilaian berupa observasi selama kegiatan, tanya jawab, diskusi kelas, serta tugas atau proyek mengukur objek di lingkungan sekitar.

- **Hubungan antar satuan**

Hubungan antar satuan seperti sentimeter (cm) dan meter (m), serta gram (g) dan kilogram (kg), dipelajari sebagai bagian dari sistem metrik yang saling terhubung melalui kelipatan 10. Murid mempelajari bahwa 100cm setara dengan 1m, dan 1.000g setara dengan 1kg. Pemahaman ini membantu untuk memilih alat ukur, melakukan konversi antar satuan, memperkirakan ukuran, serta membandingkan dan menyajikan data pengukuran dengan lebih fleksibel.

Pengetahuan hubungan antar satuan membantu memahami dan menginterpretasi informasi kuantitatif secara akurat serta memperkuat logika berpikir dan pemecahan masalah di bidang ilmu pengetahuan, seni, jual beli, dan kehidupan sehari-hari lainnya. Misalnya, saat membaca label makanan, menimbang bahan saat memasak, atau mengukur panjang tali untuk membuat kerajinan dari rafia.

Kegiatan pengukuran dimulai dengan mengajak murid mengukur panjang lorong kelas atau halaman satuan pendidikan menggunakan meteran, mencatat hasilnya dalam meter, dan dikonversi ke sentimeter. Pada pengukuran berat, murid membawa berbagai benda seperti kemasan makanan atau buah, menggunakan timbangan dapur untuk mengetahui beratnya dalam gram, mengubah hasil pengukuran ke dalam

kilogram. Kegiatan ini memperkuat pemahaman konsep satuan dan hubungan antar satuan, keterampilan berpikir kuantitatif yang berguna dalam kehidupan seperti membaca label makanan, menakar bahan, atau memperkirakan ukuran dan berat suatu benda.

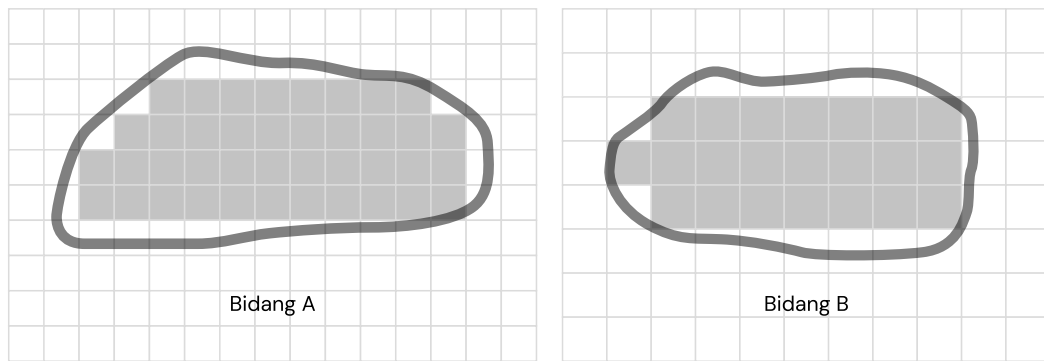
Asesmen difokuskan untuk menilai kemampuan mengidentifikasi atribut yang diukur dari objek, memilih jenis alat ukur yang tepat (misalnya, penggaris untuk panjang dan timbangan untuk berat), ketepatan penggunaan satuan baku sesuai konteks dari objek yang diukur (apakah harus menggunakan cm atau m, gram atau kg), mengukur secara akurat dan mencatat hasil pengukuran dengan benar, serta mengonversi satuan hasil pengukuran dan menyampaikan hasil pengukuran secara lisan atau tertulis (melalui diskusi, laporan tertulis, atau presentasi sederhana). Asesmen dapat dilakukan dalam bentuk observasi saat kegiatan, lembar kerja, atau tugas proyek sederhana.

- **Pengukuran luas dan volume dengan satuan baku dan tak baku**

Pada materi ini, murid mempelajari konsep tentang berapa besar area permukaan yang ditutupi (luas) dan berapa banyak ruang yang ditempati oleh suatu benda (volume) dengan menggunakan satuan tidak baku seperti ubin, potongan kertas, atau balok kecil berbentuk kubus, kemudian beralih ke satuan baku seperti sentimeter persegi (cm^2), meter persegi (m^2), sentimeter kubik (cm^3), atau liter (L). Proses ini melatih pemahaman spasial, konsep pengukuran, dan membangun keterampilan berpikir logis.

Luas dan volume sering dijumpai dalam kehidupan seperti saat mengukur luas meja, permukaan dinding untuk dicat, volume air dalam wadah, serta digunakan dalam bidang lain seperti sains (mengukur kapasitas cairan dalam eksperimen), teknologi dan rekayasa (merancang wadah atau ruangan), peta (mengukur jarak), serta matematika lanjut (bangun datar dan ruang).

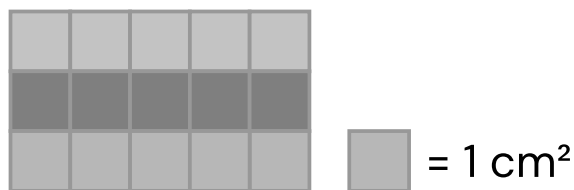
Bentuk pembelajaran adalah memecahkan masalah yang berkaitan dengan ukuran luas suatu bidang datar. Murid menginvestigasi dan mengestimasi luas menggunakan satuan tidak baku (satuan persegi), yaitu dimulai dengan menutupi bidang datar dengan persegi-persegi kecil, menghitung berapa banyak persegi yang digunakan untuk menutupi seluruh bidang.



Pendidik membimbing dan berdiskusi dengan pertanyaan-pertanyaan berikut:

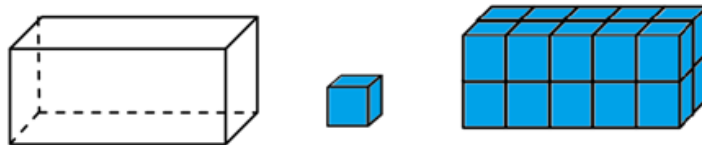
- Apa yang hendak diukur? (luas bangun datar)
- Apa satuannya? (persegi)
- Bagaimana cara mengukurnya? (menghitung banyaknya satuan persegi yang bisa menutup bidang tersebut)
- Berapa luas bidang A? Berapa luas bidang B (murid menghitung banyaknya persegi yang menutup bidang A dan B)
- Apakah bisa dikatakan bidang A lebih luas dari bidang B? (Tidak. Karena ukuran luas satuan perseginya berbeda.)

Dengan tanya jawab ini, murid memahami prinsip-prinsip dasar pengukuran luas: alat ukur harus konsisten, hasil pengukuran terdiri dari nilai dan satuan, semakin kecil satuan semakin akurat pengukuran, dan untuk membandingkan luas, satuan yang digunakan harus sama. Setelah itu, murid menggunakan satuan baku seperti sentimeter persegi (cm^2) untuk mengukur luas bidang.



Murid diajak mengukur persegi panjang dan diarahkan menemukan cara yang lebih efisien. Melalui eksplorasi berbagai ukuran persegi panjang dan satuan persegi, murid memahami luas persegi panjang dapat dihitung dengan rumus: panjang $\times$ lebar (menghitung banyaknya satuan persegi dengan perkalian). Pembelajaran ini memperkuat koneksi antara konsep pengukuran dan operasi perkalian, serta melatih keterampilan berpikir logis dan sistematis.

Untuk memahami bahwa volume menunjukkan seberapa banyak ruang yang dapat diisi benda tiga dimensi, kegiatan dapat diawali dengan menggunakan satuan tidak baku seperti kotak kecil atau benda konkret berbentuk kubus.



Pendidik membimbing diskusi dan bertanya seperti “Apa yang diukur?” (volume), “Apa satuannya?” (kubus satuan), “Bagaimana cara mengukurnya?” (mengisi seluruh ruang dengan kubus satuan dan menghitung jumlahnya), dan “Apakah semua kubus yang digunakan ukurannya harus sama?” Murid dibimbing untuk menggunakan satuan yang sama agar diperoleh hasil ukur yang akurat. Kegiatan dilanjutkan dengan menggunakan satuan baku yaitu *kubus satuan* (1 cm^3) untuk mengukur volume suatu bangun ruang seperti kotak atau balok. Murid mengisi kotak atau wadah dengan kubus satuan 1 cm^3 , menghitung jumlah kubus yang mengisinya dan menyatakan volume wadah dengan satuan cm^3 (sentimeter kubik).

Pembelajaran volume dengan satuan liter dapat dirancang melalui kegiatan eksploratif dan kontekstual. Pendidik menyiapkan beberapa wadah ukur 1 liter (seperti botol 1 liter atau gelas ukur transparan) dan sejumlah gelas plastik ukuran seragam sebagai alat ukur tidak baku. Murid bekerja dalam kelompok kecil dan diberi tugas untuk mengisi wadah 1 liter tersebut menggunakan gelas-gelas yang diisi penuh air. Sebelum mulai, setiap kelompok diminta mengestimasi terlebih dahulu: “Menurut kalian, kira-kira berapa gelas air yang dibutuhkan untuk mengisi sampai penuh wadah ini?” Setelah berdiskusi dan mencatat perkiraannya, murid menuangkan air dari gelas ke dalam wadah satu liter serta menghitung jumlah gelas yang dibutuhkan hingga penuh.



Setelah itu, murid membandingkan hasil estimasi dan hasil pengukuran serta mendiskusikan penyebab perbedaannya. Kegiatan ini mengembangkan pemahaman konsep liter dan volume secara konkret, melatih keterampilan perkiraan, kerjasama, berpikir kritis, dan komunikasi matematis antar murid. Pendidik juga mengaitkannya dengan aktivitas sehari-hari seperti menakar air untuk membuat minuman atau memasak. Asesmen dilakukan untuk melihat perkembangan pemahaman murid seperti pada tabel berikut.

Tingkat Pemahaman	Deskripsi Pemahaman	Contoh Pertanyaan	Contoh Respons Murid
Dasar	Menyebut atau menunjukkan satu aspek dari konsep.	"Tunjukkan satu benda yang bisa diukur luasnya." "Berapa volume wadah ini?"	Menunjukkan permukaan meja Mengisi wadah dengan kubus tanpa menghitung atau mencatat hasilnya
Awal	Menggunakan lebih dari satu prosedur, tetapi belum menghubungkan antar informasi.	"Hitung berapa luas meja ini??" "Berapa volume botol ini?"	"Meja ini luasnya 12 buku." "Volumenya 4 gelas air."
Menengah	Menghubungkan beberapa konsep dan menjelaskan keterkaitannya.	"Mengapa kamu memilih satuan cm daripada m?" "Apa bedanya mengukur dengan gelas besar dan kecil?"	"Karena yang diukur panjang meja. Kalau pakai cm ukurannya lebih pas, kalau pakai meter hasilnya kurang akurat, karena panjangnya 119cm." "Dengan gelas kecil, jumlahnya lebih banyak, jadi lebih akurat."
Tinggi	Menarik kesimpulan umum, menerapkan ke konteks baru, atau membuat strategi sendiri.	"Bagaimana cara mengukur luas lantai kelas tanpa meteran."	"Saya menghitung banyak ubin di lantai. Satu ubin itu 400cm ² . Lalu saya kalikan dengan banyak ubin pakai kalkulator"

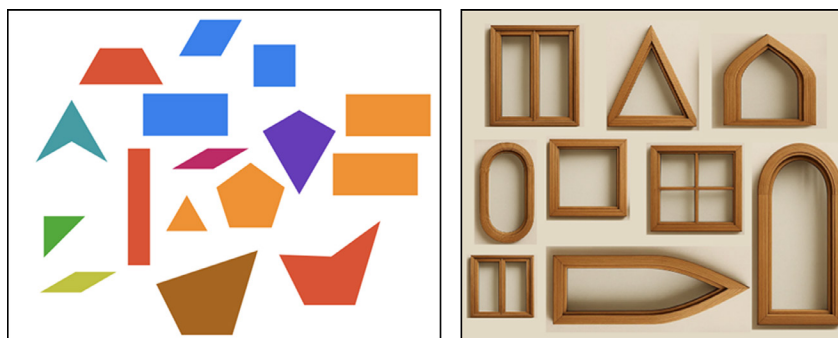
Geometri

Materi geometri Fase B membahas ciri-ciri berbagai bentuk bangun datar seperti segi empat, segitiga, dan segi banyak lainnya. Materi ini membangun pemahaman konseptual tentang bentuk dan sifat-sifat geometrisnya. Murid mengamati dan mendeskripsikan berbagai bangun berdasarkan jumlah sisi, panjang sisi, besar sudut, simetri lipat, serta kesamaan dan perbedaan antar bentuk. Murid juga melakukan komposisi dan dekomposisi berbagai bangun datar. Kegiatan ini melatih kemampuan observasi dan klasifikasi, menumbuhkan keterampilan berpikir analitis untuk membuat generalisasi dan menyusun hubungan antar bentuk secara logis.

Berdasar ciri dan sifat bangun datar, murid belajar mengamati pola, membandingkan, mengklasifikasi, dan menarik kesimpulan sebagai keterampilan kognitif yang esensial untuk pemecahan masalah. Materi ini juga digunakan untuk memahami struktur dan bentuk benda; membangun keterampilan visual dan estetika; dasar perancangan produk dan konstruksi; serta melatih kemampuan berbahasa murid menggunakan istilah-istilah geometri saat mendeskripsikan bentuk-bentuk. Pemahaman bentuk dan bangun datar membantu murid menavigasi lingkungan sekitar dengan lebih percaya diri dan logis, dan memahami dunia nyata dengan lebih baik.

- **Pendeskripsian ciri berbagai bentuk bangun datar (segiempat, segitiga, segi banyak)**

Pembelajaran dimulai dari tahap visualisasi saat mengenali bangun datar berdasarkan bentuk yang dilihat. Pendidik mengajak murid melakukan kegiatan eksploratif seperti “Berburu Bangun Segiempat”. Disiapkan beragam potongan bangun datar berbentuk segiempat dari kertas warna-warni dan disebar. Murid diminta memilih dan mengelompokkan bangun yang menurut mereka “mirip”. Pendidik mendorong murid menyebutkan bentuk yang dikenali, serta mengaitkan dengan benda nyata dengan bentuk serupa, seperti jendela, papan tulis, atau berbagai permukaan meja. Di sini, murid mulai membentuk skema awal tentang bangun segiempat, berdasarkan persepsi visualnya.



Tahap berikutnya adalah analisis, murid mulai mengenali dan menyebutkan ciri-ciri dasar dari bangun segiempat yang mereka lihat, seperti jumlah sisi, panjang sisi, dan besar sudut. Dalam kegiatan “Ciri-Ciri Si Segiempat”, setiap kelompok murid diberi satu jenis bangun (misalnya persegi panjang, persegi, trapesium, atau belah ketupat) untuk diamati. Murid mencatat ciri-ciri bentuk tersebut: apakah memiliki bentuk sudut yang sama, jumlah sisi sama panjang, posisi sisi yang sama panjang, dan ciri lain yang teramati. Murid menggambar ulang bentuk itu dan mencatat hasil pengamatannya. Kegiatan ini membangun pemahaman bahwa setiap bangun memiliki sifat tertentu yang dapat dibedakan secara sistematis berdasarkan ciri-cirinya.

Selanjutnya, membangun penalaran bahwa beberapa bentuk memiliki hubungan hierarkis berdasarkan sifat-sifatnya melalui kegiatan “Peta Relasi Segiempat”. Murid diajak membangun diagram konsep untuk menunjukkan hubungan antar bentuk dengan mengamati bahwa semua persegi memiliki sifat persegi panjang, tetapi tidak semua persegi panjang adalah persegi. Dalam diskusi kelas, murid diajak menalar: “Apa syarat sebuah bangun disebut persegi?”, “Mengapa trapesium tidak termasuk persegi panjang?” Ini memberi ruang untuk membangun pemahaman relasional, tidak sekadar hafalan. Pendekatan yang sama dapat dilakukan pada bentuk lain selain segi empat.

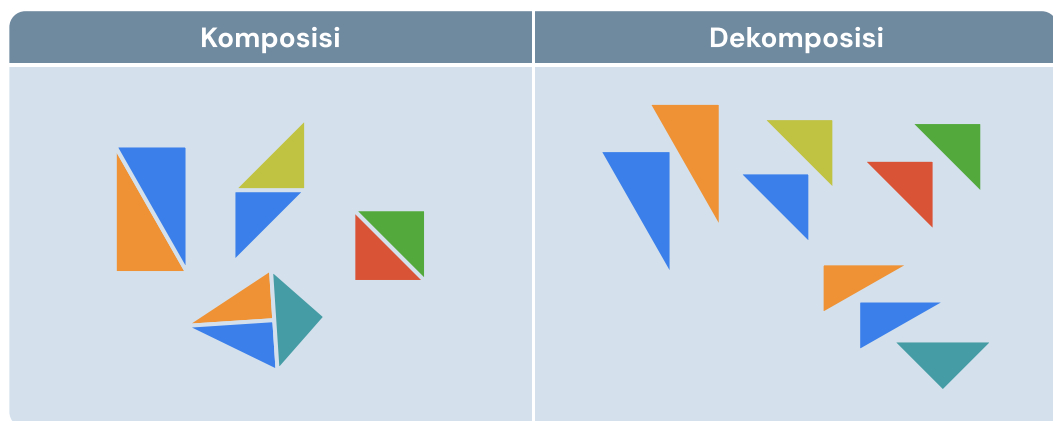
Asesmen pemahaman dilakukan secara beragam, antara lain melalui lembar observasi selama kegiatan berlangsung, jurnal reflektif yang ditulis murid untuk merekam pemahamannya, serta diskusi kelas yang dipandu dengan pertanyaan terbuka. Pendekatan ini memungkinkan pendidik menilai capaian belajar murid berdasarkan tahapan pemahaman murid, dimulai dari mengenali bentuk hingga mampu mengaitkan dan menggeneralisasi ciri-ciri antar bangun datar. Berikut ini tabel pemahaman murid yang dapat dijadikan acuan asesmen geometri.

Tahap Pemahaman	Deskripsi Kemampuan murid	Contoh Pertanyaan	Respons murid
Dasar	Murid menyebut satu ciri dari suatu bangun, tetapi belum mengaitkannya dengan ciri lainnya.	<i>Berapa sisi yang dimiliki bangun ini?</i>	“Ada empat sisi.”
Awal	Murid menyebut beberapa ciri bentuk secara terpisah tanpa mengaitkan antar ciri.	<i>Sebutkan semua ciri dari bangun ini.</i>	“Bangun ini punya empat sisi, sudutnya empat, semua sudutnya siku-siku.”
Menengah	Murid mengaitkan beberapa ciri untuk membuat generalisasi atau perbandingan antar bentuk.	<i>Apa perbedaan dan persamaan antara persegi dan persegi panjang?</i>	“Persegi dan persegi panjang sama-sama punya empat sisi dan empat sudut siku-siku. Tapi pada persegi, semua sisi sama panjang.”

Tahap Pemahaman	Deskripsi Kemampuan murid	Contoh Pertanyaan	Respons murid
Tinggi/Lanjut	Murid membentuk generalisasi atau membuat hierarki antar bangun berdasarkan sifat formal.	<i>Mengapa semua persegi adalah persegi panjang, tapi tidak semua persegi panjang adalah persegi?</i>	"Karena persegi punya semua ciri persegi panjang, tapi persegi panjang tidak selalu punya sisi yang sama panjang semua."

- **Penyusunan (komposisi) dan Penguraian (dekomposisi) berbagai bangun datar dengan lebih dari satu cara jika memungkinkan**

Kegiatan ini dimulai dengan eksplorasi konkret. Murid diberi set potongan tangram bangun datar segi banyak: segitiga sama sisi, segiempat, jajargenjang, dan segitiga siku-siku, serta diminta "membangun" bentuk target (misalnya layang-layang, persegi panjang, atau trapesium) sebanyak mungkin dalam cara berbeda. Setelah itu, menggambar hasilnya, menuliskan bagian penyusunnya. Berikutnya adalah diskusi, memaparkan strategi: apakah murid merotasi segitiga, memindahkan persegi panjang, atau memotong ulang bentuk, serta membandingkan keefektifan tiap cara. Pendidik memfasilitasi generalisasi: persegi panjang dapat diurai menjadi dua segitiga kongruen, dan sebaliknya.



Melalui kegiatan ini, murid belajar keterampilan spasial lanjutan, seperti mengenali bentuk yang sama (kongruen), memutar dan mencerminkan bentuk, serta memahami bagaimana sisi dan sudut bergabung membentuk bangun baru. Murid juga menyadari bahwa memotong dan menyusun ulang bentuk tidak mengubah luas keseluruhan, menyampaikan penjelasan secara matematis dari temuannya mengapa beberapa cara berbeda dapat menghasilkan bangun trapesium, atau persegi panjang dengan luas yang sama.

Kegiatan komposisi–dekomposisi menjadi jembatan antara geometri visual dan perhitungan aljabar luas. Dengan memahami bangun kompleks dapat dipecah menjadi unit lebih sederhana, kelak lebih mudah menghitung luas bangun datar segi banyak tak beraturan. Di luar matematika, kemampuan ini berguna dalam rekayasa (memotong panel untuk menutup atap berbentuk tidak reguler), seni mosaik, dan desain grafis, hingga ilmu geografi ketika membuat peta grid yang mendekati bentuk daerah sebenarnya. Belajar menyusun dan menguraikan bangun datar menumbuhkan fleksibilitas berpikir, ketelitian ukuran, dan daya analisis ruang di banyak bidang akademik dan kehidupan sehari-hari.

Penggunaan tangram membantu murid mengidentifikasi dan memecahkan masalah komposisi dan dekomposisi bangun datar, pengembangan penalaran spasial terutama pada bidang datar karena dengan tangram murid dapat:

- mengenali beberapa bentuk berbeda secara pas membentuk bangun lain,
- mengenali bangun datar yang dapat dirotasi dan dibalik untuk dipasangkan membentuk bentuk bangun lain yang diinginkan,
- mengenal bentuk–bentuk yang sebangun dan kongruen,
- membangun kreativitas, keping–keping tangram dapat dipasangkan dan disusun sedemikian rupa membentuk bangun–bangun baru.

Contoh kegiatan komposisi dan dekomposisi menggunakan tangram:

- Mengetahui bentuk–bentuk dasar yang menyusun tangram, mencari perbandingan ukuran antara satu keping tangram dengan keping lainnya.



- Menyusun keping–keping tangram menjadi bentuk–bentuk dasar: persegi, persegi panjang, segitiga, trapesium, jajar genjang dengan paling sedikit dua keping. Menggambarkan hasilnya dan memberikan alasan mengapa bentuk baru dapat disusun dari keping–keping tangram tersebut.
- Membuat bentuk bebas. Murid menyusun keping–keping tangram mulai dari 3 sampai 7 keping menjadi bentuk baru. Murid menggambar bentuk yang dibuat dan menuliskan bentuk apa saja yang menyusun bentuk baru.
- Bermain puzzle. Murid menyusun sebuah bentuk baru, membuat garis tepi dari bentuk tersebut menjadi sebuah template. Murid bertukar tempat menyusun bentuk yang sesuai template dengan keping–keping tangram.

Asesmen disarankan dengan lembar observasi untuk mencatat proses eksplorasi dan interaksi dalam diskusi kelompok serta strategi murid, jurnal murid untuk menilai kemampuan menuliskan argumen matematis atau menjelaskan proses visualnya saat menyusun bangun, serta kemampuan mengomunikasikan pemahamannya secara lisan saat diskusi. Berikut ini tabel pemahaman murid sebagai acuan asesmen komposisi dan dekomposisi.

Tingkat Pemahaman	Deskripsi	Contoh Asesmen	Respons Murid yang Diharapkan
Awal	murid dapat menyusun satu bentuk dengan satu cara, tapi belum memahami hubungan antar bagian atau luasnya.	Menunjukkan satu cara menyusun trapesium dan menyebutkan bentuk-bentuk penyusunnya.	"Saya memakai dua segitiga untuk membuat trapesium."
Menengah	murid dapat menyusun bentuk dengan beberapa cara dan menyebutkan bagian penyusunnya, namun belum melihat hubungan antar cara atau konservasi luas.	Menyusun trapesium dengan dua atau tiga cara berbeda dan menyebutkan bentuk yang digunakan dalam setiap cara.	"Saya bisa membuat trapesium dengan satu segiempat dan satu segitiga, atau dua segitiga besar."
Tinggi	murid memahami bahwa semua cara yang dilakukan menghasilkan bentuk yang sama dan luas yang sama; dapat menjelaskan alasan matematis sederhana.	Menulis atau menjelaskan bahwa luas trapesium tidak berubah meskipun bentuknya disusun dari potongan yang berbeda.	"Walaupun susunannya beda, bentuknya tetap trapesium dan luasnya sama karena potongannya sama besar."

Analisis Data dan Peluang

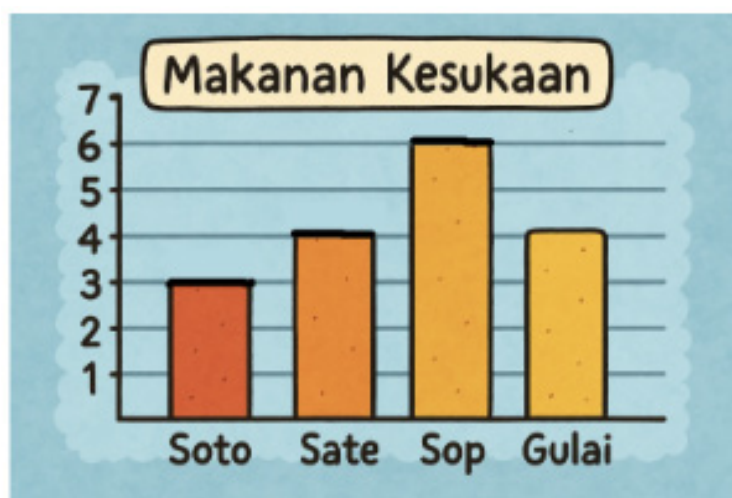
Materi ini difokuskan untuk mengembangkan pemahaman dan menggunakan informasi yang disajikan dalam bentuk data. Kegiatan meliputi mengurutkan data, yaitu menyusun data berdasarkan kriteria tertentu seperti dari jumlah terkecil ke terbesar; membandingkan data, yakni melihat perbedaan dan persamaan antar data; serta menyajikan data dengan cara yang mudah dibaca dan dipahami melalui berbagai representasi visual.

Murid juga menganalisis data, yaitu mencari makna di balik data yang disajikan seperti menemukan kategori terbanyak atau membandingkan data yang paling sering muncul, serta menginterpretasi data, yakni menarik kesimpulan atau menjawab pertanyaan berdasarkan data yang telah disajikan.

Kaitan materi ini pada bidang lain sangat luas misal: IPA, berguna untuk membaca hasil pengamatan atau eksperimen; IPS dalam memahami data kependudukan; pelajaran bahasa, saat membaca diagram visual, teks informatif atau menyusun laporan berbasis data. Menganalisis dan menyajikan data juga relevan pada pembelajaran berbasis proyek saat melakukan survei, wawancara, observasi, dan mengomunikasikan temuan secara sistematis.

- **Pengelolaan data dalam tabel, diagram gambar, piktogram, dan diagram batang**

Kegiatan dapat dimulai dengan pertanyaan: “Apa makanan favorit kalian di rumah?” Pertanyaan ini mendorong keterlibatan murid dan membuka ruang untuk berbagi. Murid menyebutkan makanan favorit dan menuliskan pada kertas kecil. Pendidik memfasilitasi pencatatan data secara kolektif dengan mengelompokkan dan dihitung jumlahnya oleh seluruh kelas. Eksplorasi selanjutnya, membimbing murid untuk mengurutkan dan membandingkan data tersebut. Misalnya, mengidentifikasi makanan mana yang paling banyak dipilih, yang paling sedikit, dan apakah ada yang memiliki jumlah sama. Pendidik memperkenalkan berbagai bentuk penyajian data, dari tabel sederhana, diagram gambar atau piktogram, dan akhirnya diagram batang dengan skala satu satuan. Dibentuk kelompok kecil berbeda untuk setiap bentuk penyajian data dibuat, dengan bantuan kertas grafik atau bahan manipulatif seperti potongan gambar makanan yang ditempelkan pada grafik kelas.



Setiap kelompok diajak menganalisis dan menginterpretasi data: “Makanan mana yang paling disukai?”, “Apakah ada kelompok makanan yang mendominasi?”, “Apa yang bisa kita simpulkan dari pilihan ini?” “Diagram atau pictogram mana yang paling mudah dibaca, mengapa?” Diskusi ini melatih murid membaca grafik sebagai sumber informasi dan menyusun argumen berdasarkan data. Kegiatan ditutup dengan presentasi kelompok menyampaikan temuan secara lisan serta memperkuat keterampilan komunikasi dan kerja tim.

Asesmen dapat dilakukan menggunakan lembar observasi untuk mencatat partisipasi murid dalam mengumpulkan, mengelompokkan, serta menghitung data. Aspek penilaian meliputi kemampuan mengurutkan dan membandingkan data (mandiri maupun dalam diskusi kelompok), ketepatan representasi informasi dan konsistensi penggunaan skala dari tampilan data (seperti tabel, pictogram, dan diagram batang), menganalisis dan menginterpretasi data (misal saat mengidentifikasi data tertinggi atau terendah, menyimpulkan kecenderungan, dan menghubungkan hasil dengan konteks kehidupan sehari-hari). Aspek asesmen lainnya, komunikasi lisan dan kerja sama kelompok saat murid mempresentasikan temuan, catatan reflektif atau jurnal murid. Pendekatan ini untuk menilai pemahaman tertulis dan perkembangan berpikir matematis secara holistik atas proses belajar. Contoh tabel rubrik adalah:

Aspek yang Dinilai	Indikator Kinerja	Dasar	Cakap	Mahir
Mengumpulkan dan Mengelompokkan Data	Mengamati, mencatat, dan mengelompokkan data sederhana (warna favorit, jenis buah, dll.)	Terlibat dengan bantuan, data belum lengkap	Mengumpulkan dan mengelompokkan data dengan benar	Inisiatif tinggi, data rapi, dan mengelompokkan secara mandiri dan sistematis
Mengurutkan dan Membandingkan Data	Menyusun data dari terkecil ke terbesar dan membandingkan jumlah tiap kategori	Mengurutkan data dengan bantuan.	Mengurutkan dan membandingkan data sederhana	Menjelaskan urutan dan perbandingan dengan alasan logis

Aspek yang Dinilai	Indikator Kinerja	Dasar	Cakap	Mahir
Membuat Tabel/ Piktogram/ Diagram Batang	Menyajikan data ke dalam bentuk visual yang sesuai dan konsisten	Membuat grafik/tabel tetapi kurang tepat	Menyajikan data dengan representasi yang tepat.	Menyajikan data dengan representasi yang tepat dan menarik.
Menganalisis dan Menyimpulkan Data	Menyebutkan kategori paling banyak/sedikit menyimpulkan sesuai data yang ada	Menjawab benar sebagian data (misal hanya data terbanyak)	Menjelaskan data dengan menyebutkan kategori paling banyak/sedikit.	Menjelaskan data dengan menyebutkan kategori paling banyak/sedikit, sama, lebih dari, kurang dari.
Komunikasi dan Presentasi	Menjelaskan data secara lisan di kelompok/kelas, menjawab pertanyaan, dan mendengarkan orang lain	Menyampaikan jawaban pendek, belum percaya diri	Menyampaikan isi data dengan cukup jelas dan mendengarkan kelompok	Presentasi runtut, percaya diri, dan terbuka pada diskusi

3

Fase C (Kelas V dan VI SD/MI/Program Paket A)**Elemen Bilangan**

Bilangan pada fase C meliputi materi perluasan intuisi bilangan (*number sense*) dan penentuan nilai tempat pada bilangan cacah sampai 1.000.000, operasi bilangan cacah sampai 100.000, KPK(kelipatan persekutuan terkecil) dan FPB (faktor persekutuan terbesar) penjumlahan dan pengurangan pecahan, perkalian dan pembagian pecahan dengan bilangan asli, membandingkan dan mengurutkan pecahan termasuk pecahan campuran, mengubah bentuk pecahan menjadi berbagai bentuk pecahan.

- **Perluasan Intuisi Bilangan (*Number Sense*) pada Bilangan Cacah sampai 1.000.000 dan Penentuan Nilai Tempat sampai 1.000.000**

Pada fase ini diharapkan murid dapat memahami pola dari nilai tempat dan melakukan generalisasi bahwa setiap sepuluh satuan dapat dikelompokkan ulang ke nilai tempat yang lebih besar.



Materi ini relevan dengan aktivitas keseharian seperti saat menghitung jumlah unduhan aplikasi, membandingkan banyaknya pengguna media sosial, populasi penduduk di suatu daerah di mana murid membaca dan menginterpretasi grafik atau diagram dari tampilan data dengan jumlah besar secara cepat dan akurat.

Pembelajaran ini memberikan kesadaran dan lebih bermakna dengan mengaitkan konsep bilangan dengan situasi, konteks dan pengalaman sehari-hari. Misalnya "Perpustakaan satuan pendidikan memiliki 100 lemari buku, setiap lemari buku terdapat 10.000 buku, coba bayangkan betapa banyak jumlah buku tersebut!". Contoh lain memberikan soal cerita sehari-hari seperti menghitung jumlah populasi penduduk dari berbagai kota, menghitung jumlah harga belanja menggunakan pembulatan, misal "Toko grosir dapat menjual permen 500.000 buah setiap bulan, berapa permen yang terjual dalam dua bulan?"

Soal-soal tersebut diselesaikan dengan cara berkelompok agar murid dapat berperan aktif dalam bekerja tim, berpikir kreatif, kritis, dan melakukan analisis dalam menyelesaikan masalah. Pembelajaran konsep nilai tempat, komposisi, dan dekomposisi dimulai dengan memberikan permainan kartu bilangan, meminta murid menyusun kartu bilangan dari yang terbesar, diskusi kelompok misalnya “Apa yang membuat bilangan itu lebih besar/lebih kecil? Apa peran nilai tempat?”. Contoh: Jika murid memiliki kartu:

- 4 ratus ribuan, 2 puluh ribuan, 7 ribuan, 3 ratusan, 5 satuan, maka dapat disusun menjadi: 427.305 dan
- 4 ratus ribuan, 2 puluh ribuan, 7 ribuan, 1 ratusan, 6 puluhan, 8 satuan disusun menjadi 427.168

Permainan ini untuk mengenalkan bahwa posisi angka memengaruhi nilai bilangan dan memperkuat intuisi terhadap struktur bilangan besar. Kegiatan dapat dilanjutkan ke pembelajaran berbasis masalah sehari-hari sehingga menjadi bermakna dan menggembirakan.

Assessment for learning (formatif) selama proses pembelajaran untuk mengetahui pemahaman murid dalam membandingkan bilangan, langkah-langkah yang strategis, kreatif dan benar ketika menyelesaikan masalah kontekstual (misal mencari keuntungan dari penjualan), memperkirakan jumlah bilangan secara cepat dan akurat menggunakan pembulatan, dan melakukan komposisi dan dekomposisi. *Assessment of learning* (sumatif) untuk menilai keseluruhan kompetensi dilaksanakan melalui tes tertulis, kuis, penugasan, dan proyek. *Assesmen as learning* (reflektif) dengan melibatkan murid ketika proses diskusi, tanya jawab selama proses pembelajaran dan refleksi.

- **Operasi Bilangan Cacah sampai 100.000 dengan prosedur yang benar**

Pada fase ini memberikan penguatan murid dalam mengenal, memahami dan melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan cacah sampai 100.000 dengan prosedur yang benar.



Materi bilangan sangat relevan dengan masalah sehari-hari seperti pada aktivitas menghitung banyak buku di beberapa rak, atau menghitung jumlah penduduk di beberapa wilayah. Penerapan bilangan di statistik digunakan untuk melakukan penjumlahan data, rata-rata, dan selisih antar data. Dalam bidang lain misalnya IPS, bilangan digunakan dalam perhitungan skala peta.

Pembelajaran hendaknya menggunakan berbagai alat bantu konkret, visual, atau aktivitas kontekstual dalam bentuk bermain peran seperti menggunakan uang mainan, atau permainan. Misalnya, permainan dengan kartu bilangan yaitu murid mengambil beberapa kartu bilangan secara acak kemudian dioperasikan sesuai instruksi pendidik untuk membangun pemahaman dan keterampilan operasi bilangan (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) secara benar dan berbagai strategi. Berikut contoh perkalian dengan strategi menguraikan (dekomposisi):

$$1.325 \times 25 = 1.325 \times (20 + 4) = (1.325 \times 4) + (1.325 \times 20) \\ = 5.300 + 26.500 = 31.800$$

Selanjutnya, praktik langsung berhitung dari masalah sehari-hari, misalnya menghitung buku di dalam beberapa rak buku di dalam perpustakaan sehingga pembelajaran menjadi bermakna dan menggembirakan.

Assessment for learning dilaksanakan melalui pengamatan (observasi) selama proses pembelajaran untuk menilai pemahaman murid tentang konsep operasi hitung bilangan dengan prosedur yang benar, keterampilan berhitung tepat, dan menyelesaikan masalah secara logis dan sistematis. *Assessment of learning* dilaksanakan dengan mengevaluasi keseluruhan kompetensi dalam bentuk tes tertulis, kuis, proyek, dan diakhiri *assessment as learning* (refleksi) bersama murid.

• KPK dan FPB

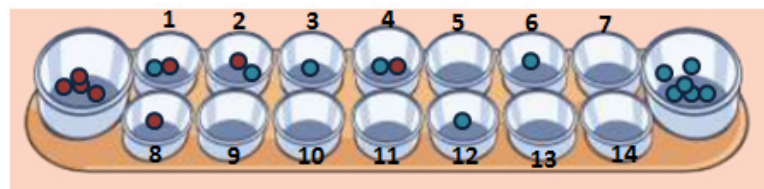
Pada fase ini murid akan diperkenalkan tentang KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dan FPB (Faktor Persekutuan Perbesar). KPK adalah bilangan terkecil yang merupakan kelipatan dari satu atau lebih bilangan dan FPB adalah faktor terbesar dari satu atau lebih bilangan. KPK dan FPB merupakan konsep dasar matematika yang berkaitan dengan bilangan bulat non negatif.



Dalam konteks sehari-hari, KPK berkaitan kegiatan menentukan kapan dua peristiwa yang berulang akan terjadi bersamaan, sedangkan FPB berkaitan dengan menentukan jumlah terbesar dari sesuatu yang dapat dibagi secara merata ke dalam beberapa kelompok.

Seringkali materi KPK dan FPB diperkenalkan sangat prosedural sehingga kurang mendalam dan bermakna. Pembelajaran KPK dapat diawali melalui masalah kontekstual misal soal cerita berkaitan dengan jadwal kegiatan rutin (misal les musik) beberapa anak dengan periode berbeda, kapan mereka akan melakukan kegiatan bersamaan, hari apa mereka akan bersama lagi. Pembelajaran FPB juga dimulai dengan masalah kontekstual seperti ada beberapa kelompok kue dengan jumlah berbeda, kemudian menentukan jumlah terbesar kue tiap kelompok agar tiap kelompok kue memiliki jumlah sama.

Bentuk kegiatan lainnya dapat berupa permainan seperti congklak atau papan tulis dengan angka-angka. Cara bermain congklak untuk menyelesaikan soal FPB: Pertama-tama memberi label bilangan 1 sd 12 pada lubang kecil papan congklak yang merepresentasikan faktor. Setiap pemain dalam congklak memiliki lumbung (lubang besar). Lumbung ini dapat dianggap sebagai representasi bilangan yang ingin dicari FPB-nya. Misalnya, lumbung pemain A dapat mewakili bilangan 12, dan lumbung pemain B dapat mewakili bilangan 8. Pemain A akan memindahkan biji congklak pada lubang kecil yang merupakan faktor dari 12 (1,2,3,4,6,12). Sedangkan pemain B akan memindahkan biji congklak ke lubang kecil yang merupakan faktor dari 8 (1,2,4,8). Lubang kecil yang terisi dua biji congklak merupakan faktor persekutuan (1,2,4) jadi FPB nya adalah 4. Berikut ilustrasi permainan congklak dari kardus dan gelas air mineral untuk mencari FPB dari 8 dan 12;



Assessment for learning selama proses pembelajaran dengan tugas kelompok penyelesaian masalah sehari-hari. Pendidik mengobservasi kemampuan berpikir kritis, kreatif, analitis dalam menyelesaikan tugas yang berkaitan dengan KPK dan FPB. Pendidik mengajukan pertanyaan pemantik kepada murid ketika menyelesaikan soal-soal kontekstual (misal: lampu yang berkedip secara bersamaan), menilai kemampuan mendengar dan menghargai pendapat orang lain, partisipasi saat berdiskusi bersama teman kelompoknya. *Assessment of learning* dilakukan untuk menilai seluruh kompetensi. Di akhir pembelajaran dilaksanakan refleksi diri berkaitan dengan materi pembelajaran.

• Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

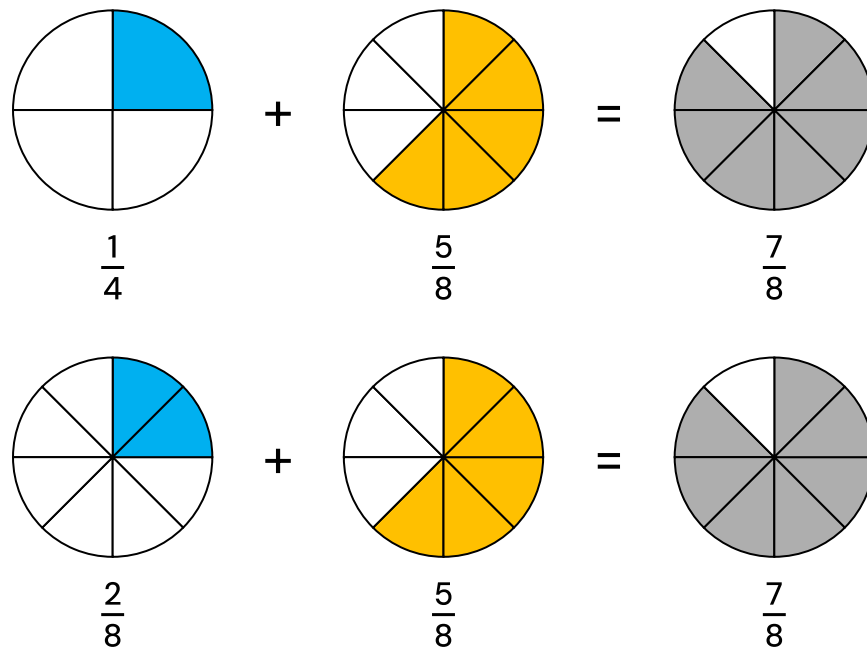
Materi pada fase ini adalah operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan dengan penyebut yang berbeda



Penjumlahan dan pengurangan pecahan banyak digunakan pada konteks sehari-hari maupun lainnya misalnya pada bidang seperti IPA saat melakukan pengukuran dan menentukan volume, waktu, dan massa, pelajaran IPS saat menghitung skala pada peta, pelajaran seni budaya dan prakarya (SBDP) saat menentukan proporsi ukuran pembuatan kerajinan atau prakarya.

Pembelajaran dilakukan tidak hanya secara prosedural bahwa menjumlahkan atau mengurangi pecahan berpenyebut berbeda dengan cara menyamakan penyebutnya, namun dapat digunakan strategi lainnya sehingga murid menemukan prosedur yang tepat dan efisien. Pendidik dapat memberikan soal kontekstual dan membimbing penyelesaiannya, misalnya "Kakak ingin membuat kue kering membutuhkan bahan $\frac{1}{2}$ kg tepung, margarin $\frac{3}{4}$ kg dan $\frac{1}{4}$ kg gula, berapa jumlah seluruh bahan kue tersebut?". Untuk meningkatkan pemahaman, pendidik dapat mendemonstrasikan dengan alat peraga gambar atau melakukan permainan penjumlahan dan pengurangan dengan benda-benda konkret

seperti buah yang dipotong-potong, permainan domino (memadukan kartu yang berisi soal dan jawaban). Hal tersebut agar pembelajaran menjadi lebih bermakna dan menyenangkan. Contoh $\frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \dots$, dapat digambarkan dengan mengubah dulu pecahan $\frac{1}{4}$ menjadi $\frac{2}{8}$.



Penguatan juga diberikan dalam bentuk latihan soal melalui permainan menantang dan menyenangkan pada aplikasi-aplikasi perangkat lunak.

Assessment for learning (formatif) selama proses pembelajaran melalui pengamatan (observasi), tanya jawab dan latihan interaktif (menggunakan benda-benda konkret). Aspek yang diobservasi meliputi melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan dan pecahan campuran dengan berbagai strategi, ketepatan melakukan penghitungan penjumlahan dan pengurangan pecahan, serta kemampuan berpikir kreatif dan logis dalam mengaplikasikan penjumlahan dan pengurangan pecahan pada permasalahan kontekstual. *Assessment of learning* (sumatif) dapat dilaksanakan dengan tes tertulis, kuis atau proyek. *Assessment as learning* (refleksi) dilaksanakan dengan melibatkan murid (misal tanya jawab atau mengisi lembar refleksi).

- **Operasi Perkalian dan Pembagian Pecahan dengan bilangan asli**

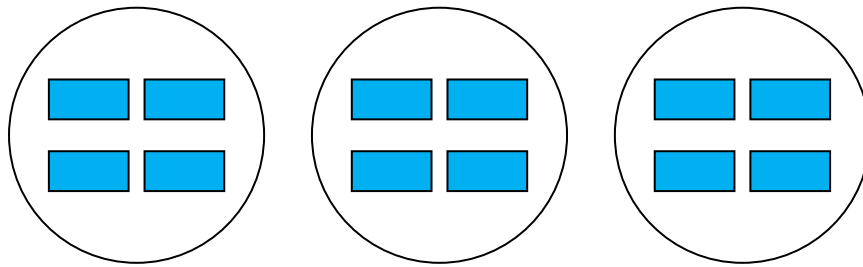
Materi ini meliputi pemahaman konsep perkalian dan pembagian pecahan, prosedur perkalian dan pembagian pecahan, serta strategi berhitung yang tepat dan efisien.



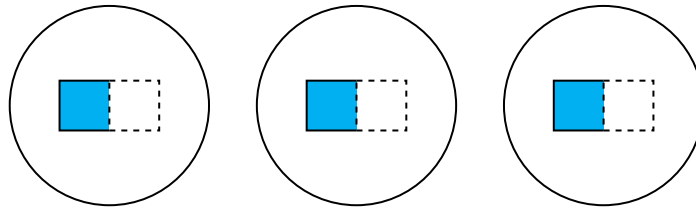
Materi operasi perkalian dan pembagian pecahan banyak ditemui dalam kehidupan nyata. Misalnya perhitungan resep jenis bumbu masakan adalah $\frac{1}{2}$ sendok untuk tiap porsi, maka untuk 4 porsi diperlukan $\frac{1}{2}$ sendok $\times$ 4 porsi = 2 sendok. Pada pengukuran, jika $\frac{1}{3}$ meter kain dibutuhkan untuk 1 baju, maka 3 baju memerlukan $\frac{1}{3}$ meter $\times$ 3 baju = 1 meter. Operasi pecahan juga digunakan di IPA operasi saat mengukur panjang atau berat atau pada IPS saat membaca data penduduk, diagram batang, atau perbandingan wilayah.

Penekanan materi ini bukan pada prosedural seperti “Untuk perkalian pecahan dengan pecahan, tinggal kalikan pembilang dan kalikan penyebut”, atau “Untuk pembagian pecahan dengan pecahan, pecahan kedua “dibalik” dan operasinya berubah menjadi perkalian”, tetapi lebih pada makna konsep perkalian dan pembagian pecahan sehingga dapat menemukan prosedur operasinya dan menggunakannya secara tepat dan efisien.

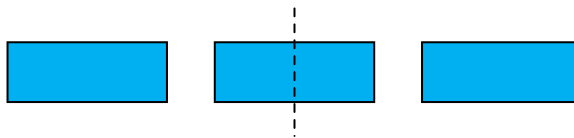
Pembelajaran dimulai dengan memahami makna operasi perkalian bilangan asli terlebih dahulu menggunakan ilustrasi gambar, yaitu *equal grouping* atau pengelompokan dengan jumlah isi yang sama. Perkalian 3×4 memiliki arti adanya 3 kelompok dengan masing-masing berisi 4 objek, seperti berikut.



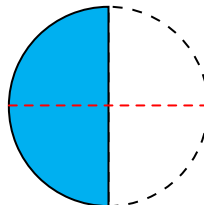
Dari makna tersebut, misalnya $3 \times \frac{1}{2}$ dapat digambarkan seperti berikut.



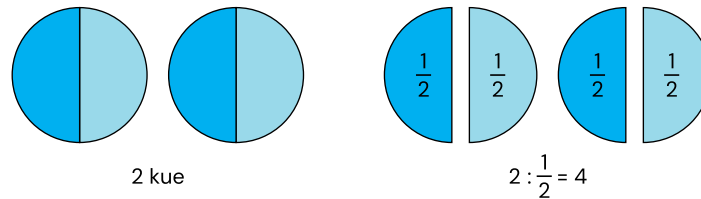
Diperoleh $3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Nantinya, dengan menggunakan sifat pertukaran, dapat ditunjukkan $\frac{1}{2} \times 3 = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Pecahan setengah di sini memiliki pengertian operator atau tindakan mengambil setengah dari jumlah yang ada (yaitu 3) seperti terlihat pada gambar berikut.



Pembagian bilangan memiliki makna berbagi untuk mendapatkan yang sama. Misalnya $12 \div 4$, berarti ada 12 benda ingin dibagi rata kepada 4 orang, hasilnya adalah berapa benda yang didapat setiap orang (yaitu 3 benda). Makna ini, dapat diterapkan pada pembagian pecahan dengan bilangan asli. Misalnya $\frac{1}{2} \div 2$, berarti ada setengah kue dan ingin dibagikan kepada 2 orang. Maka setengah kue dibagi menjadi 2 bagian yang sama besarnya sehingga setiap bagian adalah $\frac{1}{4}$ dari kue utuh.



Kembali pada $12 \div 4$, yang dapat pula dimaknai bahwa ada 12 benda ingin dibagi rata sehingga setiap orang mendapat 4 benda, hasilnya adalah berapa orang yang mendapatkan (yaitu 3 orang). Makna ini, dapat diterapkan pada pembagian bilangan asli dengan pecahan. Misalnya $2 \div \frac{1}{2}$, berarti ada 2 kue dibagikan kepada berapa orang agar setiap orang mendapatkan setengah kue ($\frac{1}{2}$). Jawabannya adalah 4.



Selanjutnya, murid menggunakan pemahaman ini untuk melakukan perkalian dan pembagian dengan pecahan secara prosedural.

Assessment for learning dilaksanakan selama proses pembelajaran, untuk menilai pemahaman konsep, berpikir kritis dan logis dalam menyelesaikan masalah kontekstual, serta menilai kerjasama, diskusi, mengemukakan pendapat selama kegiatan pembelajaran (diskusi, berpendapat, dan lain-lain). *Assessment of learning* (sumatif) dapat dilaksanakan secara tertulis, penugasan, kuis, dan lain-lain untuk keseluruhan level kognitif (pengetahuan dasar, aplikasi sederhana, analisis). Di akhir pembelajaran murid mengisi lembar refleksi.

• Hubungan Pecahan, Persen dan Desimal

Materi ini meliputi mengubah bentuk pecahan ke bentuk pecahan lain yang setara atau senilai, menyatakan pecahan ke bentuk pecahan biasa, desimal dan persen, serta konteksnya dalam masalah sehari-hari. Cakupan materi pada fase ini adalah:



Materi pecahan, desimal dan persen berkaitan dengan kehidupan sehari-hari seperti diskon, membaca waktu (misal lama belajar 2,5 jam), resep makanan, atau membandingkan ukuran benda. Pada olahraga misalnya menghitung persentase waktu istirahat atau aktif dalam latihan fisik, di SBDP terkait saat mengatur proporsi warna, bentuk, atau ukuran dengan pecahan atau persen.

Mengubah bentuk pecahan ke berbagai bentuk, dapat diberikan melalui contoh-contoh nyata yang sering ditemui murid, seperti menggunakan pecahan biasa dan campuran saat membagi makanan (misal $\frac{5}{2}$ menjadi $2\frac{1}{2}$) dengan dibantu gambar atau benda-benda konkret (buah, alat peraga gambar pizza, atau kue berbentuk persegi, dan lain-lain). Pada pembelajaran, murid diminta membawa benda-benda tersebut sebagai bahan demonstrasi mengubah pecahan yang dilakukan bersama murid.

Assessment for learning selama pembelajaran dilaksanakan dalam bentuk belajar melalui permainan, misalnya permainan mencocokkan kartu berbagai bentuk pecahan (cara bermainnya seperti 'Memori Pecahan'). Misalnya, dibuat 4 kelompok dan pada setiap kelompok ada 10 kartu pecahan berbagai bentuk. Sebelum dimainkan kartu ditutup semua. Aturannya adalah pertama membuka 2 kartu yang memiliki nilai sama, dan seterusnya. Kelompok yang menang adalah yang dapat menyelesaikan permainan paling cepat dan benar. Berikut contoh kartu "Memori Pecahan" :

$1\frac{1}{2}$	5%	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	125%
0,75	1,5	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{20}$	12,5%

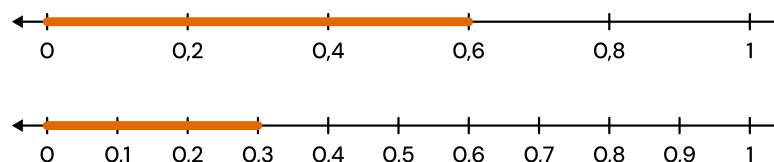
Pada permainan, dapat dinilai ketelitian dalam mengubah pecahan, kepercayaan diri, kerjasama dalam kelompok, kreativitas dalam menentukan prosedur yang digunakan. *Assessment of learning* (sumatif) dilaksanakan melalui tes tertulis, penugasan, dan lain-lain untuk menilai keseluruhan kompetensi. *Assessment as learning* dalam bentuk murid mengisi lembar refleksi atau melalui tanya jawab.

- **Membandingkan dan Mengurutkan bilangan desimal (satu angka di belakang koma).**

Pada fase ini, ditekankan pada penguatan penalaran sistematis dan logis dalam membandingkan dan mengurutkan bilangan desimal (satu angka di belakang koma). Materi ini banyak digunakan dalam konteks sehari-hari misalnya saat membandingkan secara cepat harga barang, menghitung panjang (cm), berat (kg), atau volume yang sering menggunakan satuan desimal dalam pengukuran seperti 1,5 m atau 2,3 kg.

Kompetensi yang dibangun meliputi memahami konsep “persepuluhan” dan menghubungkannya dengan pecahan (contoh: $\frac{3}{10} = 0,3$), membandingkan desimal satu persepuluhan yaitu menentukan mana yang lebih besar atau kecil, menggunakan tanda “>” dan “<”, mengaitkan desimal dengan pecahan (mengonversi pecahan ke bentuk desimal misalnya $\frac{1}{5} = 0,2$), mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis dalam menyelesaikan masalah, serta kemampuan komunikasi dalam menggunakan simbol-simbol matematika (>, <, =) untuk menyatakan hubungan antara bilangan desimal.

Pembelajaran dimulai dengan menggunakan benda konkret seperti memotong pizza sebesar $\frac{3}{10}$ dan dihubungkan dengan 0,3; serta visualisasi melalui garis bilangan dan mengamati bahwa bilangan desimal yang lebih besar terletak di sebelah kanan bilangan desimal yang lebih kecil pada garis bilangan.



Contoh: mana lebih besar 0,3 atau 0,6? Dari garis bilangan, terlihat bahwa 0,3 lebih kecil dari 0,6. Bentuk kegiatan lain, misalnya bermain interaktif menggunakan kartu bilangan desimal. Dengan diskusi, kerja sama, dan kolaborasi, setiap kelompok berlomba mengurutkan kartu desimal dari terkecil hingga terbesar, kemudian menyajikan cara membandingkan desimal. Pendidik dapat memberikan latihan sederhana.

Asesmen formatif selama pembelajaran untuk menilai ketelitian dalam mengamati benda, pemahaman konsep membandingkan bilangan desimal, dan kepercayaan diri dalam menjelaskan. Asesmen sumatif dalam bentuk tes tertulis, penugasan, atau proyek untuk kompetensi keseluruhan dalam membandingkan dan mengurutkan bilangan desimal (sampai satu tempat desimal). Diakhir pembelajaran murid diminta mengisi lembar refleksi.

Elemen Aljabar

Aljabar pada Fase C meliputi kalimat matematika penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan cacah 1000, pola bilangan membesar dan mengecil berkaitan dengan perkalian dan pembagian, penyelesaian masalah rasio dan proporsi. Materi ini untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, serta memecahkan masalah dengan menggunakan simbol dan persamaan.

- **Menentukan Nilai yang belum diketahui dalam Kalimat Matematika yang berkaitan dengan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan cacah 1000**

Kalimat matematika penjumlahan dan pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan cacah 1000 merupakan ekspresi, bentuk atau pernyataan matematika yang menggambarkan operasi bilangan dan hasilnya dengan menggunakan simbol seperti $+$, $-$, $\times$, atau $\div$, serta $=$, $<$, atau $>$ untuk menggambarkan hubungan bilangan cacah dan hasil operasinya.



Materi ini relevan dengan permasalahan sehari-hari seperti membuat resep makanan, membandingkan harga, di bidang teknologi misalnya untuk menghitung bahan, ukuran, dan waktu kerja, di bidang ekonomi misalnya untuk menghitung diskon, atau bunga tabungan.

Pembelajaran dapat dimulai dari kalimat matematika dengan simbol yang belum formal seperti $10 \times \square = 800$ dan $800 \div \square = 10$, murid diminta untuk mencari nilai yang belum diketahui dan memberikan penjelasan hubungan antara kalimat matematika pertama dan kedua. Selanjutnya, diberikan soal-soal kontekstual, contohnya "Joko memiliki 600 kelereng, dan akan diberikan kepada 20 orang temannya, jika masing-masing temannya diberi 25 buah, maka berapa banyak kelereng joko yang tersisa? Bagaimana kalian menuliskan kalimat matematikanya?". Murid diminta memberi penjelasan atas jawabannya. Pengenalan variabel dapat diberikan sebagai pengganti bilangan, bukan sebagai nilai yang harus ditentukan. Misalnya, "jika $A = 6$ dan $B = 8$, maka berapakah hasil $A \times B$ ". Kegiatan lainnya adalah permainan "Lempar Bola Kertas", murid menuliskan suatu masalah kontekstual pada bola kertas dan dilempar kepada temannya, teman yang menerima bola kertas harus menyelesaikan soal yang tertulis.

Asesmen pada materi ini asesmen awal kemampuan dasar operasi hitung untuk menilai kesiapan belajar serta asesmen selama proses pembelajaran untuk menilai kemampuan berpikir kreatif dan logis dalam menyusun dan menyelesaikan kalimat matematika dengan benar dan tepat. Asesmen sumatif berbentuk tes tertulis, kuis, penugasan, proyek, untuk menilai keseluruhan kompetensi. Di akhir dilakukan refleksi dengan mengisi lembar refleksi.

- **Pola Bilangan Membesar dan Mengecil yang berkaitan dengan Perkalian dan Pembagian**

Pada fase ini murid mempelajari pola bilangan membesar dan mengecil yang berkaitan dengan perkalian dan pembagian, yaitu susunan bilangan atau urutan angka yang mengikuti aturan atau pola tertentu, di mana bilangan-bilangan tersebut bertambah (membesar) atau (mengecil) secara teratur melalui perkalian atau pembagian dengan angka sebelumnya dengan suatu bilangan tertentu. Sebagai contoh: 3, 9, 27, 81, . . . (pola ini membesar dengan perkalian 3) dan 200; 50; 12,5; 3,125; . . . (pola ini mengecil dengan pembagian 4).



Materi pola dalam kehidupan sehari-hari ditemui pada pola pertumbuhan penduduk, menghitung pengurangan bertahap stok barang, dan sebagainya. Pembelajaran materi dimulai dari konteks pengalaman sehari-hari murid, misalnya ilustrasi pembelahan sel, murid diminta menemukan pola bilangan dari pembelahan sel tersebut berdasar ilustrasi gambar. Pendidik bertanya: “Bagaimana hubungan antara bilangan pertama dan kedua (melibatkan perkalian atau pembagian)?” Murid menjawab dan menjelaskan, serta diberikan umpan balik. Untuk memperkuat pemahaman, dapat diberikan penugasan kelompok (dapat menggunakan alat bantu benda konkret) membagi bilangan dengan bilangan yang sama secara berurutan.

Asesmen formatif pada kegiatan pembelajaran seperti pada aktivitas diskusi dan bertanya seperti: “Apakah murid dapat mengenali pola bilangan membesar/membesar?, murid membuat atau melanjutkan pola sesuai aturan, menyelesaikan soal kontekstual berbasis pola, misalnya jumlah kue setiap hari bertambah 2 kali lipat. Jika hari pertama 4, berapa kue di hari ke-4?”, maka pendidik dapat menilai kemampuan mengidentifikasi pola bilangan, menemukan bilangan sesudah dan sebelum bilangan selanjutnya, serta kemampuannya berpikir kreatif, logis, tangguh, dan bekerja samanya dalam aktivitas kelompok. Asesmen sumatif dapat berupa tes tertulis, kuis, penugasan, atau proyek, untuk mengetahui kompetensi keseluruhan, serta diakhiri refleksi.

• Penyelesaian masalah Rasio dan Proporsi

Materi ini meliputi konsep rasio, bernalar secara proporsional untuk menyelesaikan masalah sehari-hari dengan rasio satuan, menggunakan operasi hitung dalam menyelesaikan masalah sehari-hari terkait proporsi.



Materi rasio akan digunakan perhitungan seperti pecahan, konversi satuan, dan skala di matematika; pada IPA digunakan untuk mengukur perbandingan zat, menghitung kecepatan reaksi suhu; di bidang ekonomi digunakan untuk konversi mata uang, analisis untung rugi, serta di bidang psikologi dan statistik untuk menghitung rasio hasil survei, proporsi populasi, dan sebagainya.

Pendidik dapat memperkenalkan konsep utama rasio dan penalaran proporsi menggunakan hubungan multiplikatif (perkalian) di mana kuantitas (baik diskrit atau kontinu), dibandingkan menggunakan perkalian skalar. Sebagai contoh, botol ini isinya tiga kali lebih banyak dari isi gelas ini. Di sini terdapat dua kuantitas yang dibandingkan, yaitu isi botol dan isi gelas, walaupun tidak diketahui isi sebenarnya dari botol dan gelas. Ini mirip dengan penggunaan "selisih" untuk membandingkan kuantitas pada hubungan aditif (penjumlahan), namun rasio tidak merepresentasikan besaran dengan satuan yang sama dengan yang dibandingkan, sedangkan selisih

menggunakan satuan yang sama. Misalnya, waktu tempuh saya 12 menit dan waktu tempuh kamu 8 menit, maka selisih aditifnya 4 menit, tetapi rasio waktu tempuh kamu dan saya adalah $\frac{8}{12}$ atau $\frac{2}{3}$ (tanpa satuan), yaitu waktu tempuh kamu adalah $\frac{2}{3}$ dari waktu tempuh saya. Rasio dapat dinyatakan sebagai perkalian skalar atau sebagai pecahan (pasangan berurutan).

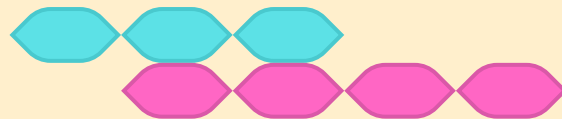
Pemahaman terhadap rasio, bisa juga menggunakan bagian dari bagian (*part-part*), bagian dari keseluruhan (*part-whole*), atau keseluruhan dari bagian (*whole-part*). Berbeda dengan dengan pecahan yang dipahami sebagai bagian dari keseluruhan (*part-whole*). Contoh: kombinasi warna permen coklat dalam berbagai kemasan di bawah ini.

Kombinasi Permen Coklat Kemasan A



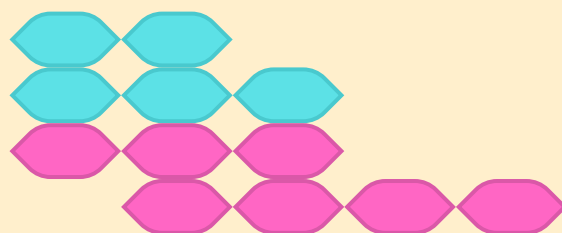
rasio warna biru terhadap pink $\frac{2}{3}$

Kombinasi Permen Coklat Kemasan B



rasio warna biru terhadap pink $\frac{3}{4}$

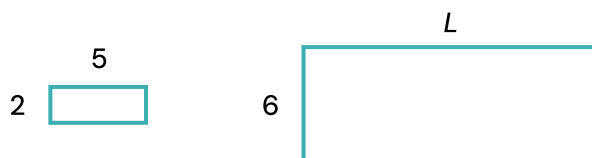
Kombinasi Permen Coklat Kemasan A dan B



rasio warna biru terhadap pink $\frac{5}{7}$

Dengan menggunakan penalaran proporsional atau berpikir perkalian (*multiplicative reasoning*), maka rasio 2 : 3, 4 : 6, dan 8 : 12, memiliki nilai yang sama atau setara (ekuivalen) sehingga rasio-rasio tersebut proporsional atau sebanding. Miskonsepsi

sering terjadi ketika mencari proporsi, murid cenderung berpikir selisih. Misalnya, pada dua persegi panjang berikut, murid berpikir pada persegi pertama selisih antara panjang dan lebarnya adalah 3, maka pada persegi panjang kedua, maka L adalah 6 karena selisihnya juga 3.



Gambar 12. Gambar proporsi pada gambar persegi panjang

Dengan berpikir proporsional, melalui perkalian, yaitu lebar persegi panjang kedua adalah 3 kali lebar persegi panjang pertama, sehingga panjang persegi kedua juga harus 3 kali panjang dari persegi panjang pertama, yaitu 3 kali 5, yaitu 15.

Panjang	5	L
Lebar	2	6

Asesmen ditekankan pada pemahaman konsep, pemecahan masalah, dan aplikasi praktis dalam kehidupan sehari-hari. Asesmen formatif selama proses pembelajaran dalam bentuk pertanyaan terkait konsep dan tugas kelompok tentang soal-soal yang kontekstual seperti membandingkan harga barang, membuat skala bangunan, membuat resep. Asesmen sumatif dapat dilaksanakan dalam bentuk tes tertulis untuk menguji keseluruhan kompetensi. Di akhir pembelajaran dilakukan refleksi.

Elemen Pengukuran

Materi pengukuran pada Fase C meliputi keliling dan luas bangun datar dan gabungannya, penghitungan durasi waktu, dan pengukuran sudut.

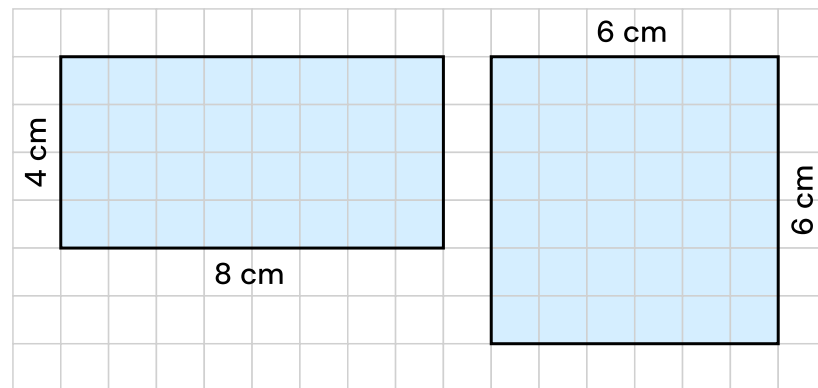
- **Keliling dan Luas Berbagai Bangun Datar dan Gabungannya**

Keliling adalah panjang garis luar atau sisi yang membatasi suatu bangun datar, dan luas adalah ukuran daerah yang ditempati oleh bangun datar tersebut. Pada fase ini murid mempelajari dan mengaitkan konsep keliling dan luas pada bangun datar sederhana dan gabungannya.



Materi keliling bangun datar berkaitan dengan konteks sehari-hari seperti panjang pagar pekarangan, menghitung untuk jarak yang ditempuh saat mengelilingi daerah, pada seni rupa dan desain grafis digunakan saat merancang pola atau dekorasi sehingga diperoleh bentuk dan menghitung kelilingnya. Luas juga digunakan untuk menentukan jumlah keramik yang digunakan untuk menutup lantai serta masalah lainnya.

Pada fase sebelumnya, telah dikenalkan konsep panjang, luas dan estimasinya, serta mengukur panjang dan luas dengan satuan tidak baku maupun satuan baku. Pada fase ini, pemahaman diperkuat dengan mengaitkan dan menerapkan keliling dan luas pada bangun datar sederhana dan gabungannya. Pembelajaran dapat dilakukan melalui eksplorasi dengan menggunakan seutas tali atau benang dengan panjang tertentu (kelilingnya) yang diikat kedua ujungnya, dan membuat berbagai bentuk dengan luas yang berbeda-beda dengan keliling tetap.



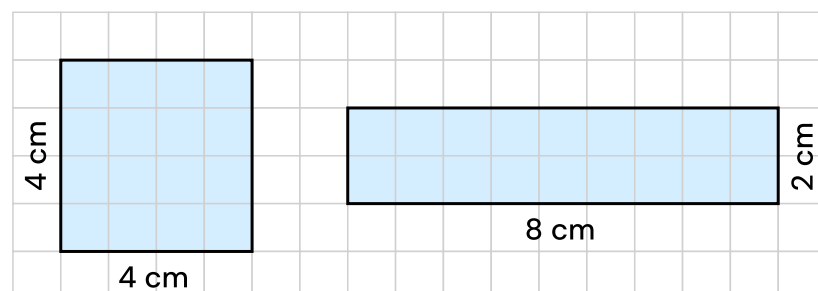
Keliling persegi panjang = $8 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Luas persegi panjang = $8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$

Keliling persegi = $6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Luas persegi = $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$

Eksplorasi berikutnya adalah membentuk berbagai bangun datar dengan luas yang sama tetapi memiliki keliling yang berbeda-beda dengan menggunakan kertas berpetak. Seperti terlihat di bawah ini.



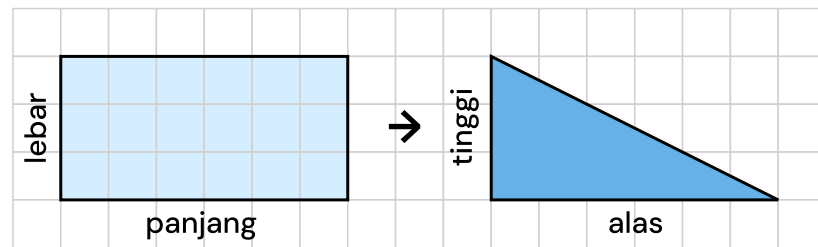
Keliling persegi = $4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$

Luas persegi = $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$

Keliling persegi panjang = $8 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

Luas persegi panjang = $8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$

Kegiatan dilanjutkan dengan murid memprediksi keliling dan luas bangun datar sebelum melakukan pengukuran, menemukan dan menggunakan rumus. Misalnya, “menemukan” rumus atau mengaitkan rumus dari bentuk lain seperti mencari hubungan luas persegi panjang dengan luas segitiga. Murid mengukur panjang dan lebar dari persegi panjang, kemudian persegi panjang tersebut dibagi dua sama besar membentuk dua segitiga siku-siku.



Diketahui bahwa luas persegi panjang = panjang $\times$ lebar. Karena segitiga siku-siku adalah setengah dari persegi panjang maka luas segitiga sama dengan setengah dari luas persegi panjang. Jadi, luas segitiga = $\frac{1}{2} \times$ luas persegi panjang = $\frac{1}{2} \times$ panjang $\times$ lebar

Panjang persegi panjang sama dengan alas segitiga dan lebar persegi panjang sama dengan tinggi segitiga, sehingga dapat dituliskan:

$$\text{luas segitiga} = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

Keterampilan ditingkatkan dengan berlatih menghitung keliling dan luas dengan alat bantu teknologi seperti kuis atau permainan pada aplikasi matematika, dan lain-lain. Agar pembelajaran menjadi bermakna dan menggembirakan dapat diberikan aktivitas seperti tugas kelompok membuat hiasan dinding menggunakan kertas karton misalnya dengan berbagai bangun datar seperti persegi, persegi panjang, segitiga, dan lingkaran, menentukan ukuran, memvisualisasikan, dan mengaplikasikan rumus keliling dan luas dalam desain yang kreatif. Kegiatan selengkapnya dapat dilihat pada tautan seperti <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Asesmen awal dapat berbentuk pertanyaan "Apakah murid mengetahui perbedaan antara keliling dan luas?", "Jika sebuah persegi memiliki panjang sisi 10 cm, berapa keliling dan luasnya?". Asesmen formatif selama pembelajaran (diskusi, presentasi, dan lain-lain) mengukur kemampuan berpikir kreatif, tanggung jawab, bekerja sama dalam menyelesaikan masalah, pemahaman, dan mengaplikasikan konsep keliling dan luas bangun datar dan gabungannya. Asesmen sumatif dapat berbentuk proyek akhir seperti membuat model gabungan bangun datar dan menghitung keliling serta luas bangun datar tersebut, atau tes tertulis, penugasan akhir, dan lain-lain. Refleksi dilakukan diakhir pembelajaran melalui isian lembar refleksi.

• Penghitungan Durasi Waktu

Durasi waktu atau rentang waktu adalah lamanya waktu yang dibutuhkan untuk terjadinya suatu peristiwa, dari saat tertentu ke saat tertentu kemudian.



Materi durasi waktu banyak digunakan di IPA untuk memahami konsep siang–malam, durasi hari (24 jam) yang terkait dengan rotasi bumi atau revolusi bumi, di IPS untuk mengetahui durasi peristiwa sejarah dan meningkatkan pemahaman kronologi dalam konteks sejarah, di bidang olahraga untuk mengukur durasi aktivitas fisik atau pemanasan dan membantu merencanakan latihan (contoh: lari selama 15 menit, istirahat) atau catatan waktu pertandingan, serta di fisika waktu digunakan untuk mempelajari gerak dan fenomena alam, kecepatan, dan percepatan.

Pembelajaran menggunakan benda konkret (jam analog, stopwatch) atau dengan pendekatan kontekstual terkait kegiatan keseharian misalnya murid diminta untuk menghitung berapa lama waktu yang diperlukan selama perjalanan dari rumah sampai sekolah jika berangkat dari rumah pukul 06.10 dan sampai pukul 06.25, berapa lama belajarnya. Pembelajaran dapat berupa demonstrasi dan praktik langsung bersama murid misalnya memutar jarum jam untuk menunjukkan waktu mulai dan waktu selesai, dan menghitung selisihnya dengan bantuan visual untuk

membantu visualisasi dan perhitungan secara konkret. Kemudian, dapat diberikan juga permainan aplikasi matematika dari situs web matematika seperti aplikasi *Time Tracker* untuk meningkatkan ketepatan melakukan perhitungan dan kreativitas menyelesaikan masalah.

Asesmen formatif dilaksanakan selama proses pembelajaran saat diskusi, presentasi, dan lain-lain dari perkembangan belajar murid tentang konsep dasar waktu, konversi satuan waktu secara tepat, perhitungan dengan durasi waktu dalam berbagai konteks, kemampuan berpikir kritis dan logis dalam menganalisis dan menyelesaikan masalah terkait durasi waktu, serta kemampuan berkolaborasi, kemandirian, serta berbicara. Asesmen sumatif dilaksanakan untuk menilai penguasaan keseluruhan kompetensi dalam bentuk tes tertulis dan proyek individu, serta diakhiri refleksi.

- **Pengukuran Sudut**

Sudut dibentuk oleh dua sinar garis atau sisi dari sudut dengan titik asal yang sama, yang disebut puncak dari sudut.

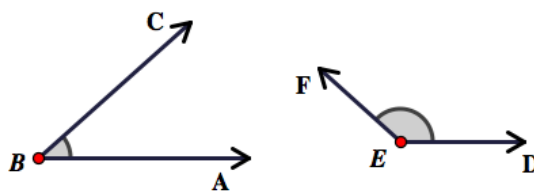


Materi ini berkaitan dengan kehidupan sehari-hari misalnya pada ilmu teknik saat menghitung sudut pada denah bangunan, atap, tangga, dan jembatan, pada desain grafis dan seni rupa, pada olahraga saat menentukan sudut tendangan dalam sepak bola sudut untuk menciptakan bentuk dan perspektif.

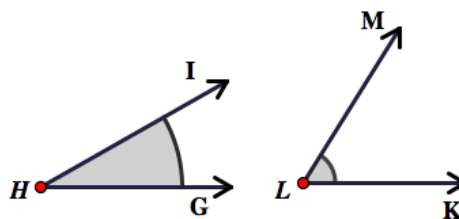
Untuk memperdalam pemahaman konsep, pembelajaran dilaksanakan melalui benda-benda konkret, yang ada di sekitar murid misalnya membuka pintu dengan sudut tertentu, menggunakan alat bantu seperti busur derajat, penggaris, dan kompas untuk membuat visualisasi gambar. Agar lebih bermakna dan menyenangkan, murid perlu terlibat aktif melalui demonstrasi, berdiskusi, presentasi dan permainan, menggunakan teknologi seperti aplikasi matematika dan situs web matematika dengan contoh-contoh latihan.

Pembelajaran sudut dimulai dengan mengidentifikasi dan memahami sudut untuk satu putaran penuh, setengah putaran, dan seperempat putaran dan murid dapat mempraktikkan dengan gerak tubuh, misal berputar searah jarum jam (berputar arah kanan) atau berlawanan arah jarum jam (berputar arah kiri) atau menggunakan alat-alat seperti sedotan. Gerak lain misalnya, murid membuat sudut dengan tubuh dan merentangkan lengan lurus ke depan dan menekuk siku serta secara perlahan menggerakkan tangan ke arah wajah. Bagian lengan di atas dan di bawah siku sebagai dua sisi sudut, yang menjadi lebih kecil saat tangan mendekat ke wajah. Murid mengenal sudut kecil dan besar dengan membandingkan sudut-sudut berbeda yang dibuat.

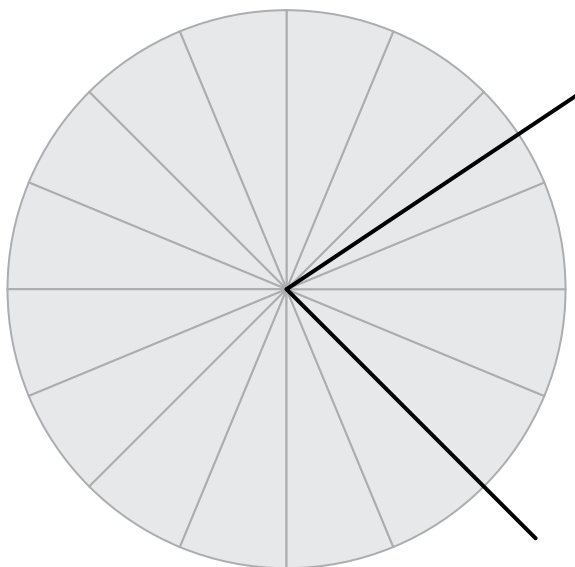
Penting untuk menyadari dan memahami bahwa besar sudut merupakan area yang dibatasi sisi sudut agar terhindar dari miskonsepsi sudut dengan sinar garis lebih panjang adalah lebih besar dari sudut dengan sinar garis yang lebih pendek. Jadi, sudut ABC lebih kecil dari sudut FED karena area pada sudut FED lebih luas atau lebih besar.



Demikian juga, misalnya sudut IHG lebih kecil dari sudut MLK karena area pada sudut MLK lebih luas walaupun panjang garis lengkung yang mewakili sudut IHG lebih besar.



Setelah membandingkan sudut secara langsung, secara visual, atau dengan menempatkan satu sudut di atas sudut lainnya, murid mengukur sudut dengan menggunakan lingkaran yang dibagi menjadi bagian yang sama seperti berikut.



Diperkenalkan satuan sudut yang sering digunakan, yaitu derajat dengan simbol $^{\circ}$ dan bahwa sudut satu putaran penuh adalah 360 derajat sehingga setengah putaran $= \frac{1}{2} \times 360$ derajat = 180 derajat, seperempat putaran adalah 90 derajat, dan tiga-perempat putaran adalah 270 derajat. Murid memahami satu derajat $= \frac{1}{360}$ dari satu putaran. Selanjutnya, praktik menggunakan alat ukur sudut (misal busur derajat) untuk mengukur besar sudut.

Asesmen formatif meliputi asesmen awal seperti pendidik menanyakan benda-benda di sekitar yang memiliki sudut dan selama proses pembelajaran saat aktivitas mengukur sudut, diskusi dan tanya jawab kelompok. Asesmen sumatif dapat berupa tes tertulis, penugasan, dan lain-lain untuk menilai pencapaian seluruh kompetensi. Di akhir pembelajaran dilaksanakan refleksi.

Elemen Geometri

Materi geometri pada Fase C, meliputi mengonstruksi dan mengurai bangun ruang, visualisasi spasial, membandingkan ciri, sifat karakteristik antar bangun datar dan bangun ruang, serta menentukan lokasi objek pada peta menggunakan sistem berpetak.

• Mengonstruksi dan mengurai bangun ruang

Setelah mempelajari menyusun (komposisi) dan menguraikan (dekomposisi) bangun datar, dilanjutkan dengan mengonstruksi dan mengurai bangun ruang (kubus, balok dan gabungannya) yang meliputi pembentukan bangun ruang dari beberapa bangun datar misalnya bangun ruang seperti kubus, balok, dan tabung memiliki sisi-sisi yang berbentuk bangun datar seperti persegi, persegi panjang, dan lingkaran; pembentukan bangun ruang gabungan dan penguraian bangun menjadi bangun-bangun lainnya.



Materi ini berkaitan dengan kehidupan sehari-hari misalnya saat mendesain bangunan rumah/gedung, menghitung volume dan luas permukaan bangun ruang, mengemas dan menyusun barang dengan efisien. Pembelajaran dimulai misalnya dengan mengamati bangunan rumah yang tersusun dari beberapa kontainer bekas.



Pendidik bertanya 'Dapatkah kalian memperkirakan berapa kontainer yang digunakan untuk membuat bangunan rumah tersebut? Pendidik menyiapkan benda (alat peraga) kubus berukuran sama dan balok. Murid menyusun 2 kubus dan melihat dari berbagai arah. Apakah bentuk yang terjadi adalah sama? Kegiatan dilakukan kembali menggunakan benda berbentuk balok. Murid memahami bahwa bangun ruang dapat terbentuk dari gabungan beberapa bangun ruang lain sehingga menjadi bangun ruang yang berbeda, ataupun sebaliknya bangun ruang dapat diurai menjadi beberapa bangun ruang kecil.

Asesmen formatif dilakukan untuk mengevaluasi kemampuan menghitung banyaknya bangun ruang kecil yang membentuk bangun ruang lebih besar, menyelesaikan masalah sehari-hari seperti menghitung banyaknya kardus yang ditempatkan ke dalam suatu ruang (gudang). Di akhir pembelajaran dilaksanakan asesmen sumatif dan mengisi lembar refleksi.

- **Visualisasi Spasial**

Visualisasi spasial merupakan kemampuan mental untuk membayangkan, memahami, menginterpretasi, dan memanipulasi bentuk atau tampilan objek dalam ruang tiga dimensi seperti memutar, mengubah, menggeser atau bentuk transformasi lainnya. Kemampuan visualisasi meliputi melihat dan mengingat bentuk, memahami hubungan spasial antara objek, dan menggambarkan perubahan bentuk atau posisi. Pada fase ini, murid dapat mengenali dan menyatakan bentuk atau wujud objek dari berbagai sudut pandang dan merepresentasikannya dalam bentuk bangun ruang dan bangun datar.

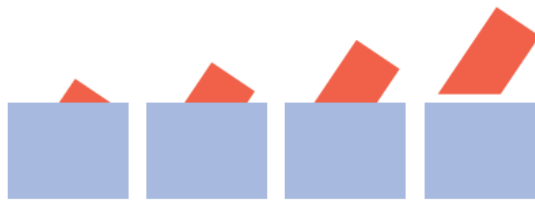
Materi ini banyak berkaitan dengan bidang lain seperti: pada bidang seni dan desain dalam membuat karya 2D dan 3D, kolase, dan patung, di bidang IPS dan geografi digunakan untuk membaca peta dan denah: arah, skala, posisi relatif, mengenali wilayah dan bentuk permukaan bumi.

Setelah mempelajari materi mengurai (komposisi) dan menggabungkan (dekomposisi) bangun datar, pendidik dapat memulai dengan mengamati gedung sekolah atau objek lainnya dari berbagai arah. Murid menggambar bangunan satuan pendidikan tersebut. Gambar murid dapat berbeda-beda dan pendidik memberi penguatan tampilan yang berbeda-beda karena sudut pandang yang berbeda. Pendidik menunjukkan beberapa gambar rancangan arsitek dari beberapa arah agar rancangannya dapat dipahami.



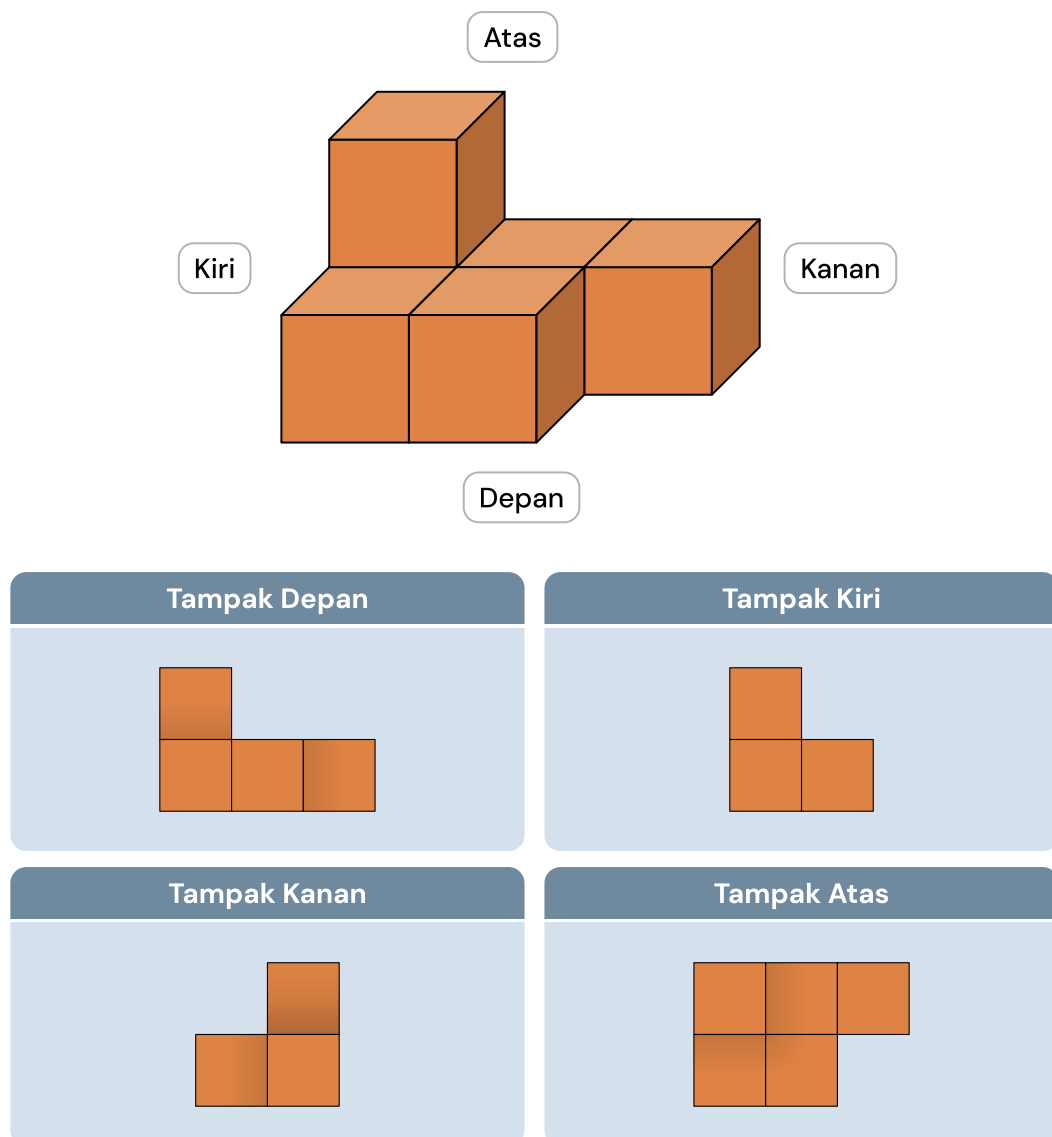
Sebagai penguatan, murid diberikan beberapa aktivitas singkat berikut ini:

- Bentuk sekejap. Tampilkan kartu bergambar bentuk sederhana selama 2–3 detik, minta murid menggambarkan ulang apa yang dilihat. Gambar dapat dibuat semakin rumit.
- Bentuk tersembunyi. Tutup sebagian bentuk gambar. Minta murid memprediksi bentuk tersebut dan dari mana mengetahuinya (lihat gambar di bawah). Singkapkan sebagian demi sebagian dan berikan pertanyaan yang sama.



Gambar 13. Gambar memantik visualisasi spasial murid

Selanjutnya, murid merepresentasikan bangun ruang (3D) dalam bentuk dua dimensi dan mengonstruksi bangun ruang (3D) dari representasi dua dimensinya. Sebagai contoh, diberikan bangun ruang, murid menggambarkan bentuk tampak bangun datarnya dari berbagai perspektif atau sudut pandang (misal tampak depan, samping, atas) seperti gambar berikut.



Asesmen formatif dimulai dengan asesmen awal misalnya apakah murid mengenali sebuah bangun ruang (kubus, balok, dan lain-lain), serta selama pembelajaran dengan uji kemampuan spasial misalnya “Gambar mana yang menunjukkan balok setelah diputar 90° ?”, memeriksa apakah murid dapat mengurai dan mengonstruksi bangun ruang secara visual, tugas menggambar visualisasi spasial (atas-bawah, kanan-kiri) berdasarkan akurasi, ketelitian, dan ketepatan proses pengerjaan. Asesmen sumatif untuk menilai penguasaan keseluruhan kompetensi melalui tes tertulis, kuis, atau proyek. Setelah itu dilaksanakan refleksi bersama murid.

- **Posisi benda terhadap benda lain (lokasi)**

Materi posisi benda terhadap benda lain ini diharapkan murid dapat menjelaskan lokasi dan petunjuk arah menggunakan bahasa umum dan kosakata geometris serta alat bantu sistem petak untuk menyatakan lokasi objek dan menjelaskan rute dalam peta atau denah.

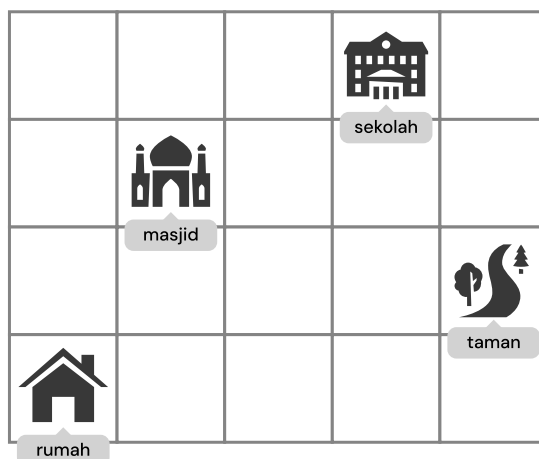


Materi ini berkaitan dalam konteks keseharian seperti membaca denah, peta dan atlas, membaca navigasi dalam GPS (*global positioning system*), menentukan lokasi pada koordinat Cartesius, serta membangun logika berpikir relasi spasial misalnya saat menyusun grafik atau diagram. Di bidang SBDP, materi ini bermanfaat untuk

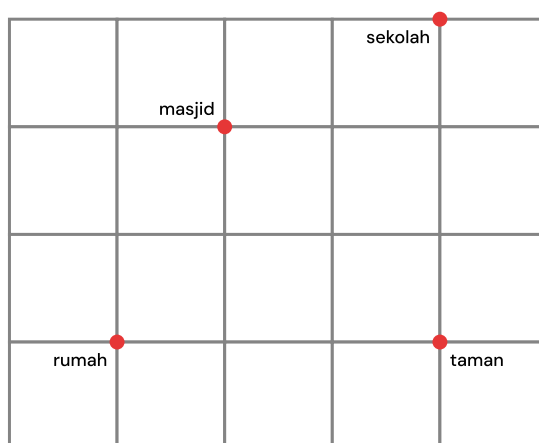
merancang karya kreatif dengan menggunakan pengetahuan posisi elemen visual (kiri–kanan, atas–bawah) dan kesimetrian.

Pembelajaran dapat menggunakan peta dan atlas untuk memvisualisasikan konsep lokasi, alat bantu teknologi seperti aplikasi Google map, GPS untuk mempraktikkan konsep, menggunakan aktivitas praktis seperti membuat denah atau peta, bergerak dari satu lokasi ke lokasi lain sesuai petunjuk arah dari dalam kelas atau lingkungan satuan pendidikan dengan sistem petak.

Sebagai ilustrasi, penggunaan sistem berpetak pada gambar berikut menjelaskan bagaimana murid bergerak dari satu lokasi ke lokasi lainnya misalnya dari rumah ke satuan pendidikan dengan bergerak ke arah kanan 3 kotak, ke arah atas 3 kotak. Murid didorong menggunakan berbagai cara kemungkinannya.



Kemudian, dilanjutkan menggunakan sistem berpetak dengan titik sebagai lokasi dan garis sebagai jalan seperti gambar berikut.



Murid melakukan eksplorasi untuk menjawab pertanyaan “Berapa jarak terpendek untuk rute dari satuan pendidikan ke taman? Dari mana kamu tahu? Apakah ada beberapa rute terpendek dengan jarak sama? Ada berapa banyak? Jika kamu mulai dari satuan pendidikan ke taman untuk bermain dan mengunjungi masjid sebelum pulang ke rumah, urutan manakah yang jaraknya paling pendek?”. Kegiatan pembelajaran juga menggunakan teknologi seperti aplikasi matematika (misalnya Blender, SketchUp), dengan teknik menggambar dan membuat model seperti perspektif dan 3D.

Asesmen formatif selama proses pembelajaran untuk menilai kemampuan murid menentukan lokasi beberapa titik berdasarkan petunjuk yang diberikan, menentukan jarak dua lokasi, menggambar lokasi yang sesuai petunjuk. Asesmen sumatif berupa tes tertulis, kuis, penugasan di akhir pembelajaran.

- **Membandingkan Karakteristik Antar Bangun Datar dan Antar Bangun Ruang**

Setelah mempelajari sifat-sifat bangun datar, murid membandingkan karakteristik antar bangun datar dan antar bangun ruang yaitu melihat persamaan dan perbedaan karakteristik berbagai bangun ruang seperti kubus, balok, prisma, limas, kerucut, dan bola. Karakteristik utama bangun ruang memiliki volume atau isi, sisi atau bidang yang membentuk permukaan bangun ruang, serta rusuk dan sudut.



Materi ini relevan dengan konteks sehari-hari misalnya bidang IPA saat melakukan observasi dan klasifikasi benda nyata serta membandingkan wujud alami (misal biji = bulat atau oval, kotak = balok), pada IPS saat mengenali bentuk area dan volume membantu visualisasi data spasial seperti luas wilayah atau distribusi bangunan di peta, di bidang teknologi digunakan dalam membuat model atau struktur membutuhkan ketepatan bentuk ruang.

Pembelajaran dimulai dengan murid mengamati benda bangun ruang yang ada di lingkungan kelas, mengidentifikasi persamaan dan perbedaan dari kedua bangun ruang (misalnya lemari berbentuk balok dan ember berbentuk tabung) dengan menyebutkan karakteristiknya. Murid menyebutkan bahwa balok memiliki sisi-sisi persegi dan tabung memiliki sisi melengkung. Bentuk kegiatan dapat berupa penugasan kelompok mengamati dua bangun ruang misalnya kelompok 1 mendapatkan kubus dan prisma segitiga, kelompok lain mendapat bangun ruang berbeda.

Asesmen formatif selama proses pembelajaran membandingkan karakteristik antar bangun datar dan antar bangun ruang dengan menyebutkan persamaan dan perbedaan karakteristiknya. Asesmen sumatif berupa tes tertulis. Pada akhir pembelajaran murid mengisi lembar refleksi.

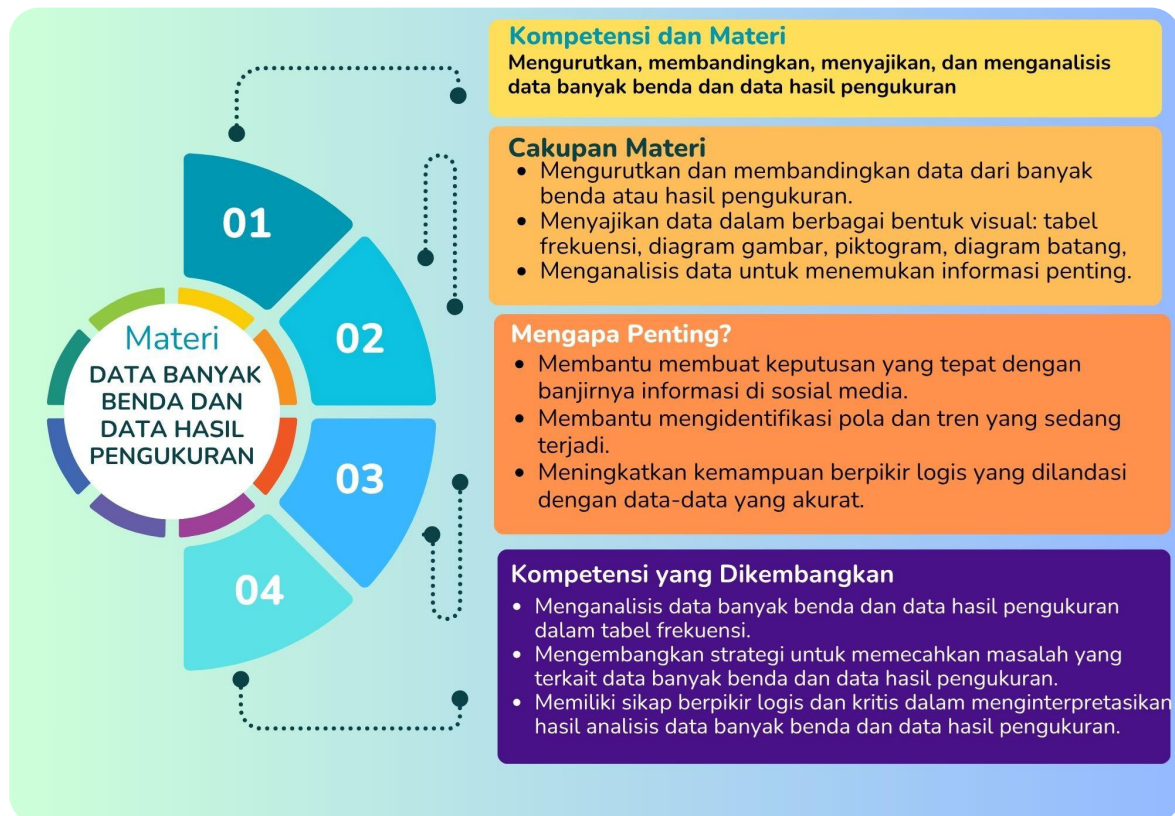
Elemen Analisis Data dan Peluang

Materi ini meliputi mengurutkan, membandingkan, menyajikan, dan menganalisis data banyak benda dan data hasil pengukuran, serta penentuan peluang kejadian dalam percobaan acak

- **Mengurutkan, Membandingkan, Menyajikan, dan Menganalisis Data Banyak Benda dan Data Hasil Pengukuran.**

Pembelajaran mengurutkan data, menyajikan, dan menganalisis data dimulai dengan pengumpulan data banyak benda atau cacahan dan hasil pengukuran serta mengolahnya untuk disajikan misalnya dalam bentuk tabel frekuensi. Pengumpulan data melalui observasi, survei, atau pengukuran dari suatu percobaan. Akurasi hasil pengukuran ditentukan oleh kesesuaian, keandalan, dan penggunaan yang tepat dan benar dari alat ukur saat pengumpulan data. Misalnya murid diajak menyelidiki pertanyaan, "Berapa panjang rentang tangan murid yang ada di kelas ini?". Karena adanya keberagaman panjang rentang tangan murid sehingga perlu didata panjang rentang tangan setiap murid dengan alat ukur yang sesuai misalnya tali ukur. Ketelitian

hasil pengukuran dapat dilakukan pembulatan ke satuan cm terdekat agar mudah untuk diolah. Hasil pengukuran dikelompokkan dengan rentang tertentu misalnya 5 cm, untuk dibuat tabel frekuensi dan disajikan dalam diagram batang untuk dibuat kesimpulan tentang panjang rentang tangan murid di kelas.



Materi ini terkait konteks sehari-hari misalnya data hasil observasi untuk memahami perilaku manusia, data tinggi badan murid, data pengunjung perpustakaan selama 1 minggu.

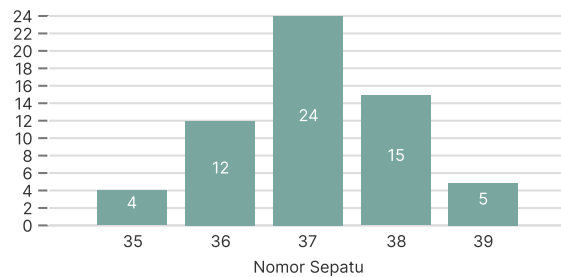
Pembelajaran dapat dimulai dengan kerja kelompok mengumpulkan data misalnya banyak murid yang mengikuti (*follow*) akun media sosial dan berbagi kesukaan. Data diurutkan mulai dari akun dengan pengikut paling sedikit, disajikan dalam bentuk tabel frekuensi dan diagram batang, mempresentasikan hasil dari diskusi kelompok. Hal ini untuk melatih komunikasi, menghargai pendapat orang lain, mandiri, percaya diri pada diri murid.

Contoh lainnya, murid diberi tugas melakukan survei kepada responden di kelas 5 dan 6 SD N 1, tentang nomor sepatu yang dipakai. Sajikan data yang diperoleh dalam bentuk tabel dan diagram batang!

Tabel Frekuensi
Nomor Sepatu yang Dipakai
Murid Kelas 5 dan 6

No.	Nomor Sepatu	Jumlah Pengguna
1	35	4
2	36	12
3	37	24
4	38	15
5	39	5
Jumlah		60

Diagram Batang
Nomor Sepatu yang Dipakai
Murid Kelas 5 dan 6



Asesmen formatif selama aktivitas pembelajaran misalnya saat menganalisis data nomor sepatu yang dipakai, maka dapat dinilai ketepatan pencatatan dan pengukuran, penyajian data yang rapi dan benar, serta kemampuan menjelaskan dan menganalisis hasil pengolahan data dan saat melaksanakan proyek individu dengan topik yang dipilih sendiri oleh murid. Asesmen sumatif untuk mengukur kompetensi akhir serta diakhiri dengan refleksi dalam bentuk pertanyaan seperti 'Apa yang sudah kamu pelajari dari mengukur dan mengolah data?', 'Bagaimana kalian tahu data yang kamu hitung sudah benar?', 'Jika kamu bisa mengulang kegiatan ini, apa yang akan kamu perbaiki?'.

- **Penentuan Peluang Kejadian dalam Percobaan Acak**

Percobaan acak merupakan tindakan atau proses terjadinya peristiwa atau kejadian yang hasilnya tidak dapat diprediksi secara pasti sebelum percobaan dilakukan, tetapi memiliki beberapa kemungkinan hasil yang diketahui. Misalnya, percobaan melempar koin, maka kemungkinan hasilnya diketahui yaitu muncul muka atau belakang, tetapi sebelum dilempar belum diketahui pasti apakah akan muncul muka atau belakang.

Materi ini berkaitan dengan konteks sehari-hari misalnya prakiraan cuaca, undian nama di dalam kelas, melempar dadu, melempar koin, pemilihan makanan favorit di kantin, mengambil bola warna warni di kotak. Pembelajaran melalui praktik misalnya melempar koin uang (secara individu atau kelompok). Pendidik berdiskusi dan membimbing bahwa saat pelemparan koin akan terdapat dua kemungkinan hasil yaitu muka (gambar) atau belakang (angka).



Murid diminta untuk menuliskan prediksi atau dugaan hasil dari pelemparan koin sebanyak 10 kali. Pendidik memberikan pertanyaan sebagai berikut.

- Menurut prediksi yang kalian buat, berapa kali muncul gambar dan angka pada 10 kali pelemparan koin?
- Apa hasil setelah dilakukan pelemparan koin sebanyak 10 kali? Berapa muncul gambar dan angka? Tuliskan.
- Apakah hasil pelemparan koin sesuai prediksi? Jelaskan.
- Jika kalian melakukan pelemparan koin sebanyak 50 kali, bagaimana prediksi kalian? Apakah hasil pelemparan akan semakin mendekati hasil prediksi?
- Berapa kemungkinan mendapatkan hasil gambar atau angka jika melakukan lemparan sebanyak satu kali? Jelaskan.
- Bagaimana banyaknya percobaan memengaruhi tingkat keakuratan prediksi?
- Bagaimana cara kalian menggunakan data dari pelemparan koin untuk percobaan acak lain, seperti pelemparan dadu?

Dengan pertanyaan tersebut, murid diajak secara langsung mengenali, mengidentifikasi dan merepresentasikan, serta mengevaluasi prediksi dari percobaan acak yang telah dilakukan dengan bernalar matematis serta pemecahan masalah. Kegiatan dapat dilanjutkan dengan pelemparan dua buah dadu untuk mengidentifikasi

kemungkinan hasil yang muncul. Pendidik bertanya “Jika dilakukan pelemparan dua buah dadu sebanyak 20 kali, berapa kemungkinan jumlah mata dadu yang muncul lebih dari 8?”. Murid berdiskusi dan dibimbing merumuskan strategi penyelesaian seperti membuat tabel prediksi dari mata dadu yang muncul.

Selanjutnya, murid diajak membandingkan prediksi dan hasil percobaan langsung, menganalisis faktor apa saja yang mungkin memengaruhi hasil percobaan dan mengevaluasi keakuratan data dari percobaan acak yang dilakukan. Pendidik juga bertanya “Apakah hasil dari percobaan pelemparan dua buah dadu sesuai dengan prediksi awal? Bagaimana hasil ini dapat digunakan untuk memprediksi percobaan acak lainnya?”.

Asesmen formatif selama proses pembelajaran misalnya saat kegiatan melempar dua dadu, dapat dinilai ketelitian mencatat hasil percobaan, menyajikan dalam bentuk tabel, ketepatan menghitung peluang, menjelaskan hasil dan menyimpulkan. Asesmen sumatif untuk menilai keseluruhan kompetensi dalam bentuk tes tertulis, proyek, atau penugasan. Pembelajaran diakhiri dengan refleksi individu dengan mengisi lembar refleksi.

4

Fase D (Kelas VII, VIII dan IX SMP/MTs/Paket B)

Pada fase ini pengembangan dimensi profil lulusan dapat dilakukan secara terintegrasi pada proses pembelajaran matematika. Keimanan dan ketakwaan terhadap Tuhan Yang Maha Esa ditanamkan melalui pembiasaan berdoa, mengaitkan fenomena dan keteraturan matematika dengan kebesaran Tuhan. Kewargaan, komunikasi, dan kolaborasi dibangun melalui aktivitas interaksi, presentasi, dan diskusi kelompok. Kreativitas dibangun ketika menyelesaikan permasalahan dalam matematika. Penalaran kritis diasah melalui analisis, evaluasi, dan pemecahan masalah yang diberikan. Kemandirian ditumbuhkan melalui belajar dan tugas mandiri. Kesadaran akan kesehatan dikaitkan dengan penggunaan konteks data kesehatan dan pembiasaan belajar yang seimbang. Pada beberapa materi yang memerlukan materi prasyarat, maka pada proses pembelajaran dimulai dengan asesmen awal untuk mengetahui kesiapan dan kebutuhan belajar murid. Asesmen formatif dilakukan selama proses untuk memandu pembelajaran, sedangkan asesmen akhir digunakan untuk mengukur pencapaian kompetensi secara menyeluruh. Peta konsep dan materi esensial fase D adalah sebagai berikut.

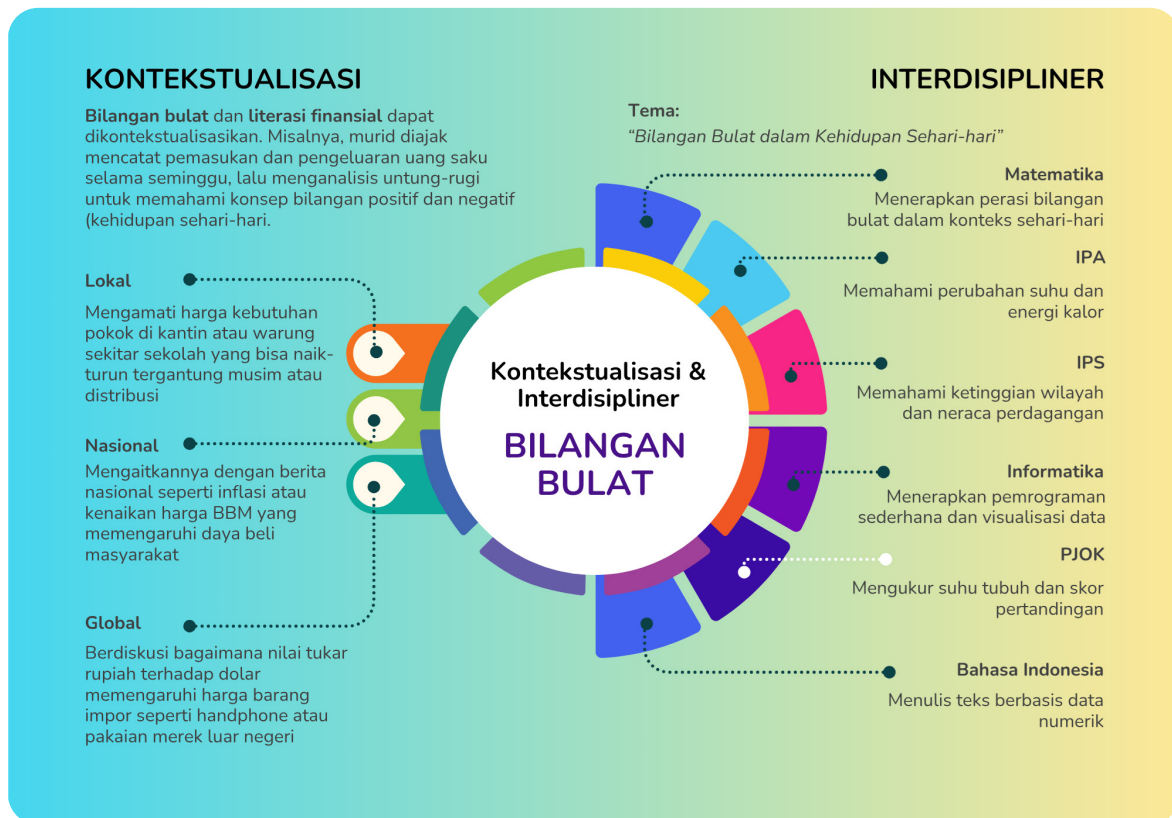
Bilangan

Materi esensial pada bilangan mencakup bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan berpangkat dan akar, notasi ilmiah, serta rasio (skala, proporsi, dan laju perubahan), termasuk penerapannya dalam literasi finansial.

- **Pemahaman Konsep dan Penerapan Operasi Hitung Bilangan Bulat termasuk Literasi Finansial**

Materi ini meliputi konsep bilangan bulat, operasi dan sifat-sifatnya termasuk penerapannya dalam menentukan faktor dan faktor prima serta kelipatan bilangan. Materi bilangan berkaitan dengan konteks kehidupan sehari-hari seperti pada pengukuran, pengumpulan data, termasuk penerapannya dalam menghitung penghasilan/pendapatan, menyisihkan penghasilan, menghitung anggaran/rencana belanja dan pinjaman atau mengalokasikan kebutuhan darurat dalam memperkuat literasi finansial. Misalnya, mencatat perubahan saldo tabungan murid harian di koperasi sekolah. Pembelajaran *memahami* dimulai dari tayangan video pendek saldo tabungan murid di mana murid menerima uang saku harian, berbelanja, dan mencatat dalam buku keuangan sederhana.





Gambar 14. Peta Konsep Materi Bilangan Bulat

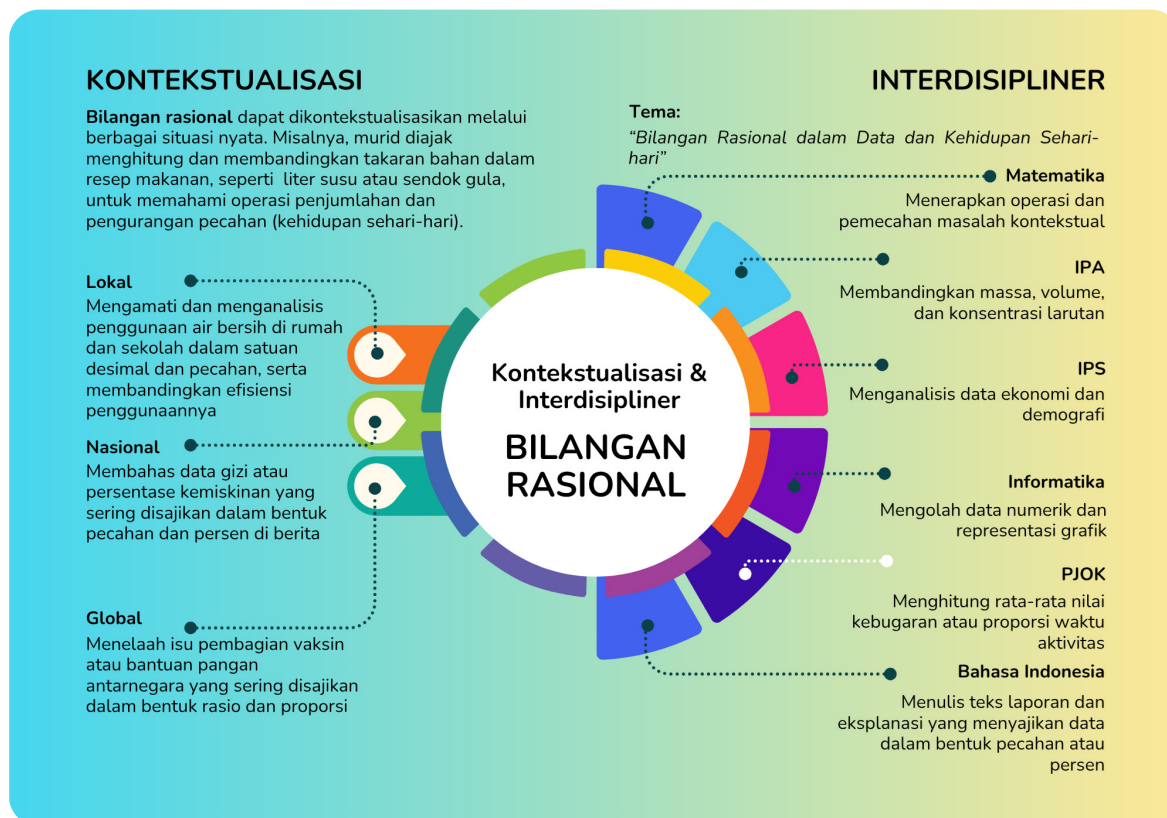
Murid mengidentifikasi nilai positif (pemasukan) dan negatif (pengeluaran) serta merepresentasikan pada garis bilangan. Tahap *mengaplikasi*, murid diberikan studi kasus: "Faizal menerima uang saku Rp20.000 per hari, mengeluarkan Rp10.000 untuk jajan, dan Rp5.000 untuk menabung di koperasi setiap hari selama satu minggu." Murid menghitung perubahan saldo harian (dengan operasi bilangan bulat), membandingkan saldo hari pertama dan hari ketujuh. Dalam tahap *merefleksi*, murid menuliskan pengalaman dan manfaat memahami bilangan bulat dalam mengelola keuangan pribadi serta menilai apakah strategi keuangan efektif atau tidak. Kegiatan ini tidak hanya memperkuat pemahaman konsep matematis, tetapi juga menanamkan kesadaran literasi finansial yang kontekstual dan bermakna. Asesmen awal bertujuan untuk mengidentifikasi kemampuan awal murid mengenai konsep bilangan bulat sebelum proses pembelajaran. Instrumen yang digunakan dapat berupa tes tertulis yang terdiri atas lima soal pilihan ganda dan dua soal isian singkat yang mencakup pemahaman murid tentang contoh bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan menempatkan bilangan bulat pada garis bilangan, serta pemahaman dasar mengenai nilai positif dan negatif. Murid diberikan suatu permasalahan, misalkan: "Fandi memiliki tabungan sebesar Rp50.000. Kemudian ia mengambil tabungan sebesar Rp15.000 untuk dibelikan alat tulis. Berapa perubahan nilai tabungannya?" dengan pilihan jawaban: (A) -Rp15.000, (B) Rp15.000, (C) Rp35.000, (D) Rp65.000.

Asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan untuk menilai keterlibatan aktif murid dan penguasaan konsep saat kegiatan pembelajaran berlangsung. Instrumen yang digunakan antara lain observasi partisipasi murid dalam diskusi kelompok ketika menyusun garis bilangan serta melakukan simulasi transaksi keuangan harian, dan lembar kerja yang berisi tugas menyusun laporan keuangan sederhana berdasarkan narasi kasus. Contoh aktivitas: murid diminta menggambar garis bilangan yang menunjukkan perubahan saldo milik Faizal dari hari ke hari, misalnya dengan saldo awal Rp0, lalu Hari ke-1 mengalami transaksi +Rp20.000, -Rp10.000, dan -Rp5.000 sehingga saldo akhir menjadi Rp5.000. *Assessment as learning* dan *assessment of learning* dilaksanakan untuk mengukur tingkat pemahaman murid setelah pembelajaran selesai sekaligus mendorong mereka melakukan refleksi pembelajaran. Instrumen asesmen meliputi tugas individu seperti pembuatan jurnal keuangan pribadi selama tiga hari dengan mencatat setiap pemasukan dan pengeluaran menggunakan bilangan bulat, kuis akhir berupa soal uraian yang menyajikan studi kasus keuangan berbeda yang harus dianalisis dan diselesaikan menggunakan operasi bilangan bulat, serta refleksi seperti “Bagaimana bilangan bulat membantumu memahami perencanaan keuangan pribadi?”.

- **Pemahaman Konsep dan Penerapan Operasi Hitung Bilangan Rasional**



Materi ini meliputi pengertian, penyajian, perbandingan, dan operasi hitung dengan bilangan rasional. Pembelajaran dikaitkan dengan konteks sehari-hari seperti pada pengukuran, pengelolaan data, serta pada bidang lainnya termasuk konteks literasi finansial.



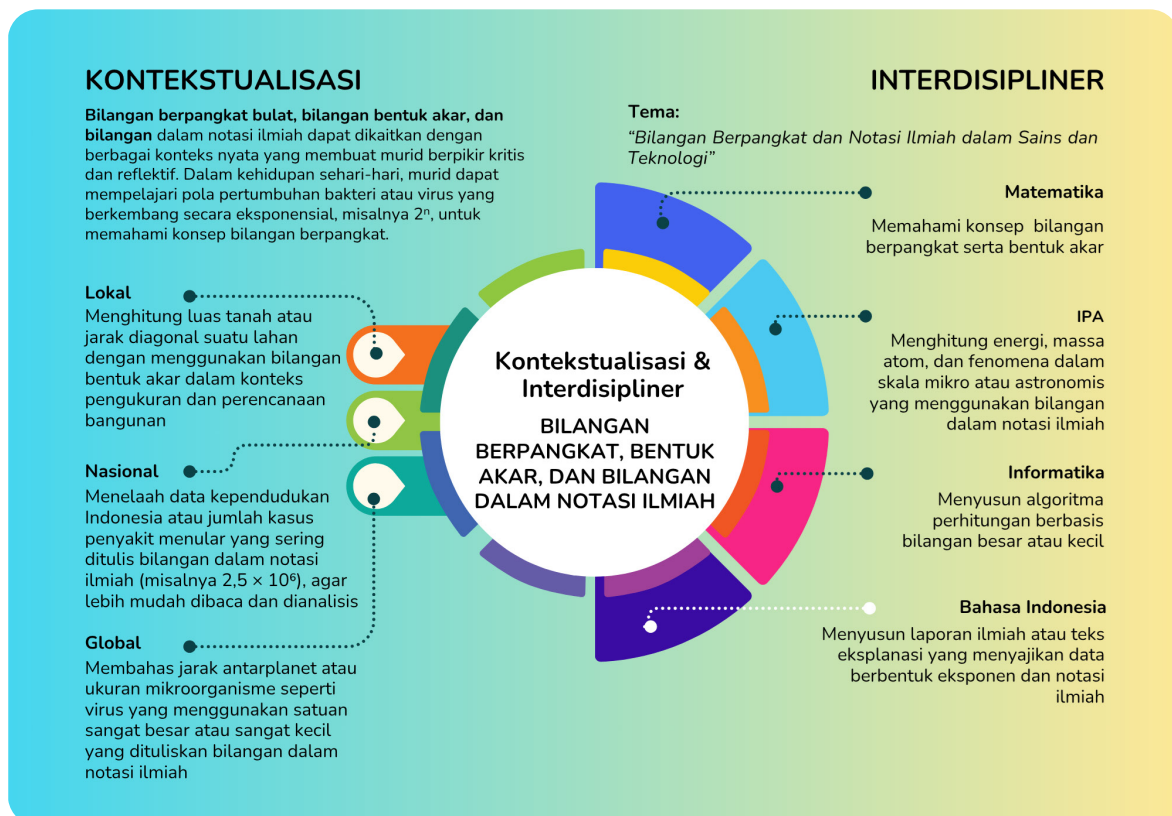
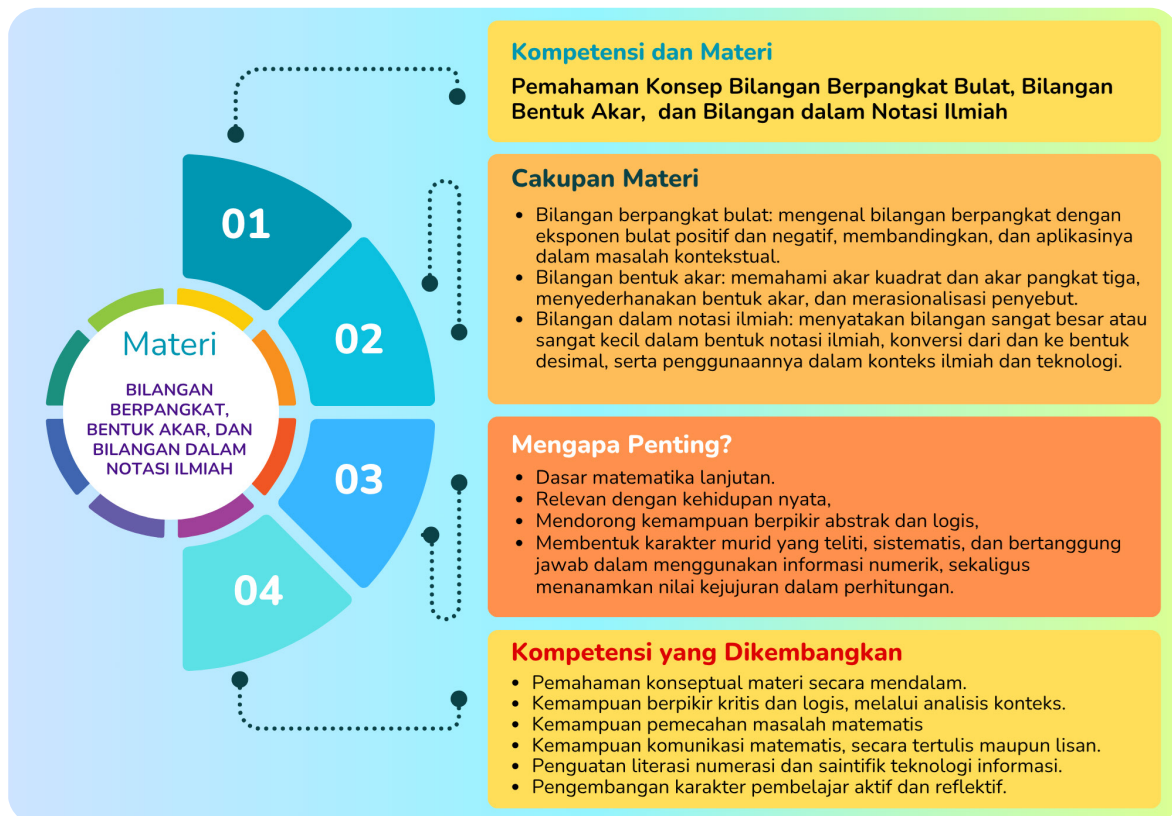
Gambar 15. Peta Konsep Materi Bilangan Rasional

Misalnya, murid diajak beraktivitas nyata saat menghitung potongan harga, diskon, dan cicilan barang. Pada tahap *memahami*, murid menyimak video pendek belanja cermat yang menggambarkan aktivitas berbelanja kebutuhan sekolah dengan potongan harga/diskon dalam persen, pecahan biasa dan desimal, serta pilihan cicilan barang dengan bunga ringan. Murid dibimbing untuk menyatakan bilangan ke bentuk pecahan biasa dan mendefinisikan bahwa bilangan bulat, desimal, persen, pecahan campuran adalah bilangan rasional yang dapat dinyatakan sebagai bentuk pecahan biasa. Murid mengidentifikasi berbagai bentuk bilangan rasional yang muncul dalam tayangan. Tahap *mengaplikasi*, murid bekerja dalam kelompok menyelesaikan studi kasus seperti: "Adli ingin membeli sepatu seharga Rp150.000 dengan diskon 20%, kemudian ia memilih membayar dengan cicilan sebanyak 3 kali tanpa bunga." Murid diminta menghitung harga setelah diskon, menyatakan diskon dalam pecahan, desimal, dan persen, serta menentukan besar cicilan per

bulan menggunakan operasi bilangan rasional. Murid juga membandingkan dua metode pembayaran: tunai dan cicilan, dengan menyatakan hasil perhitungan dalam bentuk desimal dan persen. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pengalaman dan pemahaman tentang bagaimana bilangan rasional digunakan dalam transaksi keuangan, serta menyimpulkan pentingnya memahami diskon, bunga, dan cicilan agar dapat membuat keputusan finansial yang cermat dan bijaksana. Kegiatan ini mengaitkan keterampilan matematika dengan keterampilan hidup melalui literasi finansial yang kontekstual dan bermakna.

Asesmen awal dilakukan bertujuan mengidentifikasi pemahaman awal murid mengenai bilangan rasional sebelum pembelajaran dimulai. Instrumen dapat berupa tes tertulis singkat yang mengukur kemampuan mengubah pecahan ke desimal/persen serta mengurutkan bilangan rasional. Contoh soal: "Urutkan bilangan berikut dari yang terkecil ke terbesar: $12, 0,25, \frac{1}{2}, 25\%$," dengan empat pilihan jawaban. Asesmen proses (*assessment for Learning*) menilai keterlibatan dan pemahaman murid selama pembelajaran melalui lembar observasi diskusi kelompok dan lembar kerja yang mencakup aktivitas seperti menghitung diskon, mengubah persen ke pecahan/desimal, serta membandingkan metode pembayaran. Contoh: "Sebuah baju seharga Rp200.000 mendapat diskon 15%. (a) Hitung diskon dan harga akhir. (b) Ubah 15% ke pecahan dan desimal. (c) Bandingkan total cicilan 2 dan 4 bulan dengan biaya admin Rp5.000 per cicilan." *Assessment as learning* dan *assessment of Learning* mengukur penguasaan konsep sekaligus mendorong refleksi. Murid mengerjakan proyek mini berupa brosur simulasi belanja hemat yang memuat diskon, perhitungan potongan, dan perbandingan metode pembayaran. Tes akhir juga diberikan (pilihan ganda dan uraian) untuk menguji konversi bentuk bilangan rasional, operasi hitung, dan penerapannya dalam konteks keuangan. Sebagai refleksi, murid menjawab pertanyaan: "Apa yang saya pelajari tentang bilangan rasional dan bagaimana hal itu membantu saya memahami transaksi keuangan sehari-hari?".

- **Pemahaman Konsep Bilangan Berpangkat Bulat, Bilangan Bentuk Akar, dan Bilangan dalam Notasi Ilmiah**

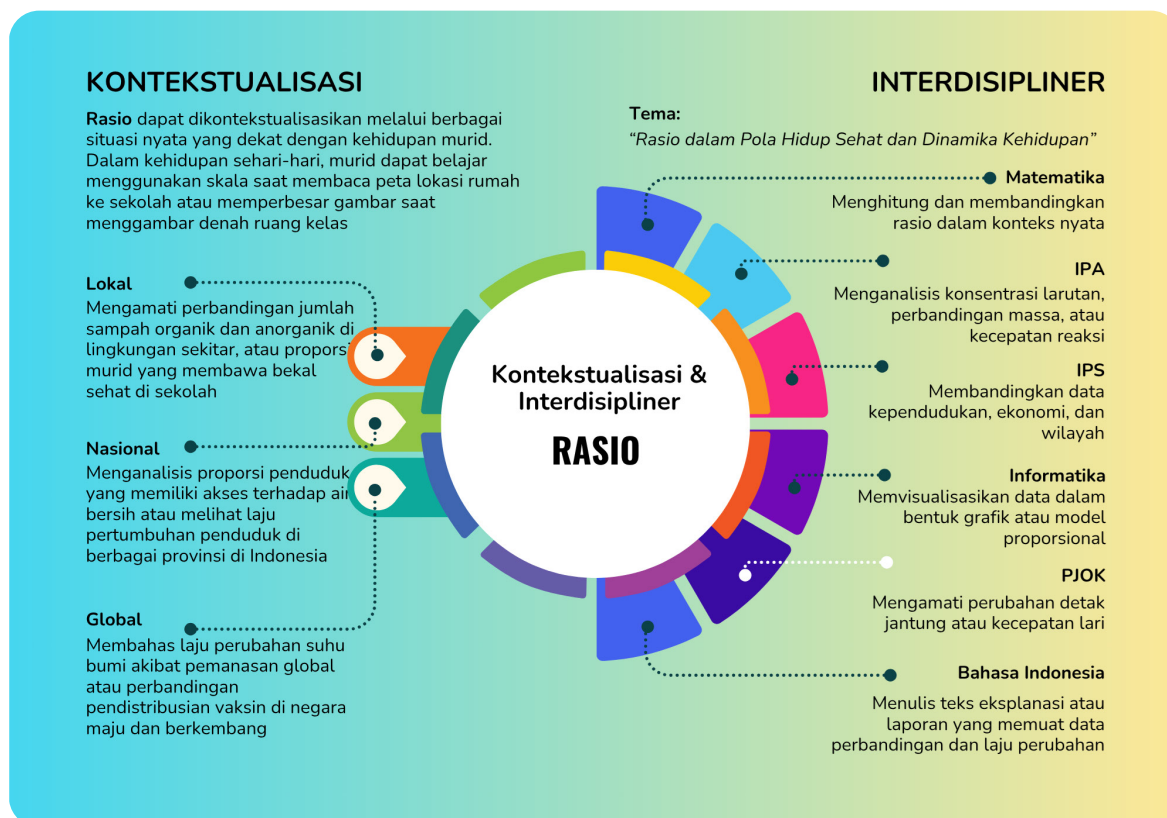


Gambar 16. Peta Konsep Materi Bilangan Berpangkat, Bentuk Akar, dan Bilangan dalam Notasi Ilmiah

Materi bilangan berpangkat bulat, bentuk akar, dan notasi ilmiah, dibelajarkan secara kontekstual melalui fenomena sehari-hari yang dekat dengan dunia sains dan teknologi, seperti data ukuran file digital, daya baterai, luas area, dan jarak antarbenda astronomi. Tahap *memahami*, diawali dengan diskusi interaktif berdasarkan tayangan infografis tentang jejak digital dan ukuran data dalam dunia nyata yang menampilkan contoh penggunaan pangkat dan notasi ilmiah dalam kapasitas penyimpanan data, dan bentuk akar pada perhitungan luas layar berbentuk persegi. Murid mengidentifikasi bilangan berpangkat positif dan negatif serta memahami notasi ilmiah untuk menyederhanakan angka sangat besar atau sangat kecil. Pembelajaran bentuk akar dipahami sebagai invers dari bentuk kuadrat atau pangkat dua. Pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi dalam kelompok dan diberi studi kasus, seperti: "Sebuah satelit mengorbit bumi pada jarak sekitar 35.786.000 meter. Nyatakan jarak ini dalam notasi ilmiah. Kemudian, bandingkan dengan ukuran file sebuah foto beresolusi tinggi sebesar 8.000.000 byte yang dinyatakan dalam bilangan berpangkat." Murid juga menghitung sisi persegi jika diketahui luas area, menggunakan bentuk akar, dan membandingkan besaran menggunakan konsep perpangkatan. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan bagaimana konsep pangkat, akar, dan notasi ilmiah membantu memahami dunia nyata seperti data digital, energi, dan astronomi, serta menyadari pentingnya keterampilan ini dalam menyederhanakan perhitungan besar atau kecil secara efisien dan akurat. Kegiatan ini menyelaraskan pemahaman konsep matematika dengan kehidupan modern yang berbasis data dan teknologi.

Asesmen awal bertujuan mengidentifikasi pengetahuan awal murid tentang bilangan berpangkat, bentuk akar, dan notasi ilmiah sebelum pembelajaran. Instrumen berupa lima soal pilihan ganda dan dua isian singkat, mencakup materi dasar seperti bilangan berpangkat dan akar kuadrat. Contoh soal: "Akar kuadrat dari 81 adalah ..." dan "Nyatakan $10 \times 10 \times 10 \times 10$ dalam bentuk bilangan berpangkat." Asesmen proses (*assessment for learning*) menilai proses berpikir dan keterlibatan murid melalui lembar observasi dan lembar kerja berisi tugas konversi angka besar/kecil ke bentuk berpangkat, bentuk akar, dan notasi ilmiah. Contoh tugas: (a) Nyatakan 1.200.000 dalam notasi ilmiah; (b) Hitung $2^4 \times 5^2$ lengkap dengan langkahnya; (c) Tentukan panjang sisi dari luas lantai 36 m^2 . Asesmen akhir (*assessment of learning*) mengukur penguasaan materi. Misalnya, menyusun infografis mini mengenai pangkat dan notasi ilmiah di sekitar kita dengan minimal tiga contoh penerapan dalam kehidupan nyata, serta mengerjakan tes akhir (pilihan ganda dan uraian) yang menguji pemahaman konsep dan penerapannya. *Assessment as learning* dalam bentuk refleksi, misalnya murid menjawab pertanyaan: "Apa yang paling menantang dari materi ini?" dan "Di mana konsep ini kamu temukan dalam kehidupan sehari-hari?"

- **Pemahaman Konsep Rasio meliputi Skala, Proporsi dan Laju Perubahan**



Gambar 17. Peta Konsep Rasio (Skala, Proporsi, dan Laju Perubahan)

Materi rasio meliputi skala, proporsi, dan laju perubahan yang berkaitan dengan perbandingan. Rasio merupakan perbandingan dua nilai atau besaran dengan satuan yang sama. Rasio yang digunakan untuk menyatakan perbesaran (atau pengecilan) objek biasa disebut skala misalnya pada peta atau denah. Proporsi biasa digunakan untuk menyatakan kesetaraan dua rasio. Sedangkan, perbandingan dua nilai dengan satuan berbeda disebut laju perubahan misalnya kecepatan adalah laju perubahan jarak terhadap waktu tempuh dari objek yang bergerak, debit adalah laju perubahan volume terhadap waktu dari cairan yang mengalir.

Murid diajak memahami konsep melalui aktivitas kehidupan nyata yang relevan dan bermakna, yaitu merancang "poster kampanye gaya hidup sehat dan gizi seimbang" berdasarkan infografis "Isi Piringku". Tahap *memahami*, pembelajaran diawali dengan analisis visual infografis yang menunjukkan pembagian porsi makanan seimbang, seperti 2:1:1 untuk sayur, lauk, dan buah, serta rasio kebutuhan energi harian dan aktivitas fisik. Murid mengamati dan mendiskusikan arti perbandingan tersebut, menyatakan rasio ke bentuk pecahan dan desimal, serta mengenali laju perubahan, misalnya kebutuhan kalori harian dibandingkan dengan aktivitas fisik tertentu (misalnya berjalan 30 menit membakar 150 kkal). Pada tahap *mengaplikasi*, murid bekerja dalam kelompok kecil dan diberi tugas studi kasus: "Rancang menu makan siang seimbang dan kegiatan fisik yang sesuai untuk murid dengan total kebutuhan energi 2.000 kkal." Murid menentukan jumlah kalori dari setiap komponen makanan berdasarkan rasio yang dianjurkan (proporsi), menggambarkannya dalam skala pada diagram lingkaran, serta menghitung laju perubahan energi, misalnya, jika murid mengonsumsi 600 kkal dari makanan dan membakar 100 kkal dalam 20 menit jalan kaki, maka berapa laju pembakaran kalorinya per menit. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pemahaman dan pengalamannya tentang konsep rasio dalam konteks menjaga keseimbangan energi tubuh serta mengambil keputusan dalam menerapkan pola hidup sehat. Kegiatan ini mengaitkan keterampilan matematika dengan pengambilan keputusan sehari-hari dalam menjaga kesehatan dan pola makan, sehingga pembelajaran menjadi berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan.

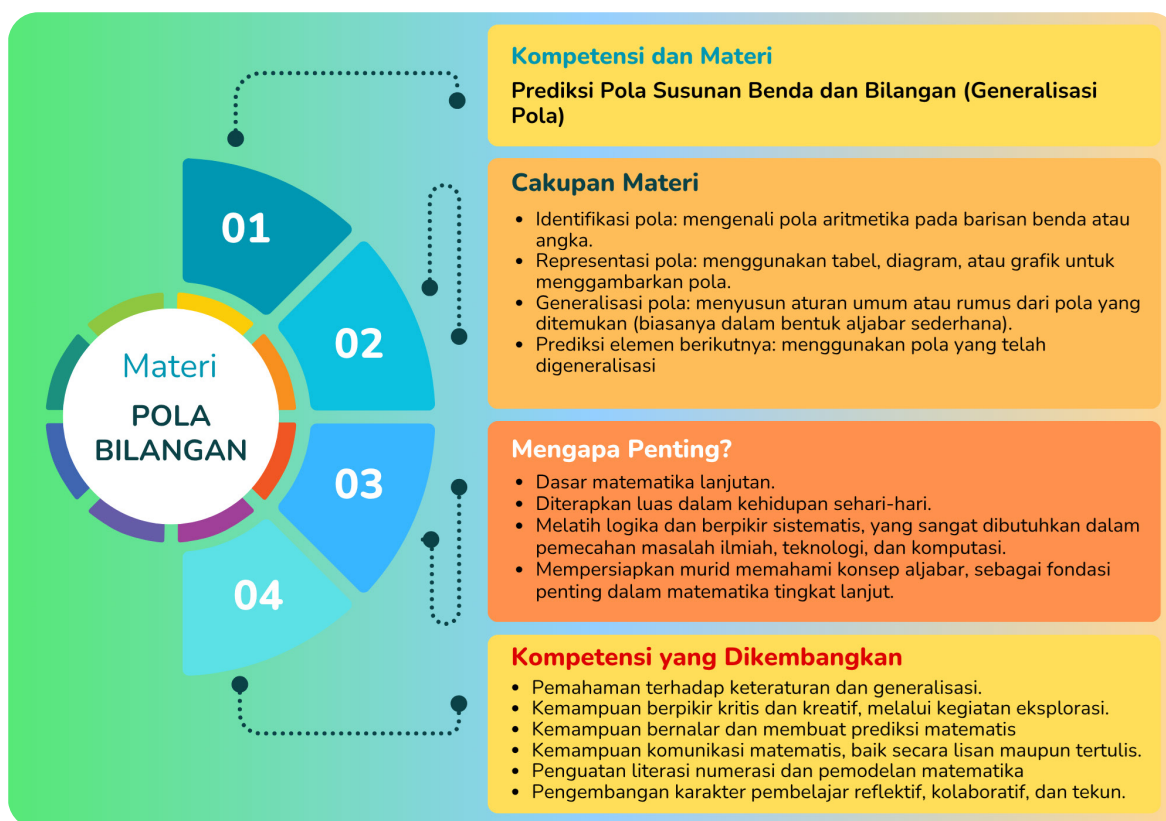
Asesmen awal bertujuan mengidentifikasi pengetahuan awal murid tentang perbandingan dan konversi rasio melalui tes singkat berupa lima soal pilihan ganda dan dua soal uraian, misalnya soal tentang pembagian 600 gram makanan dengan perbandingan 2:1:1. Asesmen proses (*assessment for learning*) menilai kemampuan murid menerapkan konsep dalam konteks nyata melalui LKPD yang mencakup perhitungan porsi makanan, skala menu sehat, dan laju pembakaran energi, serta observasi kolaborasi dan diskusi kelompok. Contohnya, menghitung kalori dari karbohidrat, protein, dan lemak berdasarkan kebutuhan energi harian 2.000 kkal dan

menyajikannya dalam bentuk diagram batang, rasio, dan desimal. *Assessment as learning* dan *assessment of learning* mengukur penguasaan akhir dan mendorong refleksi melalui proyek individu berupa infografis menu sehat, kuis kombinasi soal rasio dan laju perubahan, serta refleksi tertulis tentang hubungan rasio dengan pengambilan keputusan pola hidup sehat.

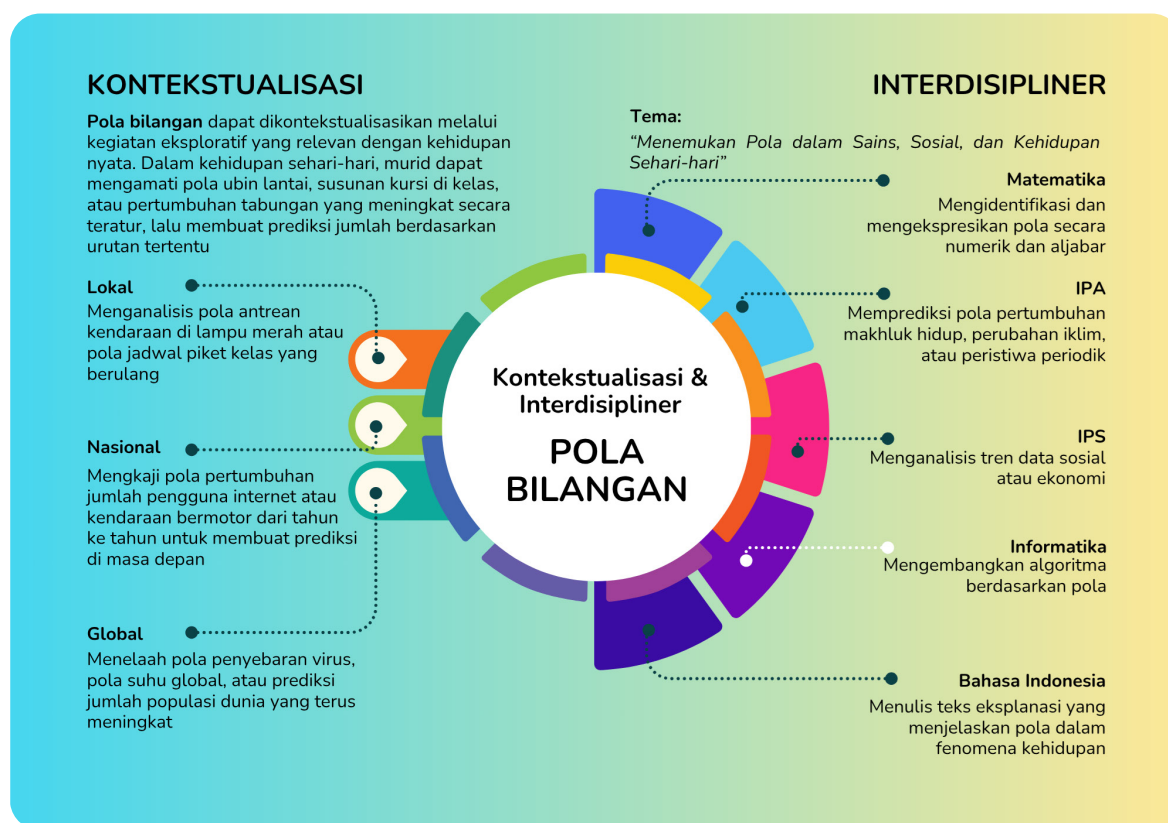
Aljabar

Materi esensial pada aljabar mencakup pola susunan benda dan bilangan (generalisasi pola), bentuk aljabar dan operasinya, relasi dan fungsi, fungsi linear dan nonlinear, persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, serta sistem persamaan linear dua variabel.

• Prediksi Pola Susunan Benda dan Bilangan (Generalisasi Pola)



Pembelajaran prediksi pola susunan benda dan bilangan (generalisasi pola) dilaksanakan secara kontekstual dengan pendekatan pembelajaran mendalam yang mengutamakan pengalaman nyata, penalaran logis, dan pemaknaan yang berkesadaran. Murid diajak memahami konsep pola dan prediksi bilangan melalui situasi sehari-hari yang dekat dengan pengalaman mereka, seperti pertumbuhan tanaman dalam pot yang disusun berbaris, susunan ubin di teras rumah, atau formasi bangku pada aula sekolah.



Gambar 18. Peta Konsep Prediksi Pola Benda dan Bilangan (Generalisasi Pola)

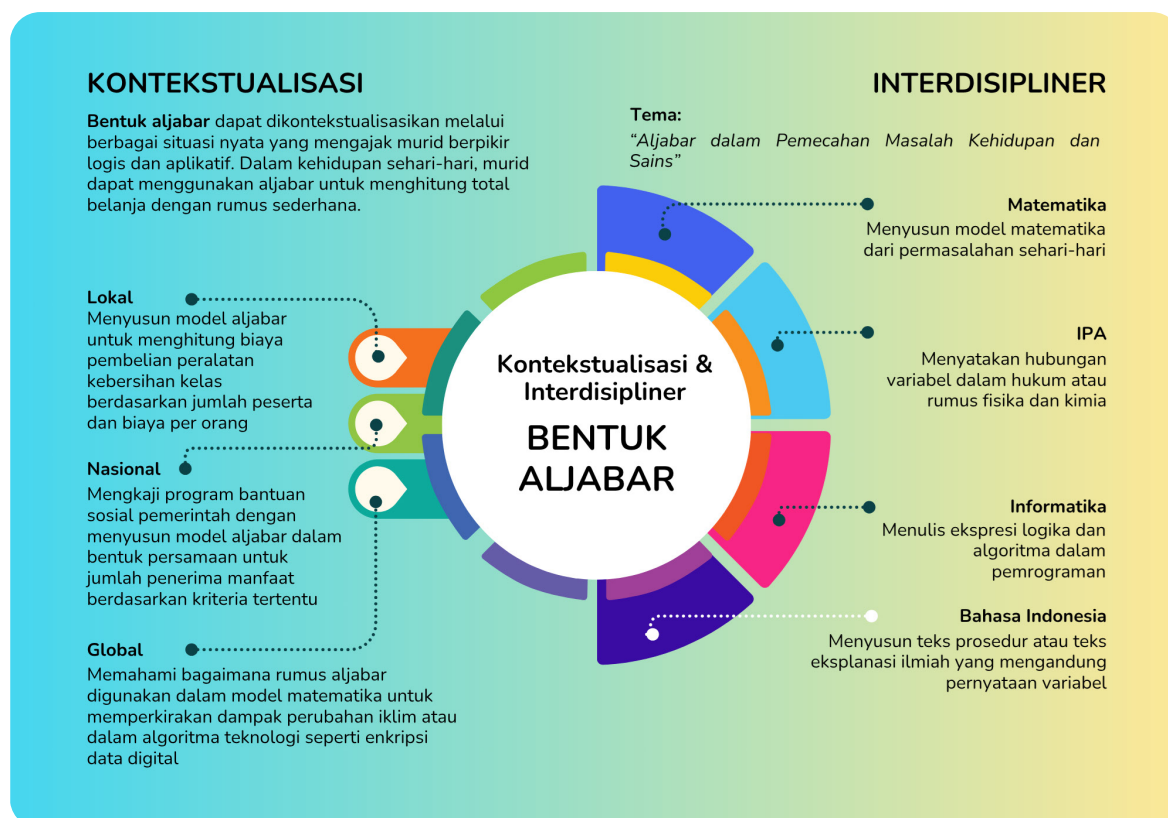
Pada tahap *memahami*, murid mengamati tayangan visual atau gambar susunan pot bunga di taman sekolah yang membentuk pola berurutan: baris pertama terdiri atas 1 pot, baris kedua 3 pot, baris ketiga 5 pot, dan seterusnya. Murid diminta mencatat pola pertambahan bilangan tersebut, mengidentifikasi hubungan antara nomor baris (n) dan banyaknya pot, menyajikannya dalam bentuk tabel dan kalimat matematika, kemudian menyusun bentuk aljabar dari pola yang diamati dan membuat generalisasi untuk menentukan suku ke- n . Pada tahap *mengaplikasikan*, murid menyelesaikan studi kasus berbasis konteks, misalnya pola susunan kursi di aula: baris pertama berisi 4 kursi, baris kedua 7 kursi, baris ketiga 10 kursi, dan seterusnya. Murid dihantarkan untuk menghitung jumlah kursi pada baris ke-10 dan ke-20 serta menyusun rumus umum jumlah kursi pada baris ke- n . Untuk menguatkan pemahaman dan kreativitas, murid membuat model visual dari pola tersebut menggunakan kertas warna atau balok bangun datar, kemudian mempresentasikan pola serta hasil prediksi mereka kepada teman sejawat atau guru. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pengalaman mereka dalam menggunakan pengamatan, logika, dan penalaran matematis dalam menyusun prediksi dan rumus pola bilangan. Mereka juga diminta menjelaskan manfaat memahami pola dalam kehidupan nyata, seperti saat merancang dekorasi ruangan, menyusun anggaran bulanan berbasis pola pengeluaran, atau menyusun jadwal kegiatan yang berulang.

Asesmen awal bertujuan untuk mengidentifikasi pengetahuan awal murid tentang pola bilangan melalui empat soal pilihan ganda dan dua soal isian terkait pola bertingkat dan pertambahan tetap, misalnya menentukan suku ke-5 dari pola 2, 4, 6, 8, dan seterusnya. Asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan untuk menilai kemampuan murid dalam mengamati, menyusun pola, dan membuat generalisasi melalui lembar kerja yang mencakup tabel observasi, rumus suku ke- n , dan model visual, serta melalui observasi terhadap keterlibatan aktif murid dalam diskusi kelompok, contohnya menganalisis pola susunan ubin taman dan menyusun rumus jumlah ubin per baris. Asesmen akhir menggabungkan pendekatan *assessment as learning* dan *assessment of learning*, yaitu dengan memberikan tugas individu untuk merancang dan menyajikan pola bilangan mereka sendiri, mengerjakan tes akhir mengenai pemahaman konsep dan aplikasi generalisasi pola, serta menuliskan refleksi pribadi tentang proses pengamatan, penyusunan pola, dan penerapan pola bilangan dalam kehidupan nyata.

- **Pengenalan Unsur-Unsur, Sifat-Sifat, dan Penerapan Operasi Aljabar**

Dalam kegiatan pembelajaran kontekstual dengan pendekatan pembelajaran mendalam untuk materi *pengenalan unsur-unsur, sifat-sifat, dan penerapan operasi aljabar*, murid dikenalkan konsep aljabar melalui konteks kehidupan sehari-hari yang dekat dengan mereka, seperti menyusun anggaran belanja kebutuhan sekolah.





Gambar 19. Peta Konsep Bentuk Aljabar

Pada tahap *memahami*, murid menyimak tayangan video tentang belanja di toko serba ada, yang menampilkan karakter membeli perlengkapan sekolah dengan harga yang belum diketahui secara pasti, seperti "harga satu buku tulis = x rupiah" dan "harga satu pensil = y rupiah", kemudian menyusun total belanja sebagai bentuk aljabar, misalnya $3x + 2y$. Murid kemudian dikenalkan unsur-unsur aljabar (variabel, konstanta, koefisien, dan suku), serta sifat-sifat operasi aljabar seperti komutatif, asosiatif, dan distributif. Pada tahap *mengaplikasi*, murid bekerja dalam kelompok kecil menyelesaikan studi kasus: "Jika harga sebuah buku tulis adalah x rupiah dan harga sebuah penggaris adalah y rupiah, tulislah bentuk aljabar dari total belanja 4 buku tulis dan 3 penggaris. Jika diketahui $x = 5.000$ dan $y = 3.000$, hitunglah total biaya yang dikeluarkan." Murid diminta menyederhanakan bentuk aljabar, menerapkan sifat operasi, dan menghitung hasil substitusi nilai variabel. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pemahaman mereka tentang bagaimana operasi aljabar dapat digunakan dalam menyusun dan menghitung perencanaan belanja atau transaksi keuangan sederhana, serta menyimpulkan pentingnya mengenal aljabar dalam kehidupan sehari-hari.

Asesmen dimulai dengan asesmen awal untuk mengidentifikasi pemahaman awal murid melalui tes singkat berupa lima soal pilihan ganda dan dua soal isian, misalnya soal tentang identifikasi koefisien dalam bentuk aljabar $3x + 2$. Asesmen proses (*assessment for learning*) bertujuan menilai pemahaman dan keterlibatan murid dalam mengidentifikasi unsur aljabar dan menerapkan operasi aljabar melalui lembar kerja yang mencakup penyebutan unsur-unsur aljabar, penyederhanaan bentuk menggunakan sifat operasi, serta perhitungan hasil substitusi, disertai observasi keterlibatan murid dalam diskusi kelompok dan presentasi. Contoh tugas: menuliskan bentuk aljabar dari pembelian barang, menghitung total harga berdasarkan nilai variabel, dan menyederhanakan bentuk seperti $2x + 3x - x + 4$. Asesmen akhir untuk mengukur penguasaan konsep aljabar melalui proyek mini berupa pembuatan brosur anggaran belanja sekolah yang memuat harga dalam bentuk variabel dan hasil setelah substitusi, tes akhir yang menguji penyederhanaan bentuk aljabar, penerapan sifat operasi, dan substitusi nilai, serta refleksi tertulis mengenai manfaat aljabar dalam kehidupan nyata dan bagaimana aljabar membantu membuat perhitungan lebih efisien.

- **Pemahaman Konsep dan Penyajian Relasi dan Fungsi**



Murid mempelajari konsep dan penyajian relasi dan fungsi menggunakan konteks sehari-hari misalnya ukuran baju, sepatu dari setiap anak, atau hubungan berubahnya besaran terhadap besaran lainnya seperti antara kecepatan dari objek yang bergerak dan waktu tempuh.

Pada tahap *memahami*, pendidik mengawali pembelajaran dengan menayangkan video singkat atau menampilkan infografis berisi berbagai contoh dua kelompok himpunan objek dengan berbagai kemungkinan hubungan yang bersifat relasi dan yang bersifat fungsi serta mengamati perbedaannya. Murid mengamati hubungan data aktivitas harian murid (misalnya: lama belajar dalam jam dan nilai ulangan harian yang diperoleh) untuk membangun kesadaran dan pemahaman awal tentang hubungan antar dua variabel. Pendidik memfasilitasi diskusi tentang bagaimana satu variabel memengaruhi variabel lainnya, mengenalkan istilah domain, kodomain, dan range, serta membimbing murid menyusun pasangan berurutan berdasarkan data tersebut.



Gambar 20. Peta Konsep Relasi dan Fungsi

Pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi dalam kelompok kecil untuk melakukan survei sederhana terhadap teman-teman sekelas (misalnya: jumlah jam belajar dan hasil ulangan), kemudian menyajikan data sebagai himpunan pasangan berurutan, diagram panah, dan tabel relasi, serta menentukan apakah data tersebut merupakan suatu fungsi atau bukan. Murid diminta menjelaskan alasan logis berdasarkan definisi fungsi. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pemahaman mereka dalam jurnal refleksi dengan menjawab pertanyaan seperti: “Bagaimana relasi dan fungsi muncul dalam kehidupan sehari-hari saya?”, “Apa perbedaan relasi dan fungsi yang saya pahami?”, dan “Bagaimana saya dapat menyajikan data hubungan dua variabel dengan tepat?”. Pendidik memfasilitasi diskusi reflektif untuk memperdalam makna konsep yang telah dipelajari serta memberikan penguatan.

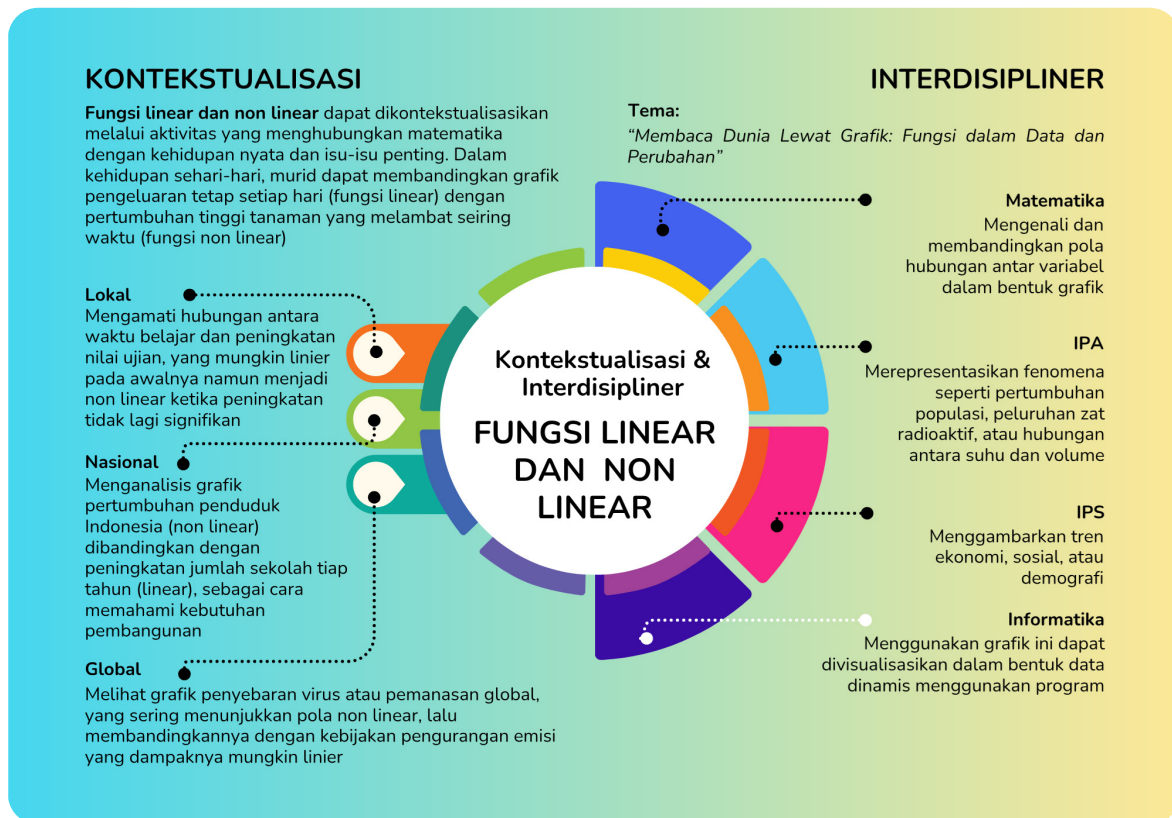
Asesmen dimulai dengan asesmen awal, murid mengerjakan lembar asesmen awal berupa soal pilihan ganda dan isian singkat untuk mengidentifikasi pemahaman awal tentang pasangan berurutan, himpunan, dan diagram panah, seperti soal “Pasangan berurutan (2, 5) menyatakan bahwa...” atau “Manakah dari berikut ini yang merupakan relasi tetapi bukan fungsi?”. Asesmen proses (*assessment for learning*), pendidik melakukan observasi terhadap aktivitas kelompok, menilai partisipasi murid, ketepatan penyajian data dalam bentuk relasi dan fungsi, serta kejelasan argumentasi saat menyimpulkan apakah suatu relasi merupakan fungsi, dengan menggunakan rubrik penilaian yang mencakup ketepatan, komunikasi matematis, dan kolaborasi. Asesmen sumatif (*assessment of learning*) dan *assessment as learning* dalam bentuk refleksi dapat dilakukan pada akhir pembelajaran. Murid menyelesaikan soal kontekstual individu, seperti menyajikan data hubungan antara jam belajar dan nilai ujian dalam diagram panah, serta menentukan apakah hubungan tersebut merupakan fungsi. Murid menulis refleksi pribadi mengenai konsep yang dipelajari dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Penilaian akhir menggunakan rubrik yang menilai pemahaman konsep, keterampilan menyajikan data, dan kedalaman refleksi. Pendekatan ini membantu murid memahami konsep relasi dan fungsi secara konkret, bermakna, dan relevan, serta mengembangkan kemampuan berpikir kritis, kolaboratif, dan reflektif sesuai prinsip pembelajaran mendalam dan kaidah kebahasaan yang benar.

- **Pemahaman Konsep, Perbedaan dan Penyajian Grafik Fungsi Linear dan Non linear**

Materi ini diberikan dalam konteks sehari-hari misalnya berbagai data yang disajikan dalam bentuk grafik fungsi. Murid memahami konsep, perbedaan, dan fungsi linear dan non linear berdasar tampilan grafis dan analisis sifat fungsinya secara aljabar.

Pada tahap *memahami*, pendidik memulai pembelajaran dengan menayangkan infografis interaktif atau video singkat yang memperlihatkan hubungan antara jarak dan waktu dalam perjalanan kendaraan (fungsi linear) serta hubungan antara luas lingkaran dan jari-jari (fungsi non linear). Murid diminta mencermati pola hubungan antar data yang disajikan dalam bentuk tabel dan grafik. Selanjutnya, pendidik memfasilitasi diskusi terbimbing untuk menggali konsep dasar fungsi linear (berbentuk garis lurus dan memiliki perubahan tetap) dan fungsi non linear (berubah secara tidak tetap dan grafiknya melengkung), dengan menekankan pada bentuk umum fungsi linear $y = ax + b$ dan karakteristik fungsi non linear seperti kuadrat atau kuadrat berpangkat dua $y = ax^2 + b$.





Gambar 21. Peta Konsep Fungsi Linear dan Nonlinear

Pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi dalam kelompok kecil untuk melakukan pengukuran waktu dan jarak tempuh saat berjalan kaki dari halaman sekolah ke kelas, lalu membuat tabel dan grafik hubungan tersebut, serta membandingkannya dengan grafik non linear, misalnya dengan mencatat luas permukaan berbagai ukuran lingkaran berdasarkan jari-jari dan menggambarkannya dalam grafik. Murid menyajikan grafik fungsi linear dan nonlinear tersebut dalam bentuk diagram kartesius serta menjelaskan perbedaannya dalam konteks kehidupan nyata. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan kesimpulan pribadi dalam jurnal refleksi mengenai perbedaan antara grafik fungsi linear dan non linear, serta situasi nyata lain yang menggambarkan kedua jenis fungsi tersebut, seperti penambahan tabungan setiap minggu (linear) dibandingkan pertumbuhan populasi bakteri (non linear).

Asesmen dimulai dengan asesmen awal melalui kuis singkat berisi soal pilihan ganda dan isian singkat untuk mengukur pemahaman awal murid tentang grafik dan fungsi secara umum, serta pengalaman mereka dalam menggunakan grafik dalam kehidupan sehari-hari, seperti membaca grafik cuaca atau pertumbuhan tanaman. Asesmen proses (*assessment for learning*) dilaksanakan selama kegiatan pengumpulan dan penyajian data, di mana pendidik mengamati aktivitas murid dalam

kelompok menggunakan lembar observasi yang mencakup indikator kerja sama, ketepatan pengukuran, penyusunan tabel, penggambaran grafik, dan kemampuan menjelaskan hasil. Murid juga mempresentasikan hasil pengamatan dan grafik mereka, lalu menerima umpan balik konstruktif dari pendidik dan teman sejawat. Asesmen akhir (*assessment of learning*) berupa tugas individu yang meminta murid menganalisis grafik fungsi linear dan non linear berdasarkan konteks baru, seperti data pertumbuhan tinggi badan per tahun atau luas taman berbentuk lingkaran, menyimpulkan karakteristiknya, serta menggambar grafik dari data tersebut. Selain itu sebagai *assessment as learning*, murid menuliskan refleksi akhir tentang apa yang mereka pelajari dan bagaimana penerapan konsep grafik dan fungsi dalam kehidupan sehari-hari.

- **Pemahaman Konsep dan Penyelesaian Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel**



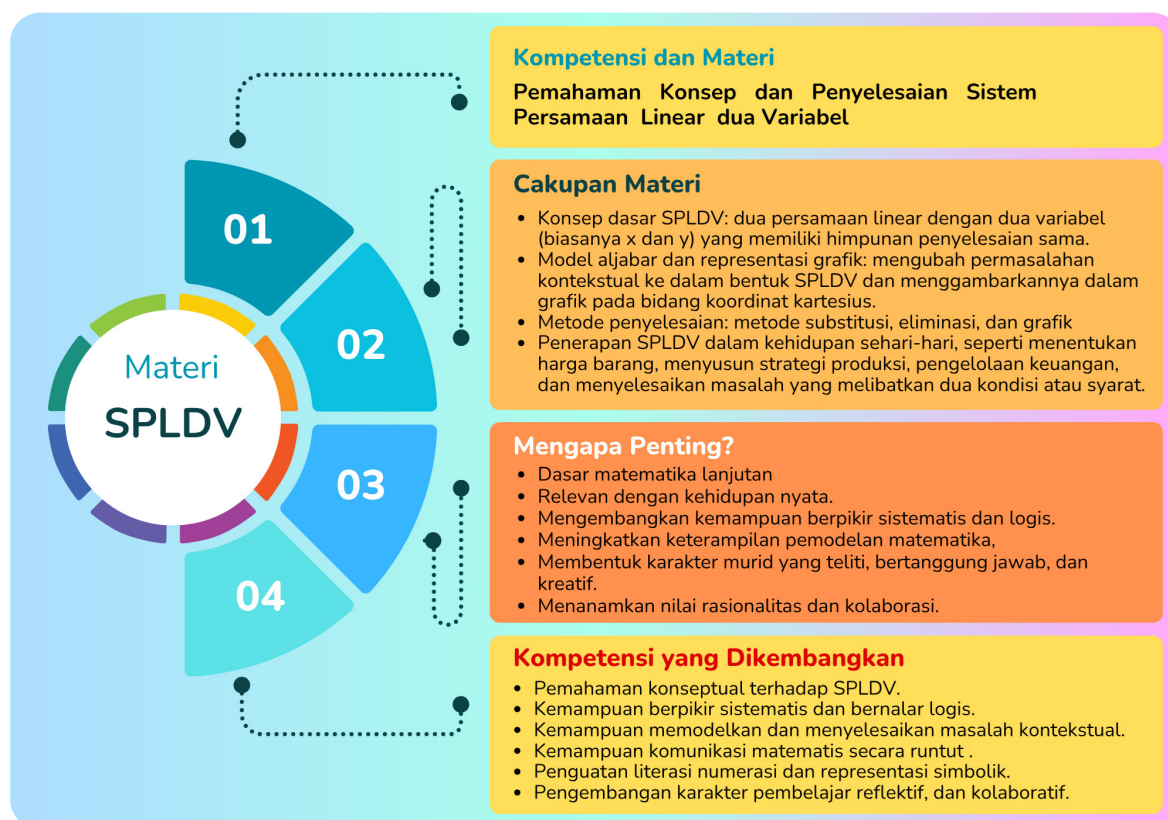


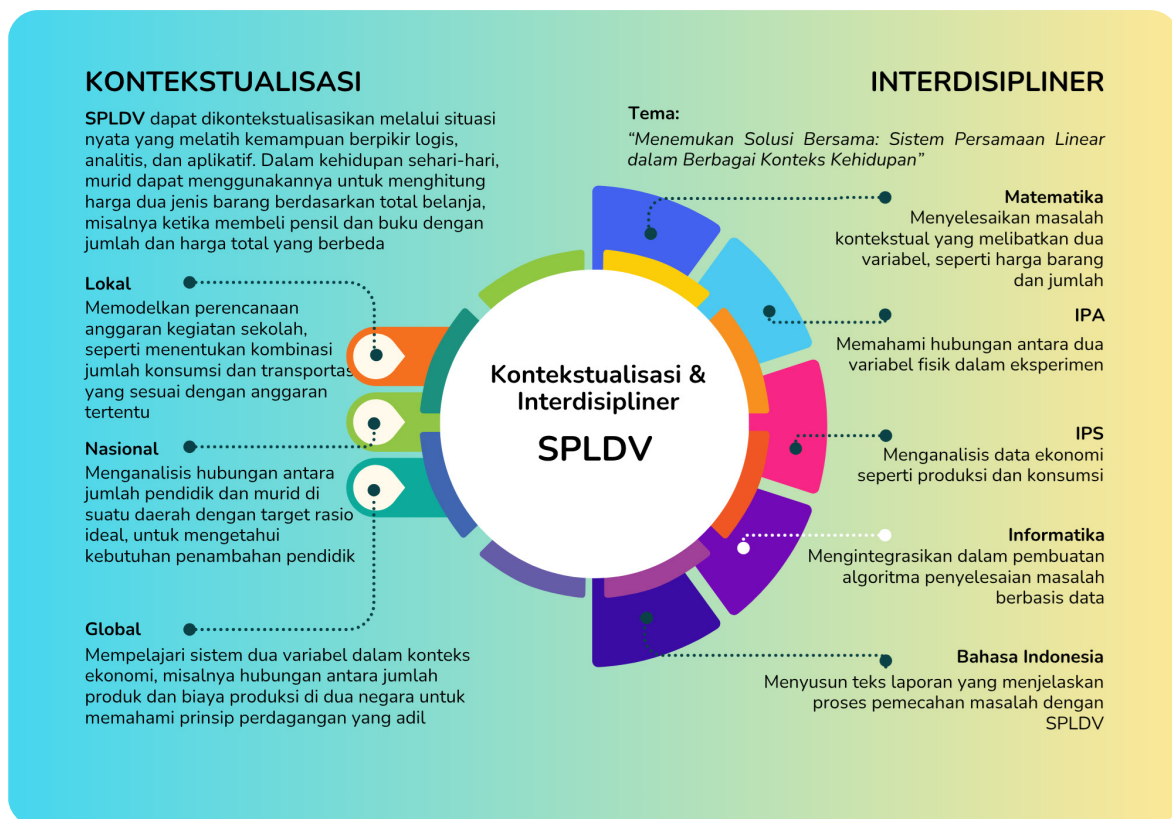
Gambar 22. Peta Konsep PLSV dan PTLSV

Materi persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel diberikan melalui konteks kehidupan nyata misalnya dalam simulasi situasi keuangan sederhana, yaitu "menabung untuk membeli sepatu idaman." Pada tahap *memahami*, murid diajak mengamati ilustrasi masalah: "Rina ingin membeli sepatu seharga Rp350.000. Ia menabung Rp25.000 setiap minggu. Dalam berapa minggu Rina dapat membeli sepatu tersebut?" Murid mendiskusikan situasi tersebut secara berkelompok dan merumuskan model matematisnya dalam bentuk persamaan linear satu variabel, yaitu $25.000 \times x = 350.000$, lalu menyelesaikannya. Selanjutnya, pada tahap *mengaplikasi*, murid diberikan beberapa permasalahan kontekstual lainnya seperti menghitung jumlah minimum pengeluaran harian agar pengeluaran bulanan tidak melebihi batas anggaran (menggunakan pertidaksamaan). Contoh: "Ali memiliki uang saku Rp600.000 per bulan. Jika ia membelanjakan Rp20.000 per hari, berapa maksimal hari ia bisa membelanjakan tanpa melebihi uang saku?" (model pertidaksamaan: $20.000 \times x \leq 600.000$). Murid menyelesaikan masalah-masalah ini dalam kelompok dan menyajikannya dalam bentuk verbal, numerik, dan grafik. Pada tahap *merefleksi*, murid melakukan refleksi pribadi dengan menjawab pertanyaan: "Apa perbedaan utama antara persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel?" dan "Bagaimana saya dapat menggunakan konsep ini untuk mengatur keuangan pribadi saya?" Refleksi ini memperkuat pemahaman konseptual dan mendorong keterkaitan antara matematika dan kehidupan sehari-hari.

Asesmen dimulai dengan asesmen awal bertujuan mengidentifikasi pemahaman awal murid terhadap konsep dasar melalui pertanyaan pemantik seperti “Apa yang kamu ketahui tentang persamaan atau pertidaksamaan?”, serta pretest singkat yang terdiri atas tiga soal sederhana, misalnya “Jika $2x = 10$, berapa nilai x ?” atau “Berapakah nilai x yang memenuhi $x + 3 \leq 7$?”. Asesmen proses (*assessment for learning*) bertujuan memonitor pemahaman dan keterlibatan murid selama pembelajaran melalui observasi aktivitas diskusi kelompok, keaktifan dalam menyusun model matematika dari masalah kontekstual, serta penggunaan jurnal refleksi harian. Penilaian dalam tahap ini dilakukan menggunakan lembar observasi dan rubrik diskusi untuk mengevaluasi sejauh mana murid memahami dan menerapkan konsep. Asesmen akhir (*assessment of learning*) bertujuan mengukur penguasaan konsep dan keterampilan murid dalam menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel melalui post-test yang terdiri atas soal pilihan ganda, isian singkat, dan uraian kontekstual. Contoh soal uraian yang diberikan adalah: “Wawan ingin membeli sebuah buku seharga Rp100.000. Ia sudah menabung Rp40.000 dan berencana menabung Rp10.000 setiap minggu. Dalam berapa minggu lagi Wawan dapat membeli buku tersebut?”. Sedangkan *assessment as learning* dilakukan untuk refleksi diri dan refleksi proses pembelajaran. Ketiga tahap asesmen ini dirancang untuk memastikan pemahaman konsep secara mendalam dan aplikatif, sejalan dengan pendekatan pembelajaran yang bermakna.

- **Pemahaman Konsep dan Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)**





Gambar 23. Peta Konsep SPLDV

Kegiatan Pembelajaran Kontekstual untuk materi pemahaman konsep dan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel. Dalam tahapan *memahami*, murid diajak untuk mengamati situasi nyata melalui studi kasus kontekstual berupa rencana pembelian paket internet dan pulsa dari dua provider berbeda yang menawarkan harga dan jumlah kuota berbeda (misalnya: Provider A menawarkan 2 GB data dan 1.000 SMS seharga Rp25.000, sedangkan Provider B menawarkan 3 GB data dan 2.000 SMS seharga Rp40.000). Pendidik membimbing murid untuk membentuk dua persamaan linear berdasarkan informasi tersebut, yang mewakili hubungan antara harga dan jumlah masing-masing layanan. Pada tahapan *mengaplikasi*, murid diminta bekerja dalam kelompok kecil untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) tersebut menggunakan tiga metode (substitusi, eliminasi, dan grafik), kemudian membandingkan hasilnya dan menafsirkan solusi dalam konteks situasi. Selanjutnya, mereka mempresentasikan hasil penyelesaian dan alasan memilih provider terbaik berdasarkan anggaran tertentu. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pemahaman mereka tentang pentingnya SPLDV dalam pengambilan keputusan sehari-hari, mengevaluasi strategi penyelesaian yang digunakan, serta mengidentifikasi tantangan yang dihadapi selama pembelajaran. Asesmen pembelajaran Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) dilaksanakan secara bertahap dan terintegrasi.

Asesmen dimulai dengan asesmen awal dalam bentuk memberikan kuis singkat berisi tiga soal untuk mengukur pemahaman awal murid mengenai persamaan linear satu variabel dan konsep hubungan antara dua variabel. Contoh soal yang digunakan adalah: "Jika harga satu buku adalah Rp5.000 dan harga satu pensil adalah Rp2.000, bagaimana cara menyatakan total belanja sebagai sebuah persamaan?". Asesmen proses (formatif), pendidik melakukan observasi menggunakan lembar observasi dan catatan anekdot guna mencatat keterlibatan murid dalam menyusun model SPLDV, berpartisipasi dalam diskusi kelompok, serta menerapkan berbagai strategi penyelesaian. Murid juga diminta mengerjakan lembar kerja yang berisi soal-soal kontekstual serupa dan refleksi singkat di akhir kegiatan untuk mengevaluasi pemahaman mereka. Asesmen akhir (sumatif), murid diberikan tugas individu berupa proyek mini, yaitu membuat skenario kontekstual sendiri, misalnya perbandingan harga dua jenis makanan atau dua moda transportasi, kemudian membentuk SPLDV berdasarkan skenario tersebut, menyelesaikannya dengan minimal dua metode (seperti substitusi dan eliminasi), serta menyusun laporan lengkap yang mencakup penafsiran hasil dan refleksi pribadi terhadap proses pembelajaran.

Pengukuran

Materi esensial dalam pengukuran di antaranya keliling, luas, panjang busur, sudut, dan luas juring lingkaran, serta penggunaannya dalam konteks nyata; luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas, dan kerucut), serta analisis pengaruh perubahan proporsional pada bangun datar dan bangun ruang terhadap panjang, besar sudut, luas, dan volume.

- **Penentuan Keliling, Luas, Panjang Busur, Sudut, dan Luas Juring Lingkaran**



Gambar 24. Peta Konsep Lingkaran

Materi ini difokuskan pada unsur lingkaran atau bagian-bagian dasar yang membentuk lingkaran dan komponen lainnya yang meliputi titik pusat, jari-jari, diameter, tali busur, busur, sudut, dan luas juring. Pendekatan pembelajaran mendalam pada tahap *memahami*, murid diajak mengamati benda-benda berbentuk lingkaran di sekitar sekolah, seperti tutup botol, roda sepeda, atau jam dinding. Pendidik membimbing murid untuk mengidentifikasi unsur-unsur lingkaran (jari-jari, diameter, busur, dan juring) melalui pengukuran langsung dengan penggaris dan benang, kemudian murid mencatat hasil pengamatan dan membandingkan dengan rumus keliling, luas, panjang busur, sudut, dan luas juring. Pada tahap *mengaplikasi*, murid diberikan proyek mini berupa merancang taman bermain berbentuk lingkaran di lingkungan sekolah. Mereka harus menghitung panjang lintasan (keliling), luas lapangan, panjang lintasan sepertiga bagian (panjang busur), dan luas area tempat duduk berbentuk juring (misalnya 90° atau 120°), menggunakan data jari-jari taman yang disepakati. Murid juga diminta membuat sketsa sederhana taman yang mencerminkan perhitungan mereka. Pada tahap *merefleksi*, murid melakukan diskusi kelompok kecil untuk saling mempresentasikan hasil rancangan, merefleksikan strategi perhitungan, kesalahan yang ditemukan, serta manfaat memahami geometri lingkaran dalam kehidupan nyata, misalnya untuk perencanaan ruang, pembangunan jalan melingkar, atau desain arsitektur.

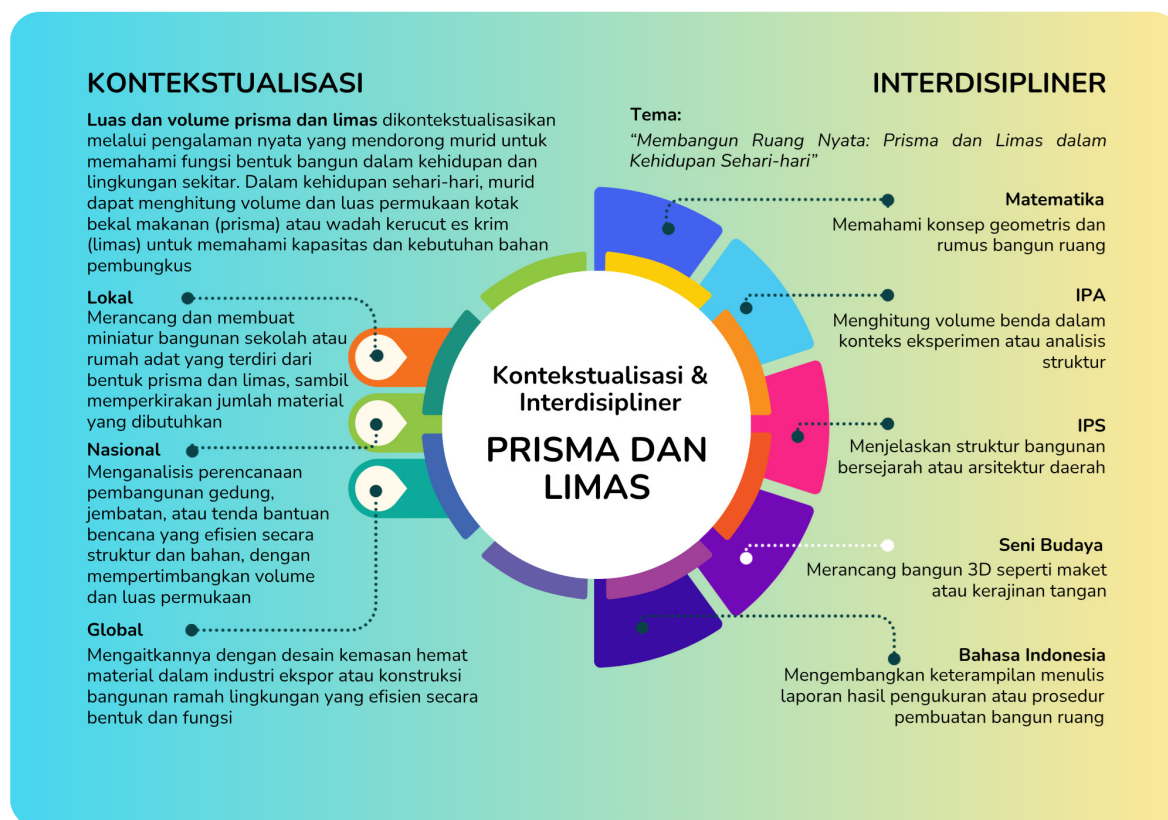
Asesmen awal dilakukan dengan pertanyaan seperti: "Apakah kalian pernah memperhatikan bentuk jam, roda, atau taman bermain? Bagaimana kalian memperkirakan luas atau kelilingnya?" dan diberikan kuis singkat mengenai pengenalan unsur lingkaran. Setelah itu, diskusi kelas dan pertanyaan terbuka untuk mengecek pemahaman awal serta catatan reflektif dan peta konsep mengenai komponen lingkaran yang dibuat oleh murid. Asesmen proses dilakukan saat observasi praktik mengukur, menghitung, dan merancang taman; pendidik mencatat keterlibatan, akurasi perhitungan, serta penggunaan rumus. Pendidik memberikan umpan balik selama proses kerja kelompok, murid menuliskan alasan pemilihan strategi dan rumus dalam pengerjaan proyek, dan hasil proyek serta laporan perhitungan matematis dinilai sebagai bagian dari *assessment of learning*. Asesmen akhir berupa penilaian proyek desain taman lengkap dengan perhitungan keliling, luas, panjang busur, dan luas juring, serta laporan reflektif tertulis yang berisi penjelasan cara menyelesaikan perhitungan dan manfaat konsep lingkaran dalam kehidupan sehari-hari.

- **Penentuan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang (Prisma, Tabung, Bola, Limas, dan Kerucut), serta Analisis Pengaruh Perubahan Proporsional pada Bangun Datar dan Bangun Ruang terhadap Panjang, Besar Sudut, Luas, dan Volume**

Materi ini berkaitan dengan mengamati unsur, ciri, dan sifat benda-benda di sekitar yang berbentuk teratur (misalnya prisma, limas, bola, kerucut) yang ditemukan pada kotak susu (prisma segi empat), tutup nasi tumpeng (limas segi empat) atau benda lainnya.



Tampilan bangun ruang ditentukan oleh ukuran dan bentuk dari unsur atau komponen pembentuknya seperti rusuk, sudut, dan sisi (permukaan) sehingga perubahan panjang rusuk, ukuran sudut, dan luas sisi, secara proporsional memengaruhi luas dan volume bangun ruangnya. Pada tahap *memahami*, pendidik mengarahkan diskusi interaktif yang membahas ciri-ciri, jaring-jaring, serta rumus luas permukaan dan volume dari bentuk-bentuk tersebut dengan menggunakan benda nyata yang dibawa oleh murid.



Gambar 25. Peta Konsep Kontekstualisasi dan Interdisipliner Materi Luas dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar (Prisma dan Limas)

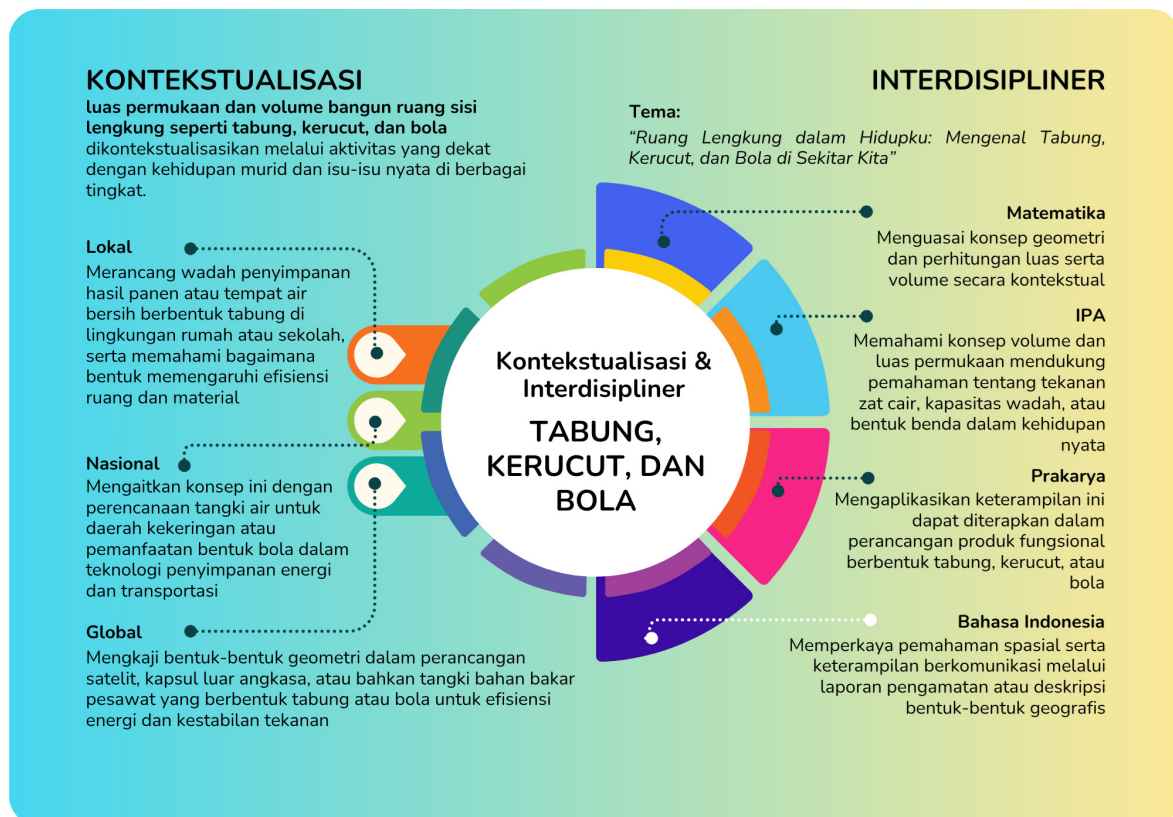
Selanjutnya, pada tahap *mengaplikasikan (bermakna dan menggembirakan)*, murid diberi tugas membuat model bangun ruang tiga dimensi dari karton bekas untuk merancang kemasan produk lokal, seperti kemasan keripik atau permen, kemudian menghitung luas permukaan sebagai dasar kebutuhan pembungkus dan volume sebagai perkiraan kapasitas isi. Tahap *merefleksi*, mendorong murid untuk menyampaikan pengalaman serta tantangan dalam menentukan ukuran kemasan yang efisien dan menyimpulkan keterkaitan antara konsep luas permukaan dan volume dengan prinsip desain kemasan yang praktis dan ekonomis dalam kehidupan sehari-hari. Proses asesmen dilakukan secara menyeluruh dan terintegrasi dalam setiap tahap pembelajaran. Asesmen awal berbentuk kuis singkat yang terdiri atas lima soal pilihan ganda dan satu soal isian, bertujuan mengukur pengetahuan awal murid mengenai nama bangun ruang, jumlah sisi, rusuk, dan titik sudut, misalnya melalui soal "Berapa jumlah sisi dan rusuk pada prisma segitiga?" atau "Sebutkan perbedaan antara limas segi empat dan prisma segi empat!" Pada tahap asesmen proses (*assessment for learning*), pendidik melakukan observasi formatif dan penilaian kinerja murid saat membuat model bangun ruang dan menghitung luas permukaan serta volume menggunakan lembar kerja penilaian yang mencakup aspek keterlibatan,

ketepatan perhitungan, kemampuan menyusun jaring-jaring, kerja sama, kreativitas, dan pemahaman konsep yang ditunjukkan dalam diskusi kelompok. Asesmen akhir (*assessment of learning*) terdiri atas tes tertulis dan presentasi proyek mini; tes berupa soal cerita kontekstual seperti “Seorang pengusaha ingin membuat kemasan berbentuk prisma segitiga untuk produk minuman ringan. Hitung luas permukaan dan volume yang diperlukan jika panjang alas segitiga 6 cm, tinggi segitiga 4 cm, dan panjang prisma 10 cm.” Sementara itu, proyek mini menugaskan murid merancang dan mempresentasikan kemasan produk lokal yang efisien berdasarkan perhitungan luas permukaan dan volume, disertai penjelasan matematis yang mendukung desain mereka. Pendekatan pembelajaran dan asesmen ini bertujuan membangun pemahaman konseptual yang mendalam, keterampilan praktis, serta menguatkan relevansi pembelajaran dengan konteks kehidupan nyata murid.

- **Penentuan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung (Tabung, Kerucut, dan Bola)**

Dalam kegiatan pembelajaran kontekstual ini, murid diajak memahami konsep luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola) melalui pengamatan objek nyata di sekitar mereka, seperti botol minuman (tabung), cone es krim (kerucut), dan bola sepak.

Pada tahap *memahami*, murid diajak mengamati berbagai bentuk benda sisi lengkung yang ada di lingkungan sekolah dan rumah. Pendidik memberikan tayangan visual interaktif dan demonstrasi langsung menggunakan model tiga dimensi dari tabung, kerucut, dan bola. Pendidik kemudian memandu diskusi tentang sifat-sifat dan rumus luas permukaan serta volume dari masing-masing bangun.



Gambar 26. Peta Konsep Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung (Tabung, Kerucut, dan Bola)

Pada tahap *mengaplikasi*, murid bekerja dalam kelompok kecil untuk menyelesaikan studi kasus kontekstual, misalnya menghitung luas permukaan dan volume botol air minum (tabung), wadah nasi tumpeng (kerucut), atau bola plastik dalam kegiatan olahraga. Mereka mengambil pengukuran sebenarnya menggunakan penggaris dan meteran, kemudian menerapkan rumus yang telah dipelajari untuk menghitung nilai yang diminta. Hasil penghitungan kemudian dibandingkan dan dianalisis bersama, termasuk membahas kemungkinan kesalahan pengukuran atau asumsi yang digunakan. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan pengalaman belajar mereka dalam jurnal refleksi dengan panduan pertanyaan seperti: “Bagaimana konsep luas permukaan dan volume dapat membantu dalam kehidupan sehari-hari?”, “Apa kesulitan yang saya alami saat menerapkan rumus?”, dan “Bagaimana saya dapat meningkatkan pemahaman saya pada materi ini?”.

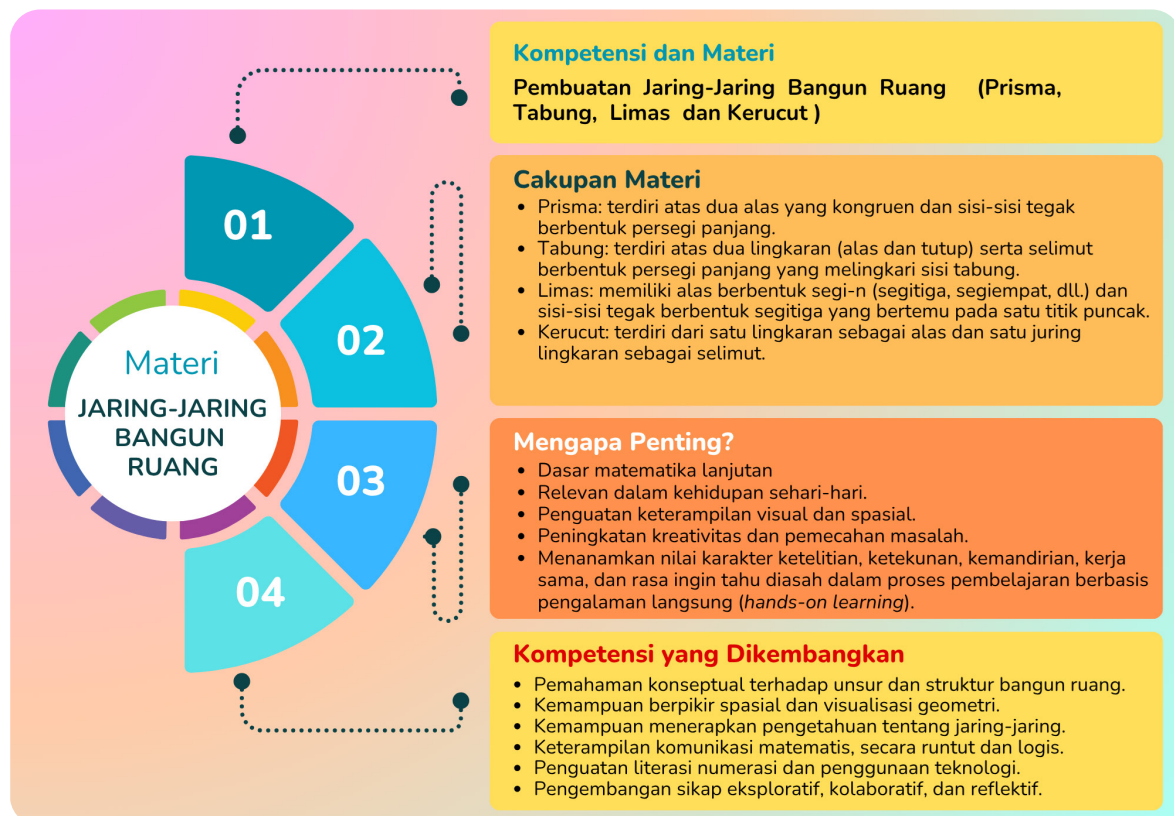
Asesmen dimulai dengan asesmen awal, pendidik mengajukan pertanyaan pemantik seperti “Pernakah kalian mengukur seberapa banyak air yang bisa ditampung dalam botol?” atau “Apa yang kalian ketahui tentang bentuk kerucut atau bola dalam kehidupan sehari-hari?”, kemudian memberikan kuis singkat berupa soal pilihan ganda dan isian singkat untuk mengidentifikasi pengetahuan awal murid tentang ciri-ciri dan rumus volume serta luas permukaan ketiga bangun tersebut. Asesmen proses (*assessment for learning*), pendidik menggunakan lembar observasi untuk menilai keterlibatan murid dalam diskusi dan kerja kelompok, kemampuan kerja sama, serta pemahaman konsep yang ditunjukkan melalui respons terhadap pertanyaan pemancing dan umpan balik langsung. Murid juga diminta mengisi tabel perhitungan serta menyusun laporan mini mengenai proses pengukuran dan penghitungan yang dilakukan. Asesmen akhir (*assessment of learning*), murid menyelesaikan tes yang mencakup soal kontekstual terkait luas permukaan dan volume tabung, kerucut, dan bola dalam bentuk pilihan ganda dan uraian. Sebagai *assessment as learning*, murid menulis refleksi tertulis berisi pemahaman, pengalaman belajar, dan penerapan materi dalam kehidupan sehari-hari. Penilaian akhir memperhitungkan hasil tes, kualitas laporan kelompok, serta kedalaman refleksi.

Geometri

Materi esensial pada geometri meliputi jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas, dan kerucut), garis dan sudut (hubungan antar-sudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan, dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal), kekongruenan (sifat-sifat kekongruenan pada segitiga dan segiempat), kesebangunan (sifat-sifat kesebangunan pada segitiga dan segiempat), teorema pythagoras, transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi).

• **Pembuatan Jaring-Jaring Bangun Ruang (Prisma, Tabung, Limas, dan Kerucut)**

Untuk membangun pemahaman konseptual murid mengenai jaring-jaring bangun ruang, pembelajaran dirancang secara kontekstual dengan melibatkan pengamatan terhadap benda-benda sehari-hari yang memiliki bentuk menyerupai prisma, tabung, limas, dan kerucut, seperti kotak susu (prisma), kaleng minuman (tabung), tutup nasi tumpeng (kerucut), dan kemasan hadiah berbentuk limas.





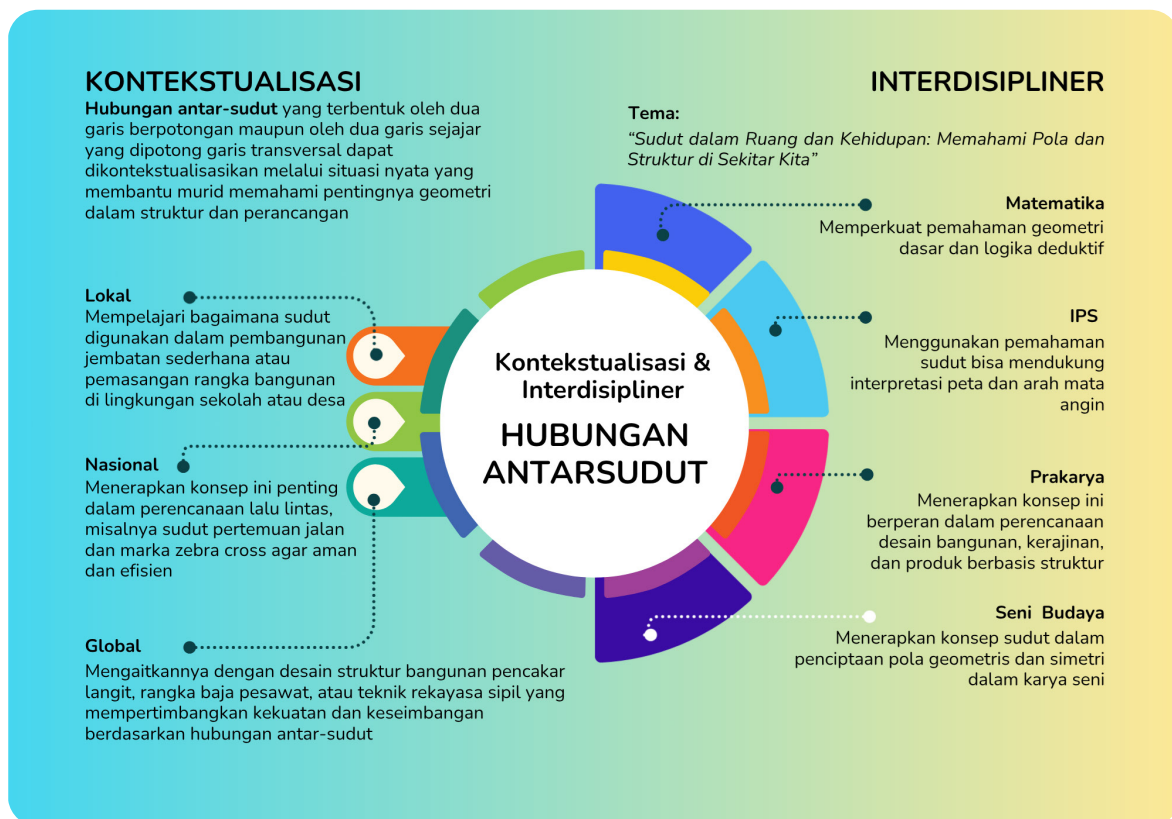
Gambar 27. Peta Konsep Jaring-jaring Bangun Ruang (prisma, tabung, limas, dan kerucut)

Pada tahap *memahami*, kegiatan diawali dengan menonton video pendek yang memperlihatkan proses membuka kemasan hingga tampak bentuk bidang datarnya, yang kemudian dilanjutkan dengan diskusi kelas yang difasilitasi oleh pendidik. Diskusi ini berfokus pada identifikasi bentuk bangun ruang, jumlah sisi penyusunnya, serta pentingnya memahami jaring-jaring dalam proses desain dan perencanaan kemasan produk. Selanjutnya, pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi ke dalam kelompok kecil untuk membuat model jaring-jaring bangun ruang menggunakan kardus bekas atau kertas karton berdasarkan bentuk kemasan yang diamati. Murid menggambar, menggunting, dan merakit jaring-jaring tersebut menjadi bangun ruang sesuai bentuk aslinya, lalu menyusun presentasi yang menjelaskan bentuk jaring-jaring, jumlah sisi, dan hubungannya dengan bangun ruang tiga dimensi yang terbentuk. Pada tahap *merefleksi*, setiap murid menuliskan pengalaman mereka dalam proses pembuatan jaring-jaring, kesulitan yang dialami, serta manfaat pemahaman tentang jaring-jaring dalam kehidupan nyata, seperti penerapannya dalam desain kemasan makanan, mainan edukatif, atau produk dagang lainnya.

Asesmen dimulai dengan asesmen awal melalui tes singkat berupa soal pilihan ganda dan isian singkat yang bertujuan untuk mengukur pengetahuan awal murid mengenai jenis-jenis bangun ruang dan fungsinya, serta melalui pertanyaan pemantik seperti, "Apa yang kalian ketahui tentang jaring-jaring bangun ruang?" atau "Pernahkah kalian membongkar kotak kemasan dan melihat bentuknya saat dibuka?". Pada asesmen proses (*assessment for learning*), pendidik mengamati aktivitas kerja kelompok dengan menggunakan rubrik penilaian yang mencakup aspek kolaborasi, ketepatan dalam menggambar dan merakit jaring-jaring, serta kreativitas dalam memanfaatkan bahan. Pendidik juga menilai lembar kerja kelompok yang berisi gambar jaring-jaring dan penjelasan keterkaitannya dengan bangun ruang asli. Asesmen akhir (*assessment of learning*), murid menghasilkan produk berupa jaring-jaring bangun ruang dari bahan daur ulang yang telah dirakit dan dipresentasikan di depan kelas, sedangkan sebagai *assessment as learning*, menyusun refleksi individu yang memuat pemahaman konsep, penerapan dalam kehidupan sehari-hari, serta evaluasi terhadap proses pembelajaran yang telah mereka jalani.

- **Hubungan Antarsudut yang Terbentuk oleh Dua Garis yang Berpotongan dan oleh Dua Garis Sejajar yang Dipotong sebuah Garis Transversal**

Kegiatan pembelajaran kontekstual untuk materi hubungan antarsudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal dimulai dengan tahapan *memahami*, di mana pendidik mengajak murid mengamati foto simpang jalan berbentuk huruf "X" dan zebra cross yang memotong dua jalur jalan sejajar pada papan petunjuk lalu lintas. Pendidik lalu memantik murid dengan pertanyaan: "Apa jenis-jenis sudut yang terbentuk ketika dua jalan saling berpotongan atau ketika dua jalan sejajar dipotong sebuah jalan lain?" Kemudian pendidik menjelaskan secara visual dan naratif tentang sudut-sudut yang terbentuk, seperti sudut berseberangan, sudut dalam berseberangan, sudut dalam sepihak, dan sudut bertolak belakang menggunakan animasi atau alat peraga digital.

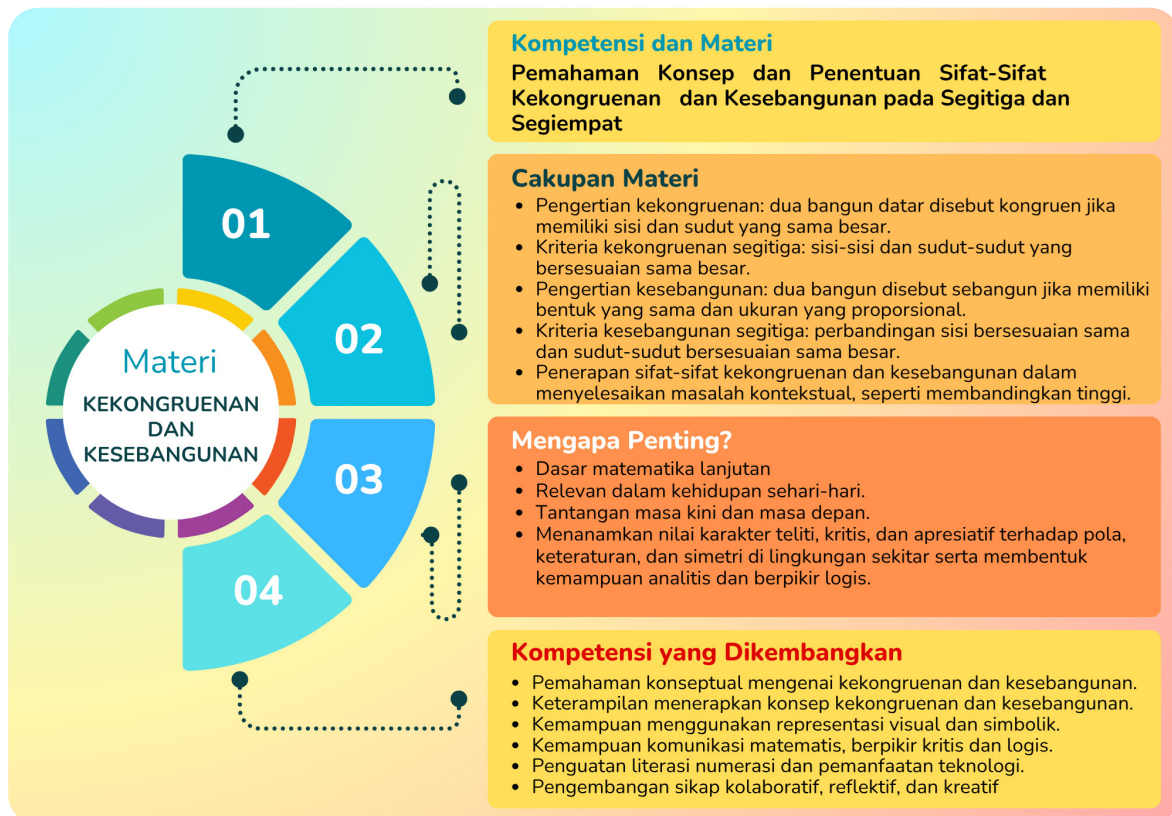


Gambar 28. Peta Konsep Hubungan Antarsudut

Pada tahap *mengaplikasi*, murid diberikan tugas kelompok untuk membuat model miniatur persimpangan lalu lintas atau membuat simulasi jalan pada kertas karton menggunakan penggaris dan busur derajat, lalu mengidentifikasi dan memberi label pada berbagai jenis sudut yang terbentuk (misalnya: murid menggambar dua garis sejajar yang dipotong garis transversal sebagai jalur pejalan kaki dan mengukur besarnya masing-masing sudut). Setelah itu, murid menjelaskan keterkaitan antar sudut dan mencari tahu nilai-nilai yang sama besar. Dalam tahapan *merefleksi*, murid diminta menuliskan pemahaman mereka di jurnal refleksi tentang apa yang mereka pelajari, termasuk kesadaran mereka terhadap pentingnya pemahaman sudut dalam kehidupan nyata, misalnya saat merancang persimpangan jalan atau mendesain bidang arsitektur.

Asesmen awal dilakukan melalui pertanyaan reflektif dan lembar kerja untuk mengecek pengetahuan awal murid mengenai jenis-jenis sudut (seperti sudut lancip, sudut siku-siku, sudut tumpul), simbol garis sejajar, serta konsep dasar tentang garis transversal yang memotong dua garis sejajar. Pertanyaan awal mencakup, misalnya, “Apa yang kalian ketahui tentang sudut yang terbentuk saat dua garis berpotongan?” dan “Bagaimana kalian mengenali dua garis yang sejajar?” Sementara itu, lembar kerja awal memuat tugas sederhana mengidentifikasi dan memberi nama sudut pada gambar garis-garis yang berpotongan. Asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan melalui observasi langsung terhadap keterlibatan murid dalam diskusi kelompok, aktivitas mengukur sudut menggunakan busur derajat, menyusun catatan hubungan antar sudut, serta kemampuan mereka menjelaskan temuan dan penalarannya baik secara lisan maupun tertulis. Asesmen akhir (*assessment of learning*) dilaksanakan melalui kuis kontekstual yang menyajikan ilustrasi situasi nyata, seperti gambar simpang jalan atau dua rel kereta yang sejajar dipotong oleh jembatan diagonal (garis transversal). Murid diminta mengidentifikasi jenis-jenis sudut yang terbentuk (sehadap, berseberangan dalam, berseberangan luar, berpelurus, dan bertolak belakang), menghitung besar sudut yang belum diketahui berdasarkan informasi yang tersedia, serta menyajikan penjelasan secara tertulis.

- **Pemahaman Konsep dan Penentuan Sifat-Sifat Kekongruenan dan Kesebangunan pada Segitiga dan Segiempat**



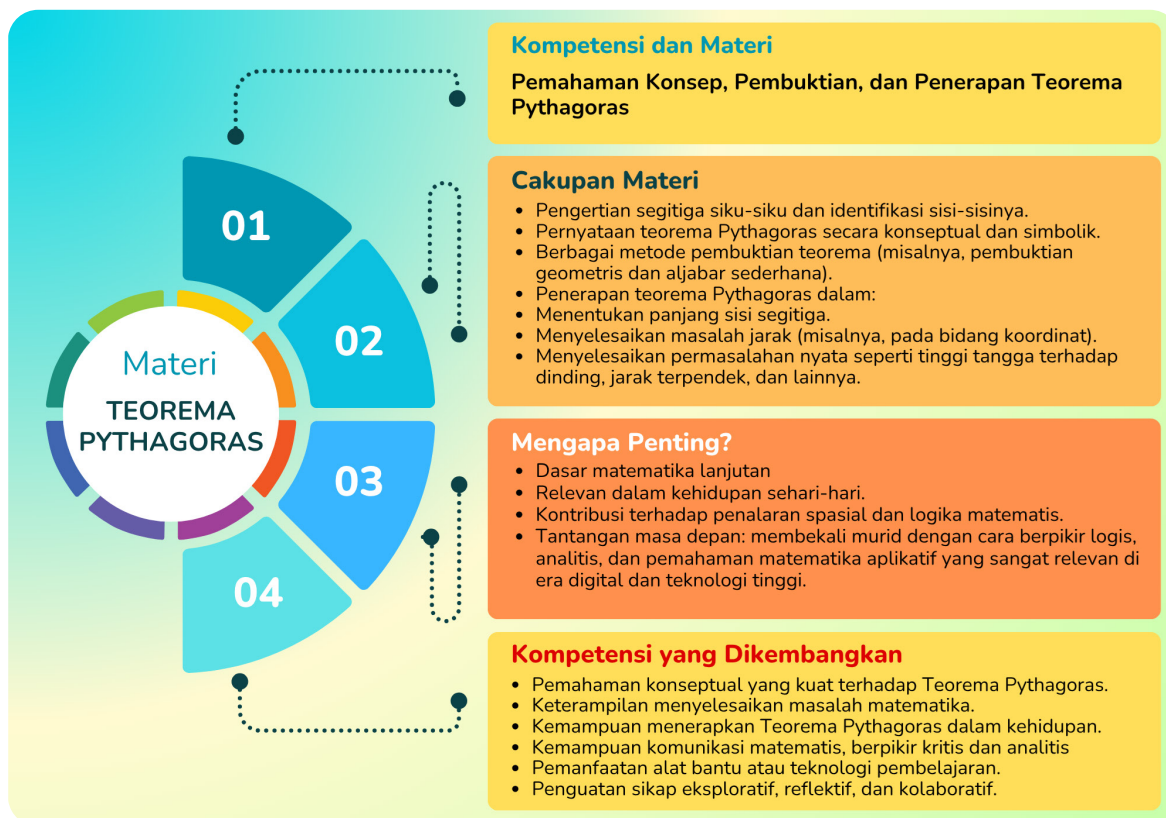
Gambar 29. Peta Konsep Kekongruenan dan Kesebangunan

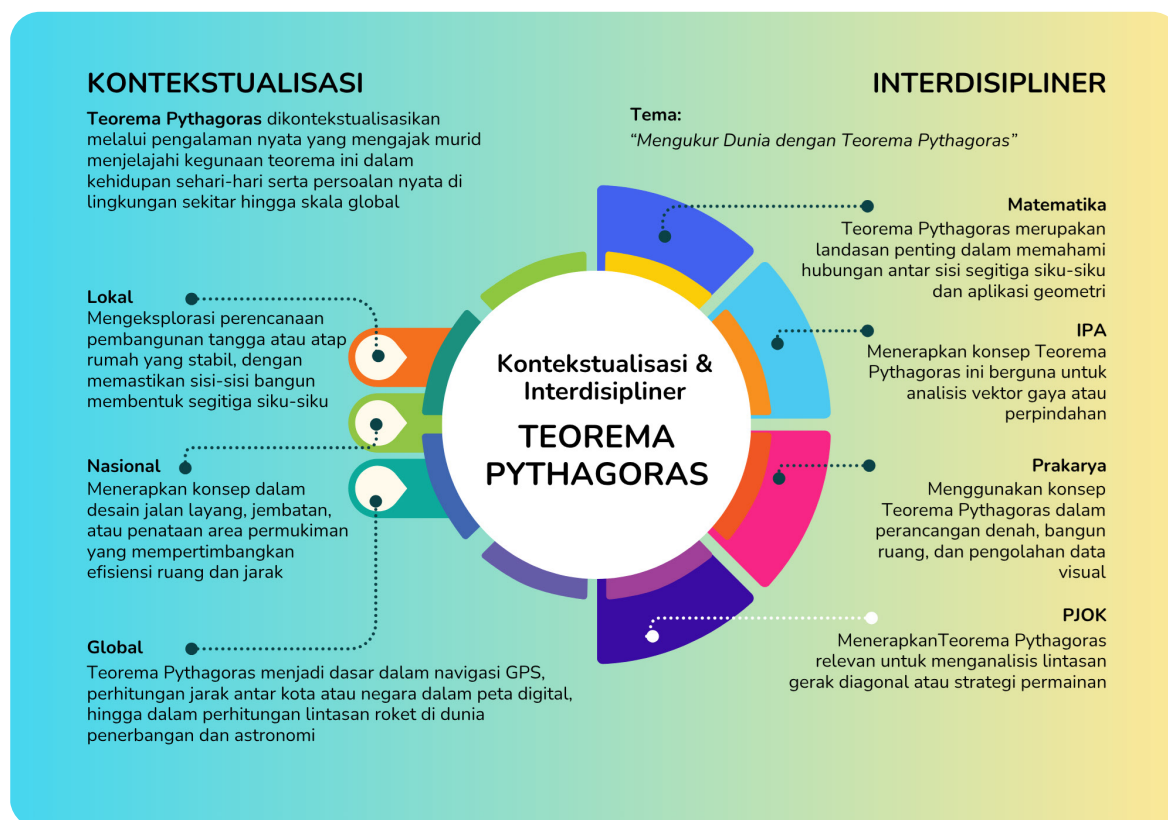
Kegiatan pembelajaran kontekstual untuk materi *pemahaman konsep dan penentuan sifat-sifat kekongruenan dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat* dapat dilakukan melalui pendekatan pembelajaran mendalam yang mencakup tahapan memahami, mengaplikasi, dan merefleksi. Pada tahap *memahami*, murid diajak mengamati berbagai bentuk segitiga dan segiempat melalui benda konkret seperti potongan kertas origami, ubin lantai, dan bingkai foto, lalu mengidentifikasi kesamaan bentuk dan ukuran sudut maupun sisi untuk memahami konsep kekongruenan dan kesebangunan. Pendidik kemudian memfasilitasi diskusi interaktif untuk menjelaskan bahwa dua bangun dikatakan *kongruen* jika memiliki ukuran dan bentuk yang sama persis, sedangkan *sebangun* jika memiliki bentuk yang sama tetapi ukuran berbeda secara proporsional. Pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi ke dalam kelompok kecil dan diberi tugas mengamati beberapa benda di sekitar sekolah (misalnya: jendela, tiang bendera, papan pengumuman, atau pola lantai) untuk mengidentifikasi pasangan bangun segitiga atau segiempat yang kongruen atau sebangun, serta menjelaskan alasan matematisnya menggunakan sifat-sifat bangun datar. Sebagai contoh kontekstual, murid dapat mengamati bahwa dua sisi kaca jendela persegi panjang memiliki bentuk sebangun atau menemukan dua segitiga kongruen pada penyangga tiang bendera berbentuk segitiga sama kaki. Pada tahap *merefleksi*, murid diminta menuliskan jurnal singkat tentang bagaimana pemahaman kekongruenan dan kesebangunan dapat diterapkan dalam merancang benda-benda simetris atau memperkirakan ukuran dalam proyek bangunan, serta menyampaikan satu pertanyaan reflektif yang masih ingin mereka ketahui.

Asesmen dilakukan melalui diskusi antar kelompok dan jurnal refleksi proses yang mencerminkan pemahaman murid terhadap kekongruenan dan kesebangunan (*assessment as learning*). Asesmen awal dilakukan melalui pertanyaan terbuka seperti: "Apa yang kalian pahami tentang dua bangun yang bentuknya sama tetapi ukurannya berbeda?" dan *matching activity* sederhana untuk mengenali pasangan bangun kongruen/sebangun. Asesmen proses dilakukan dengan menggunakan lembar observasi saat kerja kelompok yang menilai partisipasi, kemampuan mengidentifikasi sifat bangun, serta argumen matematis yang digunakan. Asesmen akhir berupa proyek mini (misalnya poster atau model bangun datar dari karton) yang menunjukkan minimal dua contoh pasangan bangun kongruen dan sebangun, disertai penjelasan sifat-sifatnya, serta kuis individual yang memuat soal kontekstual seperti "Dua papan segitiga digunakan sebagai penopang meja berbentuk sama kaki. Apakah papan tersebut pasti kongruen? Jelaskan alasanmu." Murid kemudian mengisi lembar refleksi pribadi dengan pertanyaan panduan seperti: Apa hal baru yang saya pelajari? Bagaimana saya menggunakan konsep ini di luar sekolah? Apa yang masih membingungkan bagi saya?.

- **Pemahaman Konsep, Pembuktian, dan Penerapan Teorema Pythagoras**

Pembelajaran dalam memahami konsep, membuktikan, dan menerapkan Teorema Pythagoras dikaitkan dalam konteks sehari-hari misalnya jarak dua objek dalam pengukuran dan geometri.





Gambar 30. Peta Konsep Teorema Pythagoras

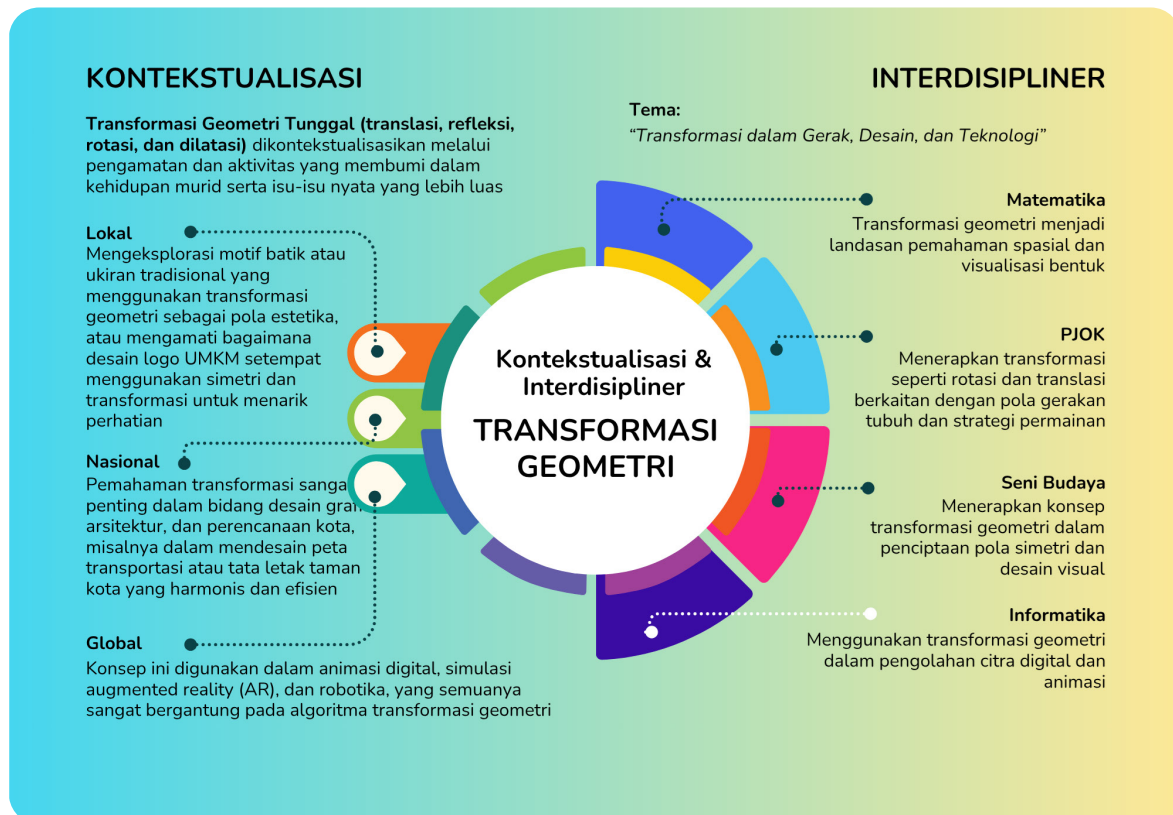
Pada tahap *memahami*, disajikan tayangan video pendek yang menggambarkan situasi nyata, seperti aktivitas seorang teknisi bangunan yang sedang memasang tangga darurat dari balkon lantai dua menuju tanah. Murid mengamati dan mendiskusikan hubungan antara panjang tangga sebagai sisi miring (hipotenusa), tinggi balkon sebagai salah satu sisi tegak, dan jarak antara alas tangga dengan dinding sebagai sisi datar dari segitiga. Visualisasi tersebut membentuk segitiga siku-siku yang menjadi dasar penerapan teorema Pythagoras. Pendidik menjelaskan konsep segitiga siku-siku secara eksplisit dan memperkenalkan rumus teorema Pythagoras, kemudian memfasilitasi proses pembuktian sederhana menggunakan media konkret seperti kertas berpetak, atau melalui animasi interaktif yang memperlihatkan bagaimana luas persegi pada sisi-sisi segitiga membentuk relasi matematis yang mendasari teorema tersebut. Pada tahap *mengaplikasikan*, murid dibagi ke dalam kelompok kecil untuk menyelesaikan permasalahan kontekstual berbasis kehidupan sehari-hari, seperti menghitung panjang kabel listrik yang dibutuhkan untuk menghubungkan lampu taman di puncak tiang dengan stopkontak yang terletak pada titik tertentu dari dasar tiang, yang secara geometri membentuk segitiga siku-siku. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut, murid menggunakan alat bantu konkret seperti penggaris untuk mengukur, kalkulator untuk menghitung, dan sketsa segitiga siku-siku

untuk memvisualisasikan posisi dan ukuran sisi-sisinya. Di sini dapat dikenalkan pemahaman bilangan irasional pada konteks menghitung jarak dua titik dengan menerapkan teorema Pythagoras. Murid juga melakukan estimasi dan validasi hasil dengan membandingkan berbagai metode pengukuran. Tahap *merefleksi* setiap kelompok murid mempresentasikan hasil perhitungan, lalu menuliskan jurnal refleksi pribadi. Jurnal tersebut memuat uraian tentang pemahaman mereka terhadap Teorema Pythagoras.

Asesmen pembelajaran dilaksanakan secara menyeluruh dan berkelanjutan dalam tiga tahap. Pertama, asesmen awal bertujuan untuk mengidentifikasi pemahaman awal murid mengenai bentuk dan sifat segitiga, panjang sisi-sisi segitiga, serta pengalaman murid dalam melakukan aktivitas pengukuran melalui kuis singkat atau lembar refleksi awal yang memuat pertanyaan pemantik seperti, “Apa yang dimaksud dengan segitiga siku-siku?”, “Pernahkah kamu mengukur panjang suatu benda menggunakan penggaris?”, dan “Apakah menurutmu memungkinkan untuk menghitung panjang sisi yang tidak diketahui tanpa harus mengukurnya langsung?”. Kedua, asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan secara formatif selama kegiatan belajar berlangsung dengan memantau keterlibatan aktif murid, mencermati hasil kerja kelompok, mencatat proses diskusi yang terjadi, serta menggunakan lembar kerja berstruktur yang berisi analisis situasi masalah, rumus yang digunakan, dan perhitungan yang dilakukan murid. Ketiga, asesmen akhir yang mengintegrasikan *assessment as learning* dan *assessment of learning* bertujuan untuk mengukur tingkat penguasaan konsep, keterampilan pemecahan masalah, dan kemampuan reflektif murid melalui penyelesaian soal cerita berbasis situasi nyata.

- **Transformasi Geometri Tunggal (Translasi, Refleksi, Rotasi, dan Dilatasi)**

Dalam kegiatan pembelajaran transformasi geometri tunggal, murid diajak untuk memahami konsep translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi melalui pengamatan pola ubin lantai sekolah atau motif batik yang membentuk pola simetri dan pengulangan



Gambar 31. Peta Konsep Transformasi Geometri

Pada tahap *memahami*, pendidik menampilkan gambar motif ubin atau batik serta memberikan tayangan video singkat tentang transformasi bentuk dalam arsitektur dan desain grafis. Murid kemudian mendiskusikan jenis transformasi yang terjadi pada pola tersebut dan mencatat ciri-cirinya secara berkelompok. Pada tahap *mengaplikasi*, murid diberi tugas kontekstual untuk membuat desain penutup meja berbentuk segi empat menggunakan kertas kotak, lalu menerapkan transformasi geometri seperti translasi 3 satuan ke kanan, refleksi terhadap sumbu-Y, rotasi sebesar 90° terhadap titik pusat, dan dilatasi dengan faktor skala 2 terhadap titik asal. Murid mengerjakan di atas kertas milimeter blok atau menggunakan perangkat lunak geometri interaktif. Pada tahap *merefleksi*, murid diminta menjelaskan perbedaan tiap jenis transformasi, menghubungkan manfaat transformasi dalam kehidupan nyata (misalnya dalam teknologi grafis atau seni rupa), dan menuliskan pengalaman belajar mereka di jurnal refleksi. Kegiatan ini membantu murid tidak hanya memahami konsep secara formal, tetapi juga menyadari penerapannya dalam lingkungan sekitar mereka secara bermakna dan menggembirakan.

Asesmen pembelajaran transformasi geometri dimulai dengan asesmen awal berupa kuis berbasis gambar yang meminta murid mengidentifikasi jenis transformasi dari pola-pola geometri dalam kehidupan sehari-hari, seperti bayangan pohon di cermin air, gerakan jarum jam, atau motif kain, guna mengetahui pemahaman awal mereka tentang bentuk-bentuk transformasi. Asesmen proses dilakukan selama kegiatan berlangsung dengan mengamati diskusi kelompok, ketepatan penggunaan istilah saat menjelaskan jenis transformasi, serta keakuratan dalam tugas praktik menggambar transformasi. Pendidik dapat menggunakan rubrik observasi yang mencakup aspek pemahaman konsep, keterampilan menggambar, dan kerja sama tim. Asesmen akhir meliputi asesmen produk desain murid yang menerapkan empat jenis transformasi geometri disertai penjelasan tertulis tentang proses yang digunakan, serta tes tertulis berupa soal-soal kontekstual berkaitan mengidentifikasi dan menentukan hasil transformasi dari gambar atau situasi nyata. Refleksi tertulis dilakukan untuk menilai pemahaman mendalam serta kesadaran belajar mereka terhadap makna dan manfaat materi yang dipelajari.

Analisis Data dan Peluang

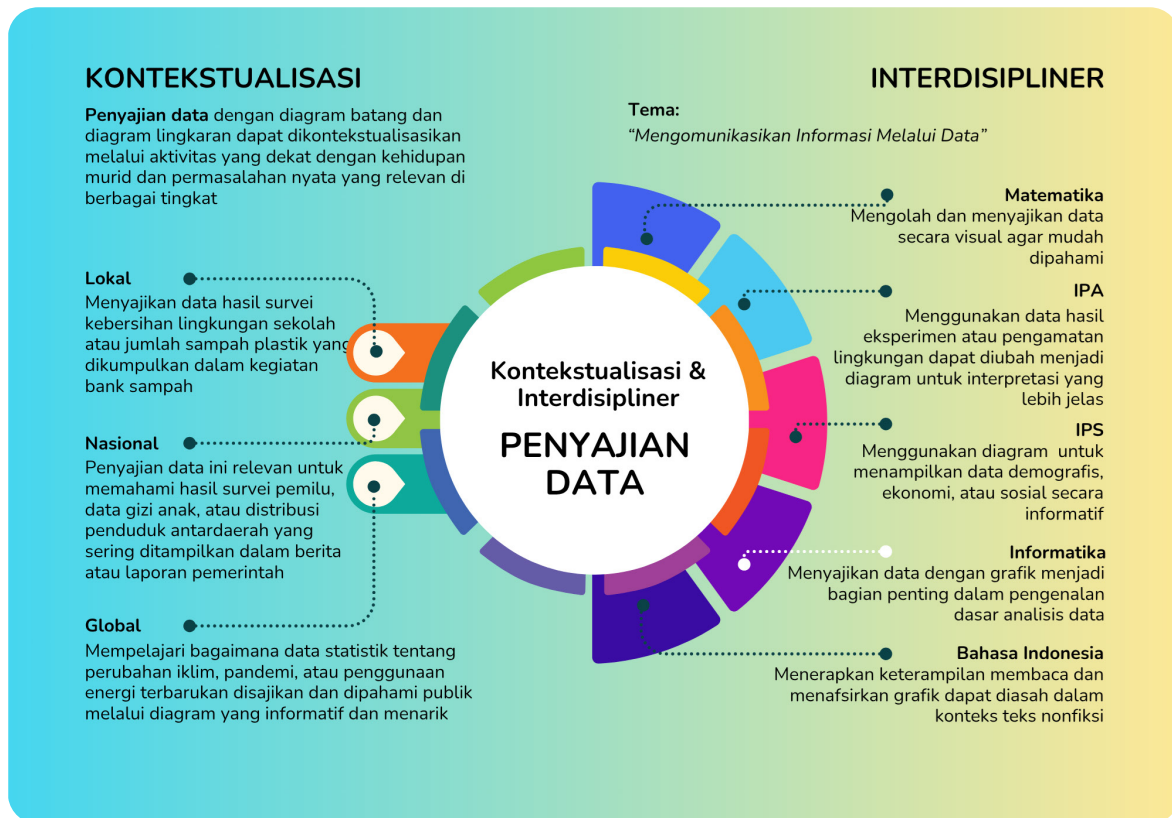
Materi esensial pada analisis data dan peluang meliputi penyajian data dengan diagram batang dan diagram lingkaran, sampel dan populasi, mean, median, modus, dan range dari data, peluang, frekuensi relatif dan frekuensi harapan kejadian percobaan sederhana.

• Penyajian Data dengan Diagram Batang, dan Diagram Lingkaran

Pembelajaran kontekstual dimulai dengan tahapan *memahami* melalui mengamati, membaca, dan pertanyaan pemantik lainnya dari informasi atau data infografis hasil survei konsumsi jajanan sehat di kantin sekolah yang ditampilkan dalam bentuk tabel. Pendidik mengajak murid mendiskusikan jenis data, frekuensi, serta memberi interpretasi sederhana dari data.



Tahapan *mengaplikasi* dilakukan dengan menugaskan murid secara berkelompok untuk melakukan survei sederhana terhadap 20 teman sekelas mengenai jenis kegiatan ekstrakurikuler yang paling diminati. Data dikumpulkan, diolah ke dalam tabel distribusi frekuensi, kemudian disajikan dalam dua bentuk visual, yaitu diagram batang dan diagram lingkaran menggunakan kertas diagram dan jangka, atau aplikasi spreadsheet sederhana.



Gambar 32. Peta Konsep Penyajian Data

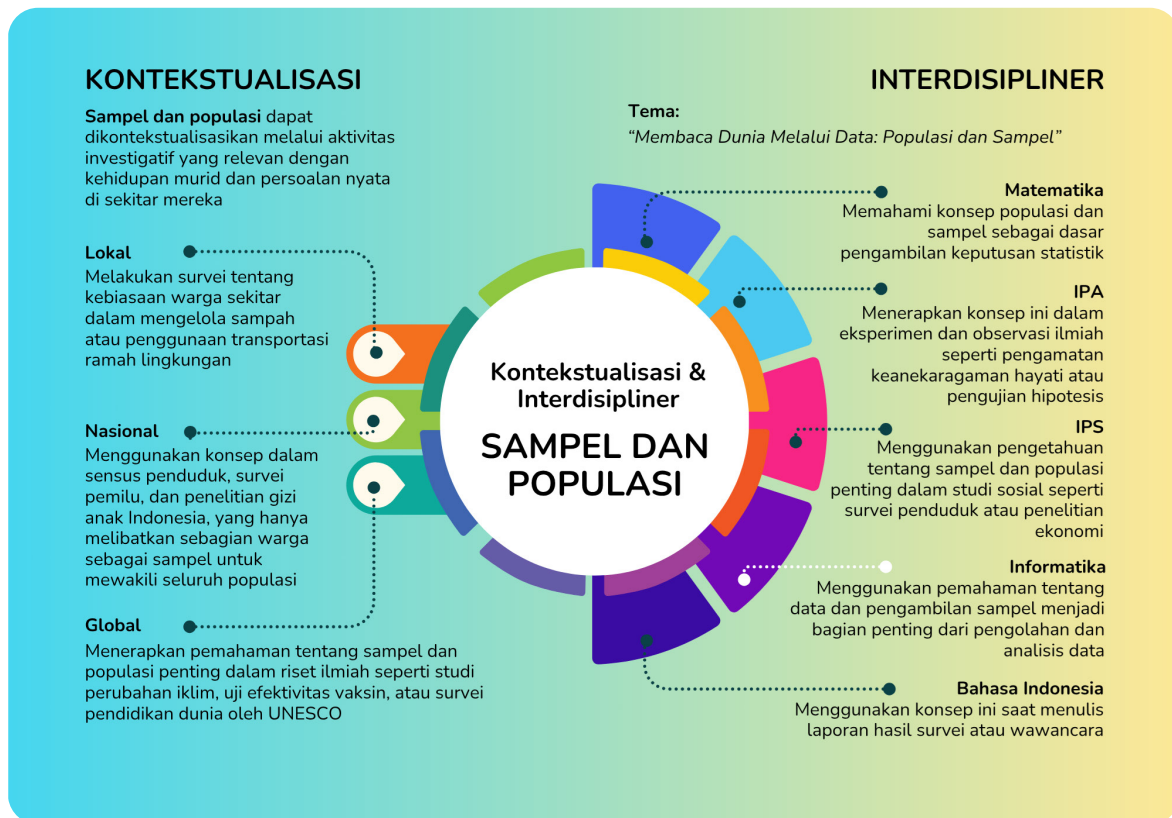
Murid menyampaikan hasilnya dalam bentuk presentasi singkat yang menekankan pada proses pengolahan data dan interpretasinya. Selanjutnya, membandingkan dan menganalisis informasi dari kelompok data dalam bentuk infografis serta mendiskusikannya untuk membuat prediksi, kesimpulan atau mengambil keputusan berdasar jumlah, tren naik-turun, data ekstrem, perbandingan antar kelompok data dan tingkat sebarannya, serta menginterpretasi kecenderungan data akibat perubahan pada nilai-nilai datanya. Tahapan *merefleksi*, dilaksanakan dengan membimbing murid menuliskan pengalaman belajar mereka, manfaat menyajikan data dalam bentuk diagram, serta tantangan yang mereka hadapi saat mengolah dan menyajikan data. Asesmen awal dilakukan melalui pertanyaan pemantik dan diskusi untuk mengetahui sejauh mana murid telah memahami konsep data dan penyajiannya, misalnya: "Pernahkah kalian melihat grafik atau diagram di media sosial atau berita? Apa informasi yang bisa kalian pahami dari grafik tersebut?" Asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan melalui observasi selama kegiatan pengumpulan data, penyajian data, dan presentasi kelompok, dengan memberikan umpan balik terkait kejelasan penyajian, ketepatan diagram, dan kerjasama kelompok. *Assessment as learning* dan *of learning* dilakukan dengan memberikan tugas individu berupa penyajian data hasil survei tentang waktu yang dihabiskan murid untuk belajar, bermain, dan istirahat dalam sehari dalam bentuk diagram batang dan diagram lingkaran, disertai interpretasi dan refleksi tertulis mengenai hasil temuannya, serta pengaruhnya terhadap keseimbangan hidup sehari-hari.

• Penentuan Sampel dan Populasi

Dalam pembelajaran kontekstual mengenai *penentuan sampel dan populasi*, pendidik mengawali kegiatan dengan meminta murid mengamati situasi nyata di lingkungan sekolah, misalnya: "Berapa banyak murid di sekolah yang gemar membaca buku fiksi di perpustakaan?".



Pada tahap *memahami*, murid diajak berdiskusi mengenai definisi *populasi* (seluruh murid di sekolah) dan *sampel* (sekelompok murid dari beberapa kelas yang akan diteliti), termasuk karakteristik sampel yang baik (representatif, acak, dan cukup besar). Pendidik memberikan contoh konkret seperti membandingkan hasil survei kebiasaan membaca dari seluruh murid kelas VII sebagai sampel dari populasi seluruh murid sekolah.



Gambar 33. Peta Konsep Sampel dan Populasi

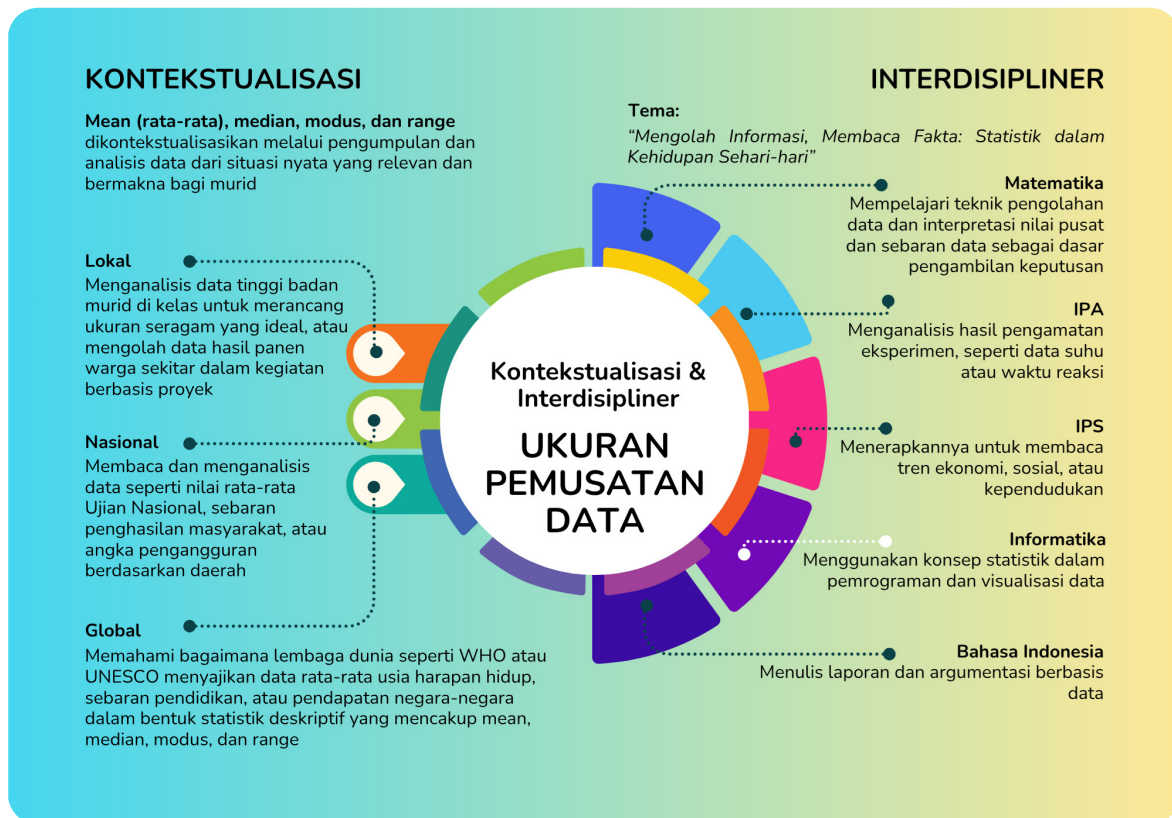
Pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi ke dalam kelompok kecil dan melakukan survei sederhana tentang kebiasaan membaca, jajanan sehat, atau penggunaan gawai terhadap 10–15 teman dari kelas berbeda, lalu mereka menentukan apakah kelompok itu merupakan populasi atau sampel dan menjelaskan alasannya. Data yang diperoleh diklasifikasikan berdasarkan kriteria tertentu (misalnya: jenis buku yang paling sering dibaca atau frekuensi membaca dalam seminggu). Hasilnya dituangkan dalam tabel sederhana. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan kesimpulan dalam jurnal refleksi pribadi mengenai pentingnya pemahaman populasi dan sampel dalam kehidupan sehari-hari, serta menilai apakah sampel yang mereka ambil sudah mencerminkan populasi secara adil. Murid juga menyampaikan secara lisan tantangan yang mereka hadapi saat menentukan sampel dan solusi yang ditemukan, untuk memperkuat pemahaman dan kesadaran kritis terhadap pentingnya pengambilan sampel yang tepat.

Asesmen pembelajaran dimulai dengan asesmen awal, di mana pendidik mengajukan pertanyaan pemantik seperti, "Jika kamu ingin mengetahui berapa banyak murid yang suka bermain gim di rumah, apakah kamu perlu bertanya kepada semua murid di sekolah? Mengapa?" Murid menuliskan pendapat dalam jurnal singkat untuk

memetakan pemahaman awal mereka secara alami. Asesmen proses dilakukan saat murid melakukan pengambilan data dan menentukan sampel, dengan pendidik mengamati keterlibatan mereka dalam diskusi kelompok, ketepatan dalam membedakan sampel dan populasi, serta kemampuan mengaitkan konsep dengan situasi nyata, disertai pemberian umpan balik formatif. *Assessment as learning* dan *of learning* berupa laporan tertulis hasil survei kelompok yang mencakup identifikasi populasi dan sampel, alasan pemilihan sampel, serta penilaian terhadap representasi data, yang dinilai menggunakan rubrik mencakup ketepatan konsep, istilah, argumentasi logis, dan kualitas penyajian data. Murid menyampaikan refleksi lisan atau tertulis mengenai pentingnya materi pembelajaran. Contoh kontekstual ini membantu murid menyadari bahwa konsep populasi dan sampel relevan dalam pengambilan keputusan, seperti memilih makanan sehat, menentukan topik yang disukai teman sekelas, atau menilai tren penggunaan media sosial di kalangan remaja.

- **Penentuan Mean, Median, Modus, dan Range**





Gambar 34. Peta Konsep Ukuran Pemusatan Data

Pembelajaran kontekstual mengenai penentuan nilai mean, median, modus, dan range dilaksanakan melalui pendekatan pembelajaran mendalam yang meliputi tiga tahapan utama, yaitu memahami, mengaplikasi, dan merefleksi, secara terstruktur dan bermakna. Pada tahap *memahami*, pendidik menayangkan infografis hasil survei jumlah langkah kaki harian murid selama satu minggu dalam konteks kampanye "Gerak Aktif Anak Sehat". Murid diminta mengamati data yang ditampilkan dan mendiskusikan nilai tertinggi dan terendah (range), nilai tengah (median), nilai yang paling sering muncul (modus), serta cara menghitung rata-rata (mean). Selanjutnya, pada tahap *mengaplikasi*, murid dibagi ke dalam kelompok kecil untuk mengumpulkan data asli dari sepuluh teman sekelas dengan menggunakan alat penghitung langkah (pedometer atau aplikasi pada gawai). Murid kemudian menghitung nilai mean, median, modus, dan range secara manual, lalu menyajikannya dalam bentuk tabel yang sistematis. Pada tahap *merefleksi*, setiap kelompok mempresentasikan hasil pengolahan datanya dan mendiskusikan makna dari masing-masing ukuran pemusatan dan penyebaran dalam konteks kehidupan sehari-hari, seperti pentingnya menjaga aktivitas fisik secara rutin. Pendidik memandu proses refleksi kritis dengan mengarahkan murid untuk mengenali kemungkinan adanya data ekstrem (*outlier*) serta dampaknya terhadap rata-rata, sekaligus menjelaskan bahwa

pemilihan ukuran pemusatan bergantung pada tujuan analisis data yang dilakukan. Pembelajaran ini tidak hanya memperkuat penguasaan konsep-konsep matematika, tetapi juga melatih keterampilan berpikir kritis murid serta mengaitkan penggunaan matematika dengan gaya hidup sehat.

Asesmen awal dilakukan melalui kuis singkat berbasis gambar yang menyajikan data acak, seperti jumlah buku yang dibaca murid dalam seminggu, guna mengidentifikasi nilai yang sering muncul, nilai tengah, serta nilai ekstrem untuk mengetahui tingkat pemahaman awal murid. Asesmen proses (*assessment for learning*) dilaksanakan selama kegiatan pengumpulan dan pengolahan data, dengan cara murid mengisi lembar kerja yang mencakup data mentah, perhitungan nilai-nilai statistik, serta analisis hasilnya, sementara pendidik mengamati keterlibatan kelompok dan memberikan umpan balik terhadap proses kerja dan komunikasi matematis yang dilakukan. *Assessment as learning* dan *assessment of learning* berupa laporan sederhana yang berisi ringkasan data, penyajian tabel, serta interpretasi nilai mean, median, modus, dan range berdasarkan data langkah kaki yang dikumpulkan, dilengkapi dengan jawaban atas pertanyaan reflektif individu, seperti: “Apa manfaat mengetahui nilai mean dan range dari jumlah langkah kaki harianmu?” dan “Ukuran pemusatan mana yang paling menggambarkan data yang kamu peroleh? Mengapa?”.

- **Penghitungan Peluang (Nilai Peluang, Peluang Empiris, dan Frekuensi Harapan)**

Dalam kegiatan pembelajaran kontekstual ini, murid diajak memahami konsep nilai peluang, peluang empiris, dan frekuensi harapan melalui simulasi permainan “Undian Kelas Ceria”, di mana murid melakukan percobaan mengundi stik berwarna dari kotak secara acak.



Gambar 35. Peta Konsep Peluang

Pada tahap *memahami*, pendidik memulai dengan pertanyaan pemantik, seperti: “Bagaimana peluang untuk mendapatkan stik warna merah jika hanya ada satu dari sepuluh stik?”, kemudian dilanjutkan dengan penjelasan konsep nilai peluang, peluang empiris (berdasarkan hasil percobaan), dan frekuensi harapan (perhitungan teoretis dari pengulangan percobaan). Dalam tahap *mengaplikasi*, murid dibagi dalam kelompok kecil dan melakukan percobaan menarik stik dari dalam kotak berisi 10 stik dengan kombinasi warna berbeda (misalnya 3 merah, 2 biru, 5 hijau) sebanyak 30 kali. Hasil percobaan dicatat dalam tabel frekuensi, kemudian murid menghitung nilai peluang teoretis (peluang setiap warna), peluang empiris (berdasarkan hasil nyata), dan frekuensi harapan (misalnya dari 30 percobaan, berapa kali seharusnya stik merah muncul jika peluangnya $\frac{3}{10}$). Murid diminta membandingkan hasil peluang empiris dengan teoretis dan menyimpulkan faktor-faktor penyebab perbedaan. Pada tahap *merefleksi*, murid menuliskan jurnal singkat tentang bagaimana peluang digunakan dalam kehidupan nyata, seperti dalam pengundian hadiah kelas, permainan undian berhadiah di pasar malam, atau sistem lotre, serta merenungkan pentingnya pemahaman peluang untuk mengambil keputusan yang rasional dan adil.

Asesmen pembelajaran peluang diawali dengan asesmen awal berupa pertanyaan eksploratif untuk mengidentifikasi pemahaman awal murid, seperti: “Apa yang kamu ketahui tentang peluang?”, “Apakah setiap hasil dari suatu peristiwa memiliki kemungkinan yang sama?”, dan “Pernahkah kamu mengalami situasi seperti undian atau permainan keberuntungan?”. Asesmen proses (*assessment for learning*) dilakukan selama aktivitas berlangsung dengan mengamati kerja kelompok, keaktifan murid dalam mencatat data percobaan, ketepatan perhitungan peluang, serta kemampuan menjelaskan hasil. Pendidik menggunakan rubrik penilaian yang mencakup ketepatan data eksperimen, kesahihan perhitungan peluang, kolaborasi dan komunikasi kelompok, serta kemampuan membandingkan peluang empiris dan teoretis. *Assessment as learning* dan *of learning* dilakukan melalui laporan tertulis hasil percobaan murid yang mencakup tabel data, perhitungan nilai peluang, peluang empiris, frekuensi harapan, analisis hasil, serta refleksi pribadi tentang pemanfaatan konsep peluang dalam kehidupan sehari-hari.

5

Fase E (Kelas X SMA/MA/SMK/MAK/ Program Paket C)

Pada bagian ini dijelaskan materi esensi untuk Fase E dari setiap elemen serta subelemen. Setiap bagian subelemen dimulai dengan peta konsep yang menjelaskan tentang cakupan materi, alasan penting materi ini dipelajari, dan kompetensi yang dikembangkan.

• Penerapan sifat-sifat Operasi Bilangan Berpangkat



Gambar 36. Peta Konsep Materi Bilangan Berpangkat

Bilangan berpangkat merupakan bilangan dalam bentuk yang lebih ringkas yang menyatakan bilangan yang sangat besar atau sangat kecil. Dengan memahami sifat-sifatnya, maka murid dapat mengoperasikan bilangan berpangkat dengan tepat. Materi bilangan berpangkat relevan dengan konteks, antara lain sebagai berikut:

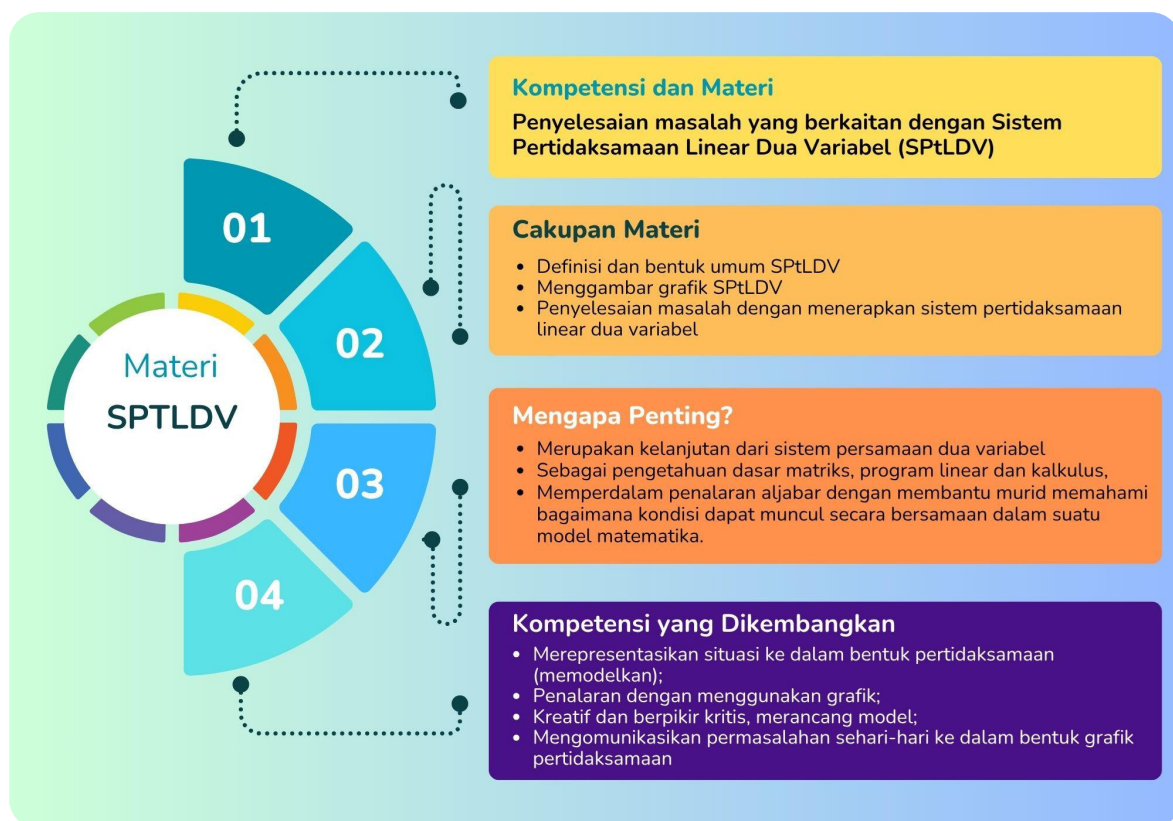
- Mata pelajaran Fisika: notasi ilmiah
- Mata pelajaran Kimia: menghitung pH larutan, ukuran atom
- Astronomi: jarak planet

Sebagai motivasi untuk belajar materi ini, pendidik dapat mengaitkan faktorisasi prima yang sudah dipelajari di fase sebelumnya dan menunjukkan bahwa bilangan perkalian berulang dapat ditulis dengan lebih ringkas dengan menggunakan bilangan pangkat. Murid dapat diberikan konteks pertumbuhan populasi, misalnya pembelajaran sel bakteri (contoh: setiap sel membelah menjadi 2 sel setiap 30 menit), sebagai pemantik. Untuk membangun pemahaman yang bermakna, alih-alih hanya disampaikan sifat-sifat dari bilangan pangkat, murid dapat melakukan

eksplorasi sehingga “menemukan” sifat-sifat tersebut. Dengan demikian, murid lebih memiliki kesadaran hubungan berbagai sifat-sifat tersebut. Untuk memeriksa pemahaman murid dan juga melanjutkan pada tahap aplikasi, murid dapat diberikan kasus-kasus lain yang berbeda dalam banyaknya sel yang dihasilkan dan juga waktu pembelahan. Murid kemudian dapat membandingkan dan menganalisis berbagai kasus tersebut, dan dengan bimbingan pendidik, mereka dapat menggeneralisasi bentuk bilangan pangkat. Sebagai asesmen formatif, murid dapat diminta untuk membuat konteks atau kasus baru untuk diselesaikan oleh teman. Murid yang belum berhasil mendapatkan penguatan melalui tutor sebaya.

Aljabar dan Fungsi

- **Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (SPtLDV)**



Gambar 37. Peta Konsep Materi Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Pada fase sebelumnya (Fase D), murid sudah belajar mengenai sistem persamaan linear dua variabel. Di fase ini, murid memperluas pemahaman mereka melalui materi sistem pertidaksamaan linear dua variabel yang dapat diaplikasikan dalam berbagai keilmuan, misalnya:

- Matematika sosial: optimasi keuntungan
- Sains dan teknik: memodelkan sistem fisik, seperti sirkuit listrik, gaya dalam kesetimbangan, dan laju reaksi kimia
- Bisnis dan ekonomi: analisis biaya pendapatan, optimalisasi laba, dan studi keseimbangan pasar
- Ilmu Komputer: desain algoritma, model pembelajaran mesin, dan analisis data
- Ilmu sosial: studi demografi, alokasi sumber daya, dan perencanaan logistik

Di awal pembelajaran, pendidik dapat melakukan asesmen awal dengan memberikan permasalahan sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan salah satu konteks di atas. Pendidik juga memastikan bahwa murid masih ingat mengenai pertidaksamaan linear satu variabel. Sebagai pembelajaran untuk memahami sistem pertidaksamaan linear dua variabel, pendidik dapat menggunakan pendekatan pembelajaran berbasis masalah dengan memberikan permasalahan kontekstual melanjutkan apa yang sudah diberikan di asesmen awal. Diharapkan dengan pertanyaan-pertanyaan pemantik dan pengarah, murid dapat mengonstruksi pemahaman mereka mengenai SPtLDV berdasarkan apa yang mereka sudah ketahui tentang SPLDV dan pertidaksamaan linear satu variabel. Pendidik kemudian dapat mengarahkan diskusi mengenai perbedaan SPLDV dan SPtLDV, khususnya mengenai hasil solusinya (solusi SPLDV merupakan titik, sedangkan solusi SPtLDV merupakan daerah).

Untuk tahap aplikasi, murid dapat diberikan peran sebagai pemilik UMKM dan perlu mengoptimalkan keuntungan dengan adanya keterbatasan bahan. Pendidik mendampingi murid untuk dapat memodelkan situasi dalam bentuk matematis (pertidaksamaan linear) dan menggunakan grafik sebagai alat untuk menentukan penyelesaiannya.

Sebagai inspirasi, pelaksanaan *assessment as learning*, pendidik menggunakan jurnal refleksi murid. Murid menuliskan deskripsi pemahaman yang mereka dapatkan selama proses pembelajaran. Sebagai contoh, mereka menuliskan bagaimana menentukan daerah penyelesaian, cara menentukan titik pojok dari daerah penyelesaian, serta tantangan apa yang dihadapi dan solusinya.

Catatan

Pada Tes Kompetensi Akademik (TKA), murid akan diuji kompetensi dalam sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) yang merupakan pendalaman materi sistem persamaan dua variabel (SPLDV), dan program linear yang merupakan perluasan dan penerapan materi dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel (SPtLDV) dalam konteks optimasi. Pendidik perlu memastikan murid memiliki dua kompetensi tersebut.

• **Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Persamaan dan Fungsi Kuadrat**



Gambar 38. Peta Konsep Materi Persamaan dan Fungsi Kuadrat

Persamaan dan fungsi kuadrat relevan pada bidang teknik sipil dan arsitektur (desain struktur, optimasi ruang), pada bidang fisika (gerak parabola, energi kinetik dan potensial), pada kehidupan sehari-hari (memodelkan pertumbuhan investasi, memprediksi pertumbuhan populasi dalam ekosistem tertentu).

Materi ini dapat dimulai dengan meminta murid membandingkan kesamaan dan perbedaan antara persamaan dan fungsi linear dengan persamaan dan fungsi kuadrat berdasarkan bentuk simbolik dan grafiknya. Tujuannya adalah agar murid memerhatikan karakteristik dari persamaan dan fungsi kuadrat, dan bukan hanya sekedar menghafal saja. Murid dapat diminta memikirkan konteks dalam kehidupan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan fungsi kuadrat, yaitu situasi ketika satu variabel (dependen) bertambah nilainya, awalnya variabel yang lainnya (independen) juga bertambah nilainya, namun kemudian satu saat tertentu nilainya akan berkurang. Atau sebaliknya, nilainya berkurang dan kemudian bertambah. Dengan demikian murid dapat menjelaskan mengapa bentuk grafik dari persamaan dan fungsi kuadrat adalah bentuk parabola.

Penting juga bagi murid untuk mengetahui berbagai bentuk persamaan kuadrat: bentuk umum $y = Ax^2 + Bx + C$, bentuk akar $y = a(x - p)(x - q)$, dan bentuk titik puncak $y = a(x - h)^2 + k$. Mereka dapat membandingkan ketiga bentuk ini dan melihat hubungan antara berbagai bentuk tersebut, menentukan apa kelebihan (dan kekurangan) dari masing-masing bentuk, serta dapat menentukan kapan menggunakan bentuk tertentu sesuai dengan situasi atau konteksnya.

Murid dapat melakukan eksplorasi menggunakan alat peraga atau geogebra untuk memodelkan dan menunjukkan hubungan antara akar persamaan dan titik potong terhadap sumbu- x dan sumbu- y pada grafik fungsi kuadrat, serta maknanya dalam konteks permasalahan. Selain itu, mereka juga memerhatikan kasus-kasus terdapatnya dua solusi real (akar), satu solusi real (akar ganda), dan tidak ada solusi real dan hubungannya dengan bentuk grafik dan nilai diskriminannya.

Sebagai aplikasinya, murid diharapkan dapat memodelkan permasalahan atau situasi kontekstual dengan persamaan atau fungsi kuadrat, serta menyelesaikannya. Mereka kemudian menginterpretasi makna dari solusi tersebut sesuai dengan konteksnya. Sebagai contoh, murid dapat melakukan percobaan roket air dan merekam video untuk menentukan jarak dan ketinggian dari lintasan roket. Mereka kemudian memodelkan dengan persamaan kuadrat dan menginterpretasi titik potong dengan sumbu- y sebagai ketinggian awal roket (pada saat waktu 0); titik potong dengan sumbu- x hanya satu karena waktu t negatif tidak masuk akal dalam konteks ini, dan titik potong dengan sumbu- x menunjukkan waktu pada saat roket mendarat (ketinggian nol). Titik puncak menunjukkan ketinggian maksimum yang dicapai oleh roket.

- **Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Persamaan dan Fungsi Eksponensial**



Gambar 39. Peta Konsep Materi Persamaan dan Fungsi Eksponensial

Persamaan dan fungsi eksponen relevan pada konteks seperti pemodelan pertumbuhan populasi, dan peluruhan radioaktif, bidang biologi seperti pertumbuhan sel, bidang kimia dalam memodelkan laju reaksi kimia dan konsentrasi reaktan, dalam kehidupan sehari-hari seperti penyebaran penyakit, pertumbuhan tanaman.

Materi ini dapat dimulai dengan memberikan pertanyaan pemantik seperti

- “Bagaimana bunga bank membuat uangmu bertambah seiring bertambahnya waktu?” atau
- “Ketika video viral menyebar, bagaimana jumlahnya bertambah dengan cepat?”

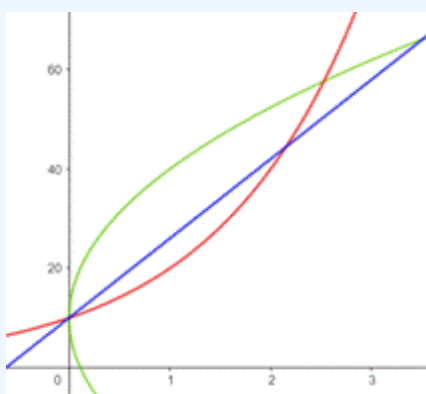
Jawaban yang diharapkan dari murid diantaranya mereka mengaitkan dengan perkalian berulang (bilangan berpangkat) yang menjadi dasar dari fungsi eksponen. Murid diharapkan menyadari bahwa fungsi eksponensial digunakan untuk memodelkan fenomena alam dan sosial yang bertumbuh dengan cepat, sehingga memberikan kebermaknaan ketika mempelajari materi ini.

Murid dapat diajak melakukan eksplorasi berbagai konteks yang dapat dimodelkan

dengan menggunakan fungsi eksponensial, misalnya, pertumbuhan bakteri atau virus, peluruhan radioaktif, penurunan konsentrasi obat dalam darah, dan sebagainya. Berikut ini salah satu contoh eksplorasi yang dapat dilakukan.

Sebuah kultur bakteri diawali dengan 10 bakteri, dan bakteri membelah diri menjadi dua bakteri baru setiap 30 menit.

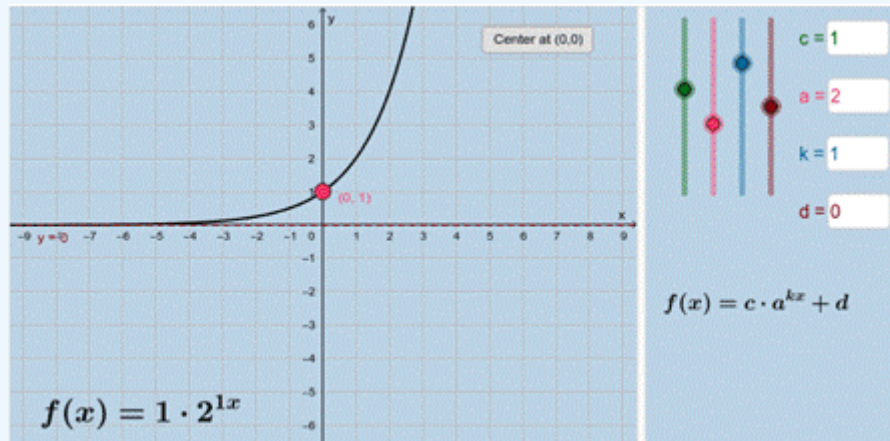
1. Berapa banyak bakteri setelah 30 menit? 2 jam? 3 jam?
2. Manakah dari grafik fungsi berikut ini yang merepresentasikan peningkatan jumlah bakteri? Mengapa demikian?



3. Jelaskan pola perubahan yang terjadi berdasarkan grafik.

Untuk dapat memodelkan fenomena menggunakan fungsi eksponensial, murid harus memahami bagaimana pengaruh perubahan variabel dan parameter pada persamaan eksponensial terhadap hasilnya. Ini dapat dilakukan dengan melakukan eksplorasi grafik fungsi eksponensial menggunakan bantuan aplikasi geogebra, desmos, kalkulator saintifik atau aplikasi grafik lainnya, sebagaimana ditunjukkan oleh contoh berikut.

Misalnya grafik berikut menyajikan fungsi eksponensial $f(x) = c \cdot a^{kx} + d$.
Lakukan eksplorasi grafik $f(x)$, lalu jawablah pertanyaan berikut.



sumber: <https://www.geogebra.org/m/pbs3yn4e>

1. Bagaimana pengaruh a terhadap grafik fungsi eksponensial? Jelaskan.
Apa yang terjadi jika $a > 1$ dan $k > 0$? Jika $a < 1$ dan $k > 0$?
2. Bagaimana pengaruh k terhadap grafik? Jelaskan.
3. Bagaimana pengaruh d terhadap grafik? Jelaskan.
4. Misalnya $a < 1$. Apakah mungkin mendapatkan grafik fungsi eksponensial sebagaimana jika $a > 1$ dan $k > 0$? Jelaskan.

Permasalahan pada contoh di atas bisa digunakan untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis. Pertanyaan (1) sampai dengan pertanyaan (3) mendorong murid untuk melihat hubungan sebab akibat, dalam hal ini adalah bagaimana nilai koefisien dan konstanta pada fungsi eksponen berpengaruh terhadap bentuk grafik. Untuk mengetahui hubungan sebab akibat, murid perlu mencermati pola yang dihasilkan dengan mengubah nilai koefisien dan konstanta untuk kemudian dapat dilakukan generalisasi berdasarkan perubahan bentuk grafik seiring dengan perubahan nilai koefisien dan konstanta. Pertanyaan (4) juga mengajak murid untuk melakukan generalisasi kasus secara lebih luas lagi, yaitu untuk nilai $a < 1$. Untuk menjawab ini, murid bisa juga melakukan uji coba kembali seperti halnya yang diperlukan pada pertanyaan-pertanyaan sebelumnya.

• Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-siku dan Aplikasinya



Gambar 40. Peta Konsep Materi Perbandingan Trigonometri

Materi perbandingan trigonometri relevan pada bidang arsitektur dan konstruksi seperti menghitung tinggi bangunan atau struktur lainnya tanpa mengukur secara langsung, merancang atap, tangga, atau jembatan. Bidang astronomi seperti menghitung jarak benda langit, bidang seni seperti desain produk perbandingan trigonometri membantu menentukan sudut dan proporsi dengan tepat, bidang fotografi seperti pengaturan jarak, sudut dan tinggi kamera untuk mendapatkan hasil foto objek terbaik.

Materi ini dapat dimulai dengan mengajak murid untuk memikirkan situasi dunia nyata seperti bagaimana seseorang dapat mengukur tinggi bangunan tanpa memanjat, atau bagaimana seseorang mengukur tinggi tiang bendera tanpa merebahkan tiang bendera. Situasi pemantik ini dapat dilakukan untuk masuk ke pengantar materi perbandingan trigonometri.

Pada Fase E murid pertama kali mengenal trigonometri yang menghubungkan sudut dan sisi pada segitiga siku-siku. Ide yang perlu ditekankan adalah sudut pada segitiga dapat dinyatakan sebagai perbandingan (rasio) antara dua sisinya. Perlu juga dikenalkan satuan sudut radian serta penggunaannya yang lebih sederhana. Seringkali murid diajarkan secara prosedural dengan menyampaikan jembatan keledai untuk membantu mereka mengingat perbandingan trigonometri, misalnya “sin – demi (depan/miring), cos – sami (samping/miring), tan – desa (depan/samping)” atau bahkan cara menggunakan kalkulator untuk mencari nilai-nilai perbandingan trigonometri. Sebaiknya murid melakukan eksplorasi terhadap segitiga sebangun dengan berbagai orientasi untuk melihat hubungan tersebut. Ide kesebangunan segitiga sudah mereka pelajari pada Fase D sehingga pendidik dapat membimbing murid untuk mengonstruksi konsep trigonometri. Murid mengamati besar sudut dan panjang sisi dari beberapa segitiga yang sebangun, dan memahami bahwa perbandingan panjang sisinya akan sama apabila besaran sudut segitiganya sama besar, meskipun ukuran segitiga siku-sikunya berbeda-beda.

Memasuki tahap aplikasi, murid dapat diberikan berbagai permasalahan trigonometri kontekstual dan eksploratif. Sebagai contoh, mereka dapat membuat klinometer kemudian mempraktikkannya untuk memperkirakan tinggi pohon, tiang bendera, gedung, dan sebagainya.



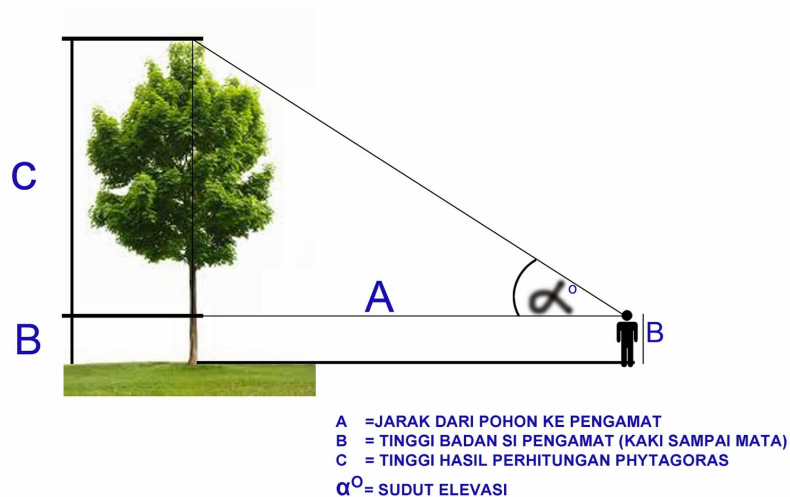
Gambar 41. Klinometer yaitu alat untuk mengukur sudut elevasi
(Ahmad Sultoni/Jurnal Prosiding Seminar Nasional Matematika)



Gambar 42. Murid sedang beraktivitas menggunakan klinometer (*Kompasiana/Inayah, S.Pd.*)

Berikut kegiatan yang bisa dilakukan untuk pembelajaran trigonometri menggunakan klinometer sebagai implementasi pembelajaran mendalam:

1. Murid diajak untuk berkegiatan di luar kelas, misalnya memperkirakan tinggi tiang bendera, pohon, ataupun benda tinggi lainnya dengan menggunakan klinometer;
2. Murid diminta membuat gambar situasi yang menunjukkan posisi dan hasil pengukuran menggunakan klinometer yang mereka lakukan. Misalnya seperti gambar berikut.



$$\text{TINGGI POHON} = C + B$$

$$C = \tan(\alpha^0) \times A$$

Gambar 43. Contoh gambar situasi praktik klinometer (*Ibiolife*)

Untuk membuat gambar situasi tersebut, murid perlu menerjemahkan situasi

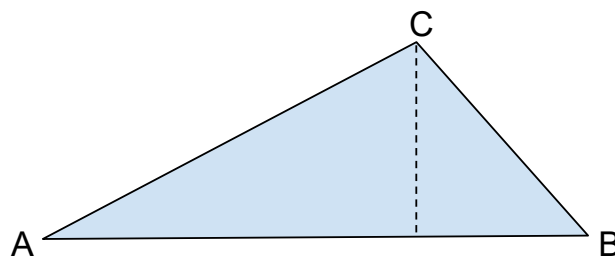
dunia nyata ke dalam model matematika berupa diagram. Hal ini merupakan tahap kedua pada pemecahan masalah, yaitu 'membuat rencana penyelesaian'. Salah satu bagian paling penting dalam tahap ini adalah dalam menentukan bahwa tinggi benda (misal pohon) di atas mata adalah merupakan perkalian antara nilai tangen sudut elevasi dengan jarak antara murid dan benda yang diukur.

3. Tahap selanjutnya adalah murid menggunakan pengetahuan mereka tentang perbandingan trigonometri (dalam hal ini adalah nilai tangen) untuk menentukan tinggi benda yang diukur.

Pada aktivitas di atas tergambar aktivitas murid yang berkesadaran, bermakna dan menggembirakan dengan mengalami proses memahami dan mengaplikasi. Pendidik juga dapat sekaligus melakukan asesmen formatif melalui observasi dengan rubrik penilaian yang telah ditentukan pendidik. Laporan hasil aktivitas menggunakan klinometer dapat digunakan menjadi asesmen sumatif pada materi perbandingan trigonometri.

Catatan Penting

Pada fase ini, perbandingan trigonometri masih merupakan pengenalan dasar yang dibatasi pada segitiga siku-siku. Namun, tidak berarti dalam permasalahan yang diberikan tidak diperbolehkan melibatkan segitiga yang bukan siku-siku. Sebagai contoh, murid dapat diberikan sebuah segitiga sembarang yang kemudian dapat dibagi menjadi segitiga siku-siku seperti gambar di bawah ini. Murid kemudian dapat diminta untuk menentukan panjang atau sudut pada kedua segitiga siku-siku tersebut menggunakan perbandingan trigonometri.



- Himpunan data berdasarkan distribusi data (Dot plot dan Box plot)



Gambar 44. Peta Konsep Materi Himpunan Data

Materi ini relevan dengan konteks bisnis seperti analisis tren penjualan produk, bidang pendidikan seperti membandingkan nilai suatu ujian dari beberapa kelas, untuk melihat performa kelas, dan lain sebagainya.

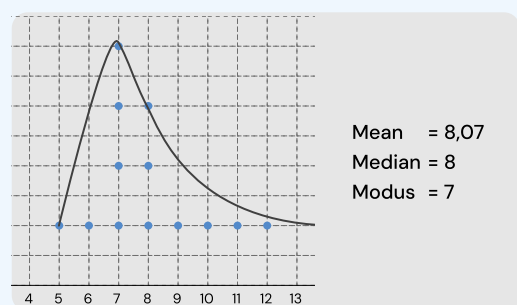
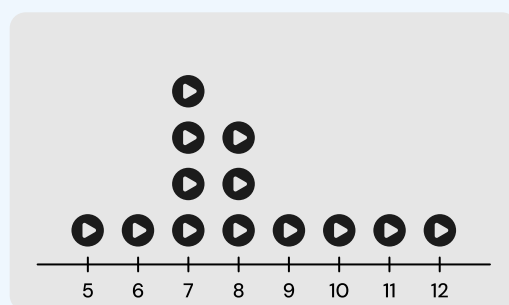
Dot plot merupakan teknik visualisasi statistik yang memanfaatkan titik-titik pada sumbu horizontal untuk menggambarkan nilai-nilai data. Setiap titik mewakili satu observasi atau data, dan jika terdapat nilai yang sama, titik-titik tersebut dapat ditumpuk atau tersebar untuk menghindari tumpang tindih yang berlebihan. Dot plot memiliki kesamaan dengan diagram batang karena semakin tinggi batang pada grafik batang dalam dot plot berarti titik, maka nilai tersebut merupakan modus dari data tersebut. Fungsi utama dot plot adalah menyajikan distribusi data dengan cara yang sederhana, serta membantu mengidentifikasi pola atau nilai pencilon. Jenis grafik ini dianggap intuitif dan mudah dipahami.

Dalam *dot plot*, titik-titik pada sumbu horizontal merepresentasikan nilai-nilai data, memungkinkan visualisasi distribusi data secara sederhana dan intuitif. Kemampuannya untuk menunjukkan pola, outlier, dan perbandingan antara kelompok data membuatnya efektif dalam analisis statistik. Ini yang menjadikan kelebihan diagram dot plot karena dengan melihat dot plotnya kita dapat langsung melihat modus, median dan kemencengannya. Namun, untuk data yang besar, dot plot mungkin menjadi tidak praktis karena tumpang tindihnya titik-titik yang dapat mengurangi keterbacaan dan informativitasnya. Selain itu, dot plot tidak selalu cocok untuk data kategorikal yang kompleks. Meskipun demikian, sebagai alat visualisasi yang sederhana dan mudah dipahami, dot plot tetap menjadi pilihan yang berguna dalam menyajikan informasi data statistik. Untuk membuat diagram dot plot harus memenuhi dua syarat yaitu datanya kecil dan diskrit. Contoh gambar diagram dot plot dan interpretasinya sebagai berikut.

Tabel di bawah ini menunjukkan banyaknya usia anak di sekitar perumahan Lestari.

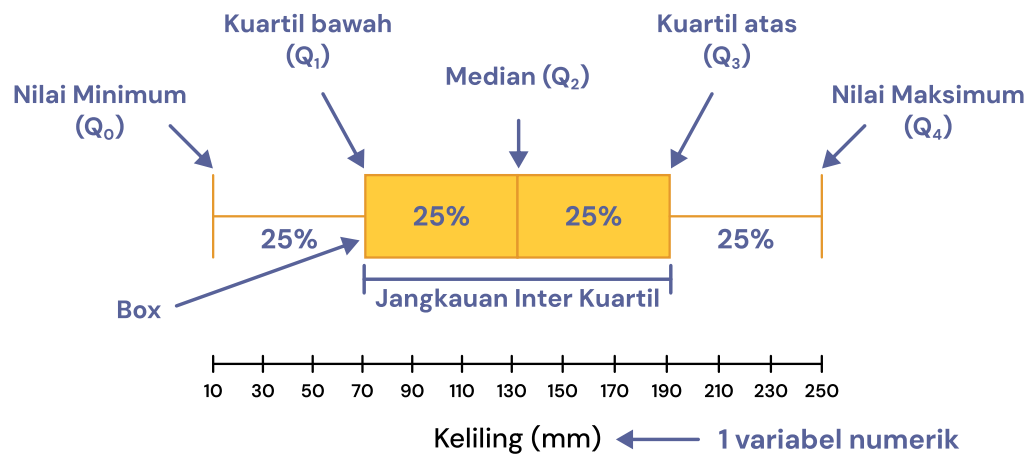
Usia	5	6	7	8	9	10	11	12
Frekuensi	1	1	4	3	1	1	1	1

Diagram dot plot



Interpretasi: Diagram dot plot di atas miring ke kanan ini berarti bahwa modus < Median < Mean

Boxplot dikenal sebagai diagram kotak dan garis, adalah metode visualisasi statistik yang memperlihatkan sebaran data numerik melalui representasi diagram yang terdiri dari kotak dan garis-garis "whisker". Kotak pada boxplot mencakup kuartil pertama (Q1) hingga kuartil ketiga (Q3), dengan garis di tengahnya menunjukkan median. Garis "whisker" menandai rentang dari kuartil bawah hingga atas, sering ditambah dengan titik atau garis tambahan untuk menandai nilai-nilai ekstrim.

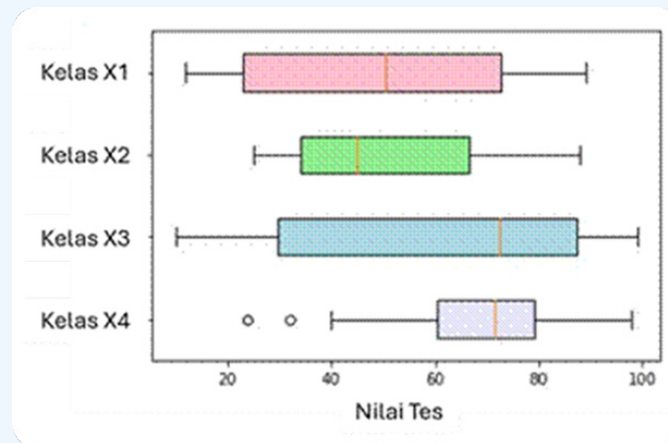


Tampilan di atas memberikan gambaran visual yang jelas tentang sebaran data, termasuk pusat distribusi (median dan kuartil), rentang data (*whisker*), dan nilai-nilai ekstrim yang mungkin perlu diperhatikan. Dengan demikian, *boxplot* membantu dalam pemahaman tentang distribusi data, pola-pola, dan deteksi pencilan dalam sebuah himpunan data, termasuk secara visual membandingkan dua atau lebih kelompok data.

Banyak kegiatan pembelajaran terkait boxplot adalah berupa pembuatan boxplot ataupun sebatas membaca atau menarik informasi (*retrieve information*) dari boxplot (misalnya: “berapa Q1 dan Q3 dari data yang ditampilkan boxplot di atas?”). Kegiatan semacam itu cenderung menekankan pada aspek pemahaman (misalnya: pemahaman bahwa Q1 dan Q3 ditunjukkan oleh sisi ‘box’) ataupun aspek penerapan (misalnya: menerapkan prosedur untuk menggambar boxplot).

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis dan pemecahan masalah matematis, kegiatan pembelajaran terkait boxplot sebaiknya ditekankan pada interpretasi lanjutan boxplot. Sebagai contoh adalah kegiatan berikut:

Hasil ulangan tes matematika kelas X SMA Cendekia disajikan dalam bentuk boxplot seperti disajikan pada gambar berikut.



Berdasarkan boxplot di atas:

1. Deskripsikan hasil ulangan keempat kelas tersebut.
2. Menurutmu mana kelas yang paling baik? Jelaskan alasanmu.

Kegiatan pembelajaran di atas sangat berkaitan dengan kemampuan pemecahan masalah, khususnya terkait kemampuan menafsirkan. Untuk menjawab pertanyaan (2) tidak cukup dengan membaca (*retrieve information*) boxplot, tetapi murid perlu menafsirkan apa makna boxplot beserta konsekuensinya. Misalnya bagaimana hubungan jangkauan interkuartil (yang direpresentasikan oleh panjang box) dengan kualitas kelas. Selain itu, kemampuan penalaran matematis murid juga bisa berkembang ketika mereka diminta memberikan justifikasi atau argumen terkait kelas yang paling baik. Untuk memperkuat kemampuan tersebut, pendidik bisa mengajukan pertanyaan yang:

- bersifat klarifikatif, seperti "*kenapa kamu bilang Kelas X4 yang paling baik?*"
- menanyakan implikasi, seperti: "*seandainya ada murid Kelas X2 yang mendapatkan nilai tertinggi 100 pada ulangan susulan, apakah Kelas X2 bisa menjadi yang terbaik?*"

- **Penggunaan Diagram pencar pada data numerik**



Gambar 45. Peta Konsep Materi Diagram Pencar

Materi diagram pencar pada data numerik relevan dengan konteks yang sangat luas untuk memerhatikan hubungan atau korelasi antara dua variabel, seperti dalam bidang kesehatan, ekonomi, pendidikan, dan lain sebagainya.

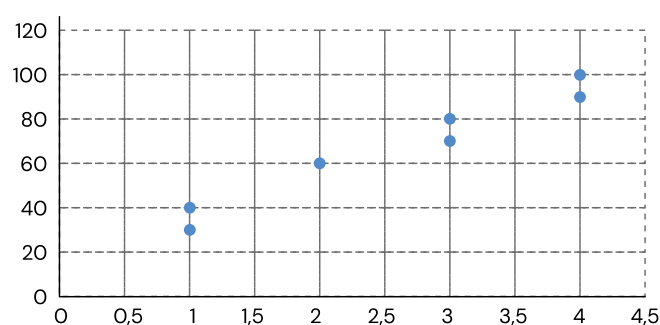
Pembelajaran dapat dilakukan dengan aktivitas murid menggunakan diagram pencar untuk menyelidiki hubungan antara dua variabel numerik. Pada diagram pencar, setiap titik dalam grafik mewakili satu pengamatan atau titik data, dengan sumbu x dan sumbu y menunjukkan dua variabel yang sedang diamati. Murid dapat memerhatikan dan mengidentifikasi pola, tren, atau hubungan untuk menentukan apakah terdapat korelasi antara dua variabel tersebut. Ini merupakan alat yang sangat berguna dalam analisis data eksploratif dan statistik deskriptif.

Sebagai contoh, misalnya kita memiliki satu variabel yang mewakili jumlah jam belajar dan variabel lain yang mewakili nilai ujian, diagram pencar akan menunjukkan apakah ada hubungan (tidak berarti selalu hubungan sebab-akibat) antara jumlah jam belajar dan nilai ujian. Jika titik-titik cenderung bergerak ke atas dan ke kanan, itu menunjukkan bahwa semakin banyak jam belajar, semakin tinggi nilai ujian, yang

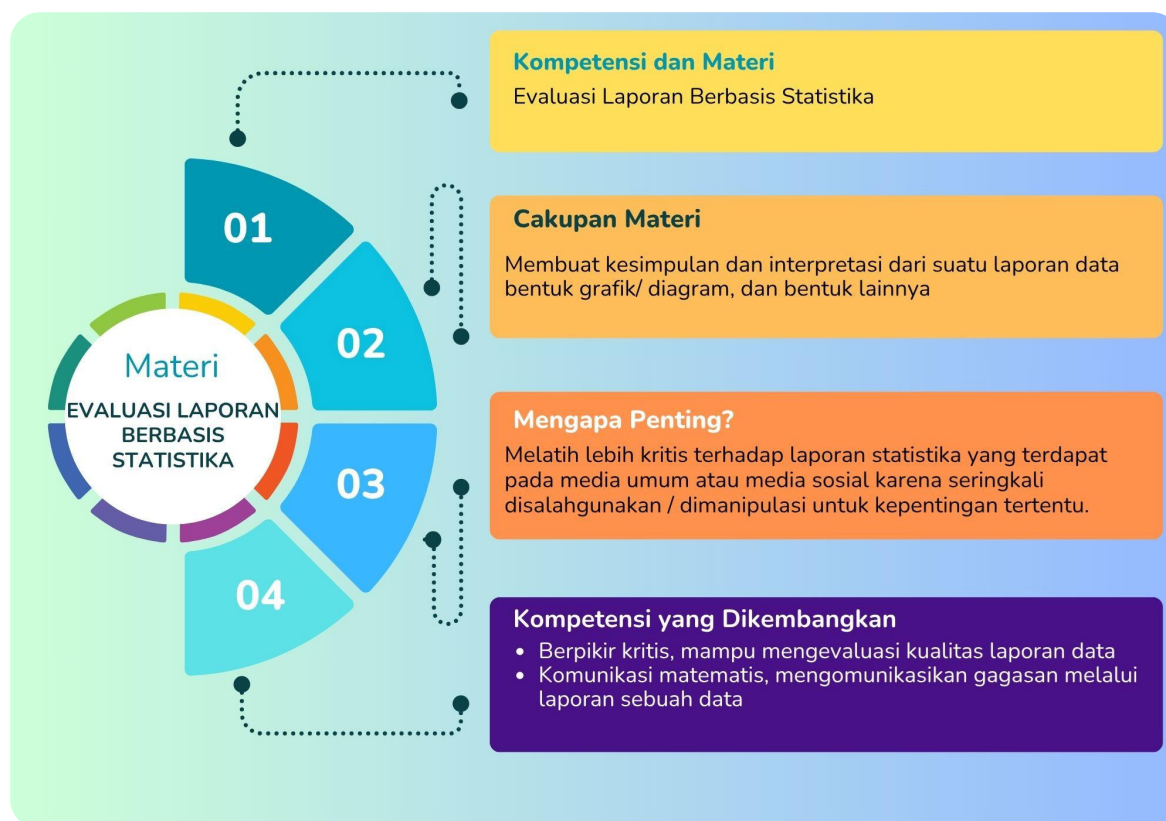
menunjukkan adanya korelasi positif antara kedua variabel tersebut. Sebaliknya, jika titik-titik tersebar secara acak, tanpa pola yang jelas, itu menunjukkan bahwa tidak ada korelasi yang signifikan antara kedua variabel tersebut.

Tabel berikut menunjukkan lamanya waktu belajar dalam jam dengan nilai ujian.

x (jam)	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4
y	30	40	60	60	60	70	70	80	90	100



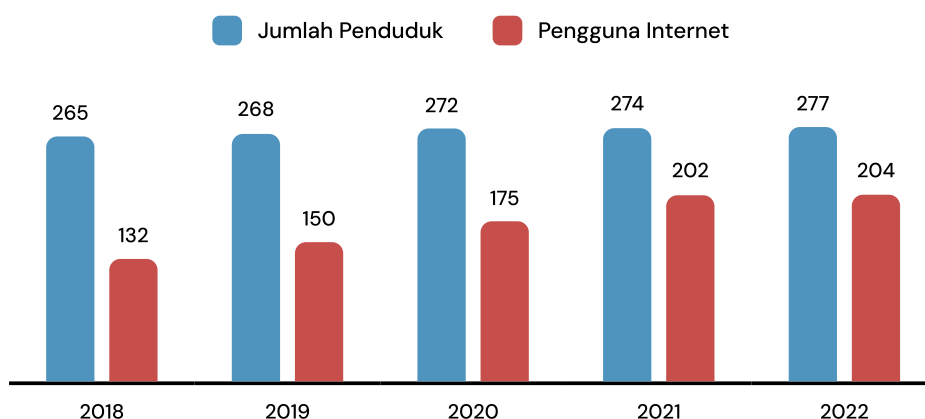
• Evaluasi Laporan Berbasis Statistika



Gambar 46. Peta Konsep Materi Evaluasi Laporan Berbasis Statistika

Murid diharapkan lebih kritis terhadap laporan statistika yang terdapat pada media umum atau media sosial karena seringkali disalahgunakan untuk kepentingan tertentu. Penyalahgunaan statistika dapat dilakukan terhadap sampel data yang digunakan atau memanipulasi tampilan data untuk mengarahkan interpretasi tertentu dari data, oleh karena itu materi ini penting dipelajari oleh murid. Sebagai contoh diberikan laporan statistika tentang pertumbuhan pengguna internet di Indonesia pada tahun 2018 sampai tahun 2022 sebagai berikut.

Pertumbuhan Pengguna Internet di Indonesia dalam 5 Tahun Terakhir



Sumber: <https://andi.link/hootsuite-we-are-social-data-digital-indonesia-2024/>

Di sini pendidik dapat mengeksplorasi berbagai pertanyaan berbasis data tersebut di atas. Pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat berupa pertanyaan terbuka misalnya: (1) Apa yang dapat kalian simpulkan ketika melihat data di atas? (2) Apa yang dapat kalian lakukan agar penggunaan internet dapat berdampak positif pada kehidupan kalian? dan seterusnya.

Matriks dapat digunakan untuk merepresentasikan (menyajikan) data dalam bentuk untuk mempermudah pengolahan, khususnya dengan komputer. Sebagai contoh, misalnya Asri dipercayakan untuk mengelola tiga toko kue dan setiap toko menjual kue basah dan kue kering. Baris merepresentasikan toko kue, kemudian kolom merepresentasikan kue basah (pertama) dan kue kering (kedua) yang terjual selama sepekan. Berikut ini tampilan penjualan dari toko-toko tersebut.

$$K = \begin{bmatrix} 144 & 192 \\ 115 & 127 \\ 27 & 34 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks tersebut, maka pendidik dapat mengajukan pertanyaan berikut:

1. Apa yang dinyatakan oleh 127?
 - 127 merepresentasikan jumlah kue basah yang terjual pada lokasi toko kedua.
2. Berapa banyak keseluruhan kue basah yang dijual Asri?
 - Jumlah total kue basah yang dijual adalah $192+127+34 = 353$
3. Berapa banyak kue kering yang dijual di toko lokasi pertama?
 - Toko pada lokasi pertama terjual 144 kue kering
4. Lokasi mana yang kurang baik hasil penjualannya?
 - Toko pada lokasi ketiga kurang baik hasil penjualannya dibandingkan dua lokasi lainnya.

6

Fase F (Kelas XI dan XII SMA/MA/SMK/Program Paket C)

Pada bagian ini dijelaskan materi esensi untuk Fase F dari setiap elemen serta subelemen. Setiap bagian subelemen dimulai dengan peta konsep yang menjelaskan tentang cakupan materi, alasan penting materi ini dipelajari, dan kompetensi yang dikembangkan.

Bilangan

• Pemahaman Konsep Barisan dan Deret (Aritmetika dan Geometri)



Gambar 47. Peta Konsep Materi Barisan dan Deret

Materi barisan dan deret aritmetika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk sebelumnya ada di fase E. Karena konsep dan aplikasinya lebih luas sehingga materi ini diperdalam dan disatukan di fase F termasuk pada masalah pemodelan pinjaman, investasi dan periode pembayaran, serta parameter lainnya agar pembelajaran lebih terpadu dan utuh. Materi ini relevan pada bidang ekonomi seperti pada konteks keuangan dan investasi, biologi seperti pada konteks pertumbuhan populasi, bidang teknologi informasi seperti perhitungan *bandwidth*, pengguna internet dan lain lain.

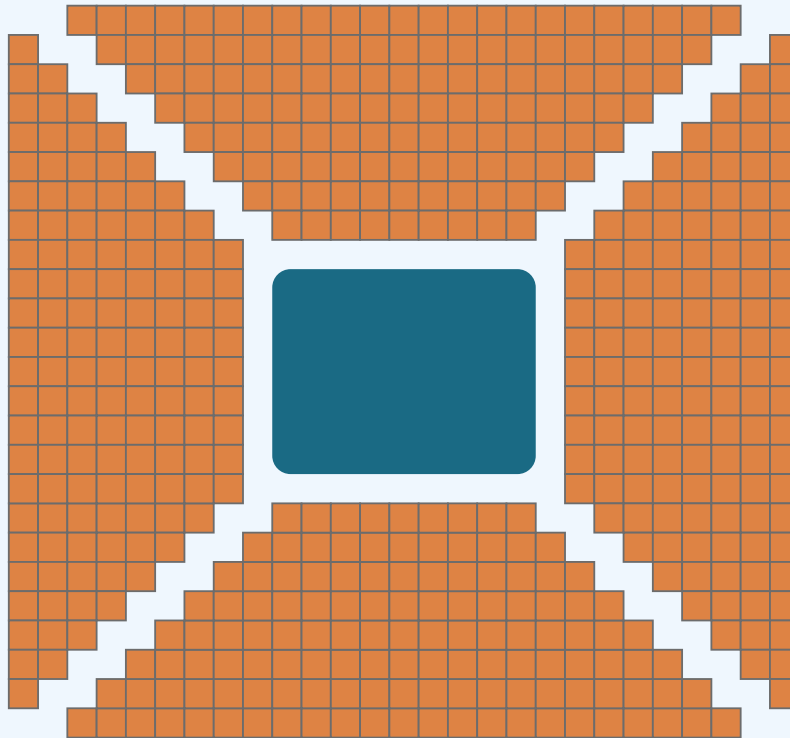
Catatan

Bagi murid yang sudah pernah mendapatkan materi barisan dan deret aritmetika dan geometri di fase E, pendidik dapat langsung melanjutkan pada materi penerapan dan pemodelan dalam aplikasi di berbagai bidang, khususnya bidang finansial.

Pada pembelajaran murid tidak hanya menghafal rumus barisan dan deret aritmetika dan geometri, namun membangun pemahaman dari konteks sehingga mereka dapat membedakan antara barisan dengan deret, maupun membedakan antara barisan/deret aritmetika dan geometri. Mereka dapat melihat hubungan antara barisan aritmetika dengan fungsi linear dengan melihat bahwa keduanya memiliki perubahan yang konstan, yaitu selisih antara dua nilai yang berurutan selalu sama besarnya. Perbedaannya adalah barisan aritmetika bersifat diskrit, sedangkan fungsi bersifat kontinu. Demikian pula dengan hubungan barisan geometri dengan fungsi eksponen. murid dapat melihat bahwa keduanya memiliki perubahan rasio yang konstan, sedangkan perbedaannya, yang satu diskrit dan yang satu kontinu.

Topik barisan dan deret bukan sebatas pemahaman konsep, tetapi justru perlu penguatan kemampuan penalaran matematis. Hal tersebut bisa dilakukan melalui kegiatan mengidentifikasi pola suatu barisan yang ditampilkan dalam bentuk permasalahan kontekstual atau penerapan. Sebagai contoh adalah:

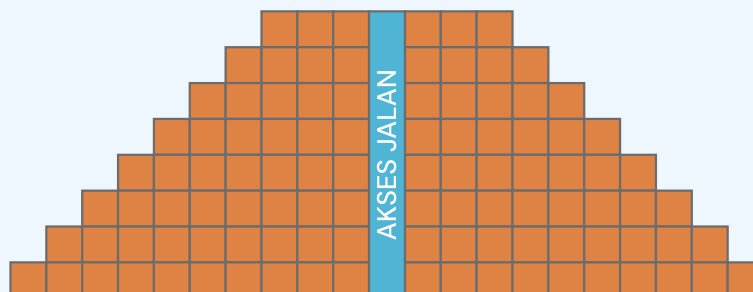
Kursi penonton pada suatu gedung pertunjukan diletakkan pada empat area di sekeliling panggung seperti ditampilkan pada gambar berikut.



Cara penataan kursi pada keempat area tersebut sama. Di setiap area, baris pertama atau baris paling depan diberi kursi paling sedikit. Baris berikutnya diletakkan kursi lebih banyak. Begitu seterusnya sampai baris terakhir. Berdasarkan informasi pada gambar:

1. Berapa banyak kursi pada baris ke-10 pada masing-masing area?
2. Berapa banyak kursi pada baris ke- n pada masing-masing area?

Untuk mempermudah akses penonton, susunan kursi penonton direnovasi dengan meletakkan jalur untuk jalan seperti pada gambar berikut:



Pada susunan kursi yang baru, banyak kursi pada setiap baris berkurang tiga.

3. Tuliskan aturan untuk menentukan banyak kursi per baris pada susunan yang baru ini.
4. Bagaimana hubungan aturan banyak kursi pada susunan sebelum dan setelah renovasi?

Pertanyaan (2) dan (3) pada soal di atas bisa digunakan untuk mengembangkan kemampuan penalaran. Kedua pertanyaan tersebut berkaitan dengan kemampuan mengidentifikasi hubungan antara baris dengan banyak kursi yang dilanjutkan generalisasi untuk menemukan aturan atau polanya. Namun demikian, murid yang sudah belajar barisan aritmetika mungkin akan menjawabnya sebatas menerapkan rumus $Un = a + (n - 1)b$ dengan terlebih dahulu mengidentifikasi suku awal dan beda pada masing-masing susunan kursi. Oleh karena itu, untuk menghindarkan murid fokus pada hafalan rumus maka dimunculkan pertanyaan (4) untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis murid. Pada pertanyaan (4), murid diajak untuk melihat hubungan antara dua aturan dan diharapkan dapat menemukan pengaruh pengurangan tiga kursi untuk akses jalan terhadap aturan banyak kursi. Untuk menjawab pertanyaan (4), murid tidak bisa sebatas menerapkan rumus Un .

- **Penerapan dan Pemodelan Barisan dan Deret (Aritmetika dan Geometri) pada Pinjaman dan Investasi dengan Bunga Majemuk dan Anuitas**



Gambar 48. Peta Konsep Materi Bunga Majemuk dan Anuitas

Materi bunga tunggal dan bunga majemuk relevan dengan konteks produk keuangan, seperti deposito, obligasi, reksadana, KPR, menghitung bunga hutang (agar tidak terjebak pinjaman online), dan lain lain.

Bunga tunggal dan bunga majemuk merupakan bagian aplikasi dari barisan dan deret aritmetika dan geometri sebagai isu penting dalam literasi finansial. Ini bukan berarti bahwa konsep barisan dan deret aritmetika dan geometri hanya diaplikasi dalam konteks ini saja, namun juga di konteks lain.

Beberapa alternatif bagi pendidik untuk materi bunga tunggal dan bunga majemuk:

1. Menggunakan konteks bunga tunggal untuk memperkenalkan konsep barisan dan deret aritmetika, demikian pula konteks bunga majemuk untuk memperkenalkan konsep barisan dan deret geometri.
2. Menggunakan konteks bunga tunggal dan bunga majemuk sebagai contoh soal aplikasi dari barisan dan deret aritmetika dan geometri.
3. Memberikan proyek mengaplikasikan barisan dan deret aritmetika dan geometri, misalnya membandingkan berbagai skema tabungan atau pinjaman.

Di era teknologi ini, penekanan kemampuan pada materi bilangan bukan lagi sebatas keterampilan berhitung. Termasuk terkait topik bunga tunggal maupun bunga majemuk, murid jangan hanya berkutat dengan penggunaan rumus yang diikuti proses berhitung secara rutin saja. Hal yang lebih penting adalah pemaknaan bilangan, termasuk pemaknaan proses dan hasil simulasi berbantuan teknologi sebagai bentuk penerapan prinsip pembelajaran mendalam. Di sektor keuangan (finansial) saat ini banyak tersedia berbagai aplikasi atau simulasi online. Simulasi online tersebut dapat dimanfaatkan untuk memperkuat kemampuan penalaran matematis dan pemecahan masalah matematis karena tidak berfokus pada hafalan rumus. Salah satu simulasi online yang bisa digunakan adalah:

https://www.simulasikredit.com/simulasi_perhitungan_deposito.php

Contoh tampilan simulator adalah sebagai berikut:

Simulasi Bunga Deposito Berjangka

Simulasi deposito Automatic Roll Over (ARO)

Nilai deposito anda

Deposit Awal : rupiah
Rp 100.000.000,00

Tenor : bulan

Lama Deposito : tahun
(Lama uang didepositokan)
(masukkan angka, contoh: 5)

Bunga per Tahun : %
(masukkan angka, contoh: 7.5)

Pajak atas Bunga : %
(masukkan angka, contoh: 15)

Kalkulasi

Nilai Deposito Awal	:	Rp 100.000.000,00			
Tenor	:	12 bulan			
Lama Deposito	:	2 tahun (24 bulan)			
Bunga Deposito	:	5.5% per tahun			
Pajak atas Bunga	:	20%			
Hasil Deposito					
Total Bunga (sebelum pajak)	:	Rp 11.242.000,00			
Total Pajak atas Bunga	:	(Rp 2.248.400,00)			
Total Bunga (setelah pajak)	:	Rp 8.993.600,00			
Nilai Depito Akhir	:	Rp 108.993.600,00			
Perhitungan Bunga					
Bulan	Nilai deposito awal	Bunga Gross	(Pajak)	Bunga Nett	Nilai Deposito Akhir
0	Rp 100.000.000,00	Rp 0,00	Rp 0,00	Rp 0,00	Rp 100.000.000,00
12	Rp 100.000.000,00	Rp 5.500.000,00	Rp 1.100.000,00	Rp 4.400.000,00	Rp 104.400.000,00
24	Rp 104.400.000,00	Rp 5.742.000,00	Rp 1.148.400,00	Rp 4.593.600,00	Rp 108.993.600,00
		Rp 11.242.000,00	Rp 2.248.400,00	Rp 8.993.600,00	

Contoh aktivitas pembelajaran yang bisa dilakukan dengan simulator online tersebut adalah:

1. Murid diminta melakukan simulasi deposito dengan nilai deposit, lama deposito, bunga, dan pajak yang sama, tetapi dengan tenor berbeda-beda. Misalnya: deposit: Rp100.000.000,00; lama deposito: 12 bulan; bunga: 5%; pajak atas bunga: 10%; dan tenor berbeda (3 bulan, 6 bulan, dan 12 bulan). Selanjutnya murid diminta menjelaskan bagaimana pengaruh tenor terhadap hasil deposito;

2. Murid bisa melakukan simulasi seperti kegiatan (1), tetapi yang dibedakan lama deposito, bunga, atau pajak secara bergantian. murid diminta menjelaskan pengaruh lama deposito, bunga, atau pajak terhadap hasil deposito;
3. Murid diminta melakukan simulasi dengan target tertentu (misalnya ingin mendapatkan bunga sebesar Rp5.000.000,00 dengan modal deposit sebesar Rp50.000.000,00). murid diminta menentukan tenor, lama deposito, bunga, dan pajak untuk mencapai target tersebut.

Kegiatan-kegiatan tersebut tidaklah berfokus pada hafalan rumus dan proses hitung rutin yang berpotensi untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis, karena untuk mengerjakannya murid perlu mengidentifikasi hubungan sebab akibat antar data yang dimasukkan (misalnya: apa akibatnya ketika tenor diubah-ubah). Selain itu, penalaran matematis juga berkembang ketika murid diminta menafsirkan dan mengambil keputusan berdasarkan data seperti terlihat pada kegiatan (3). Manfaat lain dari penggunaan simulasi online tersebut adalah kegiatan dan permasalahan yang digunakan dekat ke permasalahan yang real ada di sekitar murid. Hal ini bisa juga berkontribusi pada pengembangan kemampuan numerasi murid. Penggunaan simulasi online juga diharapkan bisa menjadi kegiatan belajar yang menyenangkan bagi murid.

Memodelkan pinjaman dan investasi merupakan hal baru baik bagi pendidik maupun murid, dan merupakan bagian dari literasi finansial. Jika dicermati CP-nya, maka dapat dilihat adanya penekanan pada “menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut”. Artinya, murid bukan sekadar diajarkan menggunakan rumus, tetapi harus memahami efek dari setiap parameter dari model sehingga dapat membantu mereka mengambil keputusan berkaitan dengan masalah finansial. Ini mencakup hal seperti merencanakan tabungan atau investasi serta mempertimbangkan pinjaman yang sesuai dengan tujuan dan risikonya.

Pada materi ini lebih menekankan berbagai kasus aplikasi dari barisan dan deret (aritmetika dan geometri) dengan memerhatikan pengaruh setiap parameter dari model yang digunakan sehingga murid dapat mengambil keputusan yang bijak sesuai dengan konteksnya. Sebagai contoh, murid melakukan eksplorasi membandingkan berbagai skema anuitas atau bunga majemuk yang ditawarkan oleh bank dengan melakukan simulasi menggunakan kalkulator atau *spreadsheet* berdasarkan tingkat suku bunga per periode, jumlah periode (tenor), dan nilai pokok. Dorong murid untuk dapat memodifikasi suku bunga, frekuensi pembayaran, dan durasi investasi/pinjaman untuk melihat pengaruhnya. Memahami interaksi ini memungkinkan mereka

merencanakan strategi investasi/pinjaman yang optimal sesuai tujuan keuangan masing-masing. Berikut ini beberapa kesimpulan yang diharapkan murid dapat buat berdasarkan eksplorasi mereka.

- Peningkatan suku bunga memiliki pengaruh besar pada jumlah akhir karena bunga majemuk atau akumulasi bunga dari waktu ke waktu. Suku bunga yang lebih tinggi berarti pertumbuhan nilai investasi/pinjaman akan lebih cepat karena setiap periode memberikan pengembalian yang lebih besar.
- Frekuensi pembayaran mengacu pada seberapa sering seseorang menyisihkan atau berinvestasi/membayar pinjaman secara berkala (misalnya bulanan, triwulanan, atau tahunan). Investasi/pinjaman dengan frekuensi lebih tinggi memungkinkan modal dan bunga terakumulasi lebih cepat atau pinjaman terbayar lebih cepat.
- Peningkatan durasi investasi memungkinkan pengembalian untuk terus bertambah dari waktu ke waktu. Ini menyebabkan efek eksponensial dalam pertumbuhan nilai akhir.

Murid sebaiknya diberikan banyak kasus, konteks, atau kondisi finansial yang realistis dan membutuhkan mereka untuk mengambil keputusan berdasarkan analisis secara matematis dan faktor lainnya.

Aljabar

- Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Fungsi Invers dan Fungsi Komposisi



Gambar 49. Peta Konsep Materi Fungsi Invers dan Fungsi Komposisi

Konsep fungsi invers dalam kehidupan sehari-hari relevan dengan konteks bidang produksi. Pemahaman tentang fungsi invers dan komposisi dapat membantu dalam memodelkan proses produksi, contohnya dalam hal menentukan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk menghasilkan produk tertentu. Selain itu, materi ini juga relevan dengan konteks bidang ekonomi untuk memodelkan hubungan antara harga, permintaan dan penawaran. Aplikasi pada bidang ilmu komputer seperti dalam pemrograman dan algoritma digunakan untuk mengoptimalkan kode dan menyelesaikan masalah komputasi. Pada bidang teknik, seperti dalam rekayasa, konsep fungsi invers dan komposisi digunakan untuk merancang sistem kontrol dan menganalisis sistem dinamis.

Pembelajaran pada materi ini dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan. Salah satunya dengan menggunakan strategi pembelajaran dengan pendekatan simulasi interaktif dan kontekstual, seperti menggunakan konsep fungsi invers dan fungsi komposisi untuk simulasi “mesin input-output” yang mewakili fungsi tertentu

(misal $f(x) = 3x - 5$). Murid diminta untuk menebak fungsi tersebut dengan memberikan input dan output (input = 1 $\Rightarrow$ output = - 2, input = 2 $\Rightarrow$ output = 1, dan seterusnya). Murid mendiskusikan bagaimana cara kerja mesin dan apakah mereka bisa membalik prosesnya (konsep invers). Selama proses pembelajaran pendidik juga dapat sekaligus melakukan asesmen dengan strategi observasi sejauh mana murid memahami konsep invers.

- **Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Transformasi Fungsi**



Gambar 50. Peta Konsep Materi Transformasi Fungsi

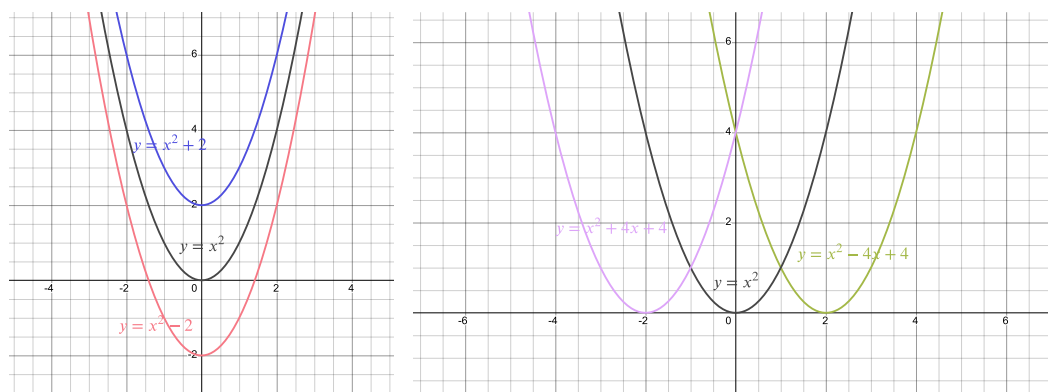
Pemecahan masalah pada transformasi fungsi meliputi operasi matematis seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian berpengaruh pada perubahan bentuk grafik suatu fungsi, dan memungkinkan untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks dengan pendekatan yang sederhana. Kreativitas murid dalam memilih transformasi yang tepat untuk menyelesaikan masalah dengan menghubungkan konsep transformasi fungsi untuk memodelkan situasi nyata (seperti optimasi biaya dengan menggeser kurva biaya untuk menyesuaikan skala ekonomi atau biaya tetap, jarak tempuh proyektil, dan sebagainya).

Materi ini relevan pada bidang teknik dan rekayasa seperti sistem robotika transformasi fungsi digunakan untuk mengontrol pergerakan robot secara presisi, pada bidang ekonomi dan keuangan seperti prediksi keuangan dan saham (pergeseran grafik harga saham untuk menganalisis tren pasar), astronomi seperti ilmuwan memprediksi pergerakan planet dan objek luar angkasa berdasarkan hukum Newton, pada konteks pembuatan animasi dan game (menggerakkan karakter atau efek visual).

Transformasi fungsi merupakan proses yang digunakan pada fungsi asal dan grafiknya untuk menghasilkan versi modifikasi dari fungsi tersebut dan grafiknya yang memiliki bentuk serupa dengan fungsi asalnya. Transformasi fungsi dan transformasi geometri adalah dua konsep yang berbeda, meskipun keduanya berkaitan dengan perubahan bentuk atau posisi objek. Objek pada transformasi fungsi adalah mengubah bentuk atau sifat fungsi, sedangkan pada transformasi geometri mengubah bentuk atau posisi objek geometri, seperti titik, garis, atau bangun datar.

Bentuk transformasi fungsi dapat berupa translasi, refleksi, dilatasi, rotasi, atau kombinasi dari keempat bentuk tersebut. Aturan transformasi fungsi dapat murid peroleh dengan mengeksplorasi grafik fungsi. Misalnya untuk mendapatkan aturan translasi, diberikan fungsi asal berupa fungsi kuadrat $y = f(x) = x^2$ mengalami pergeseran (translasi) menjadi $y = x^2 + 2$, $y = x^2 - 2$, $y = x^2 - 4x + 4$, dan $y = x^2 + 4x + 4$. Jika diamati hasil translasi adalah berkarakteristik sama dengan fungsi asal yaitu fungsi kuadrat. Fungsi $y = x^2 + 2$ adalah hasil pergeseran sejauh 2 satuan ke atas, fungsi $y = x^2 - 2$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke bawah, fungsi $y = x^2 - 4x + 4$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke kanan, dan fungsi $y = x^2 + 4x + 4$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke kiri, dari fungsi asalnya.

Jadi, jika fungsi $f(x)$ ditranslasi secara vertikal sebesar b satuan, maka berlaku aturan $y = f(x) + b$. Untuk $b > 0$, kurva asal bergeser ke atas dan untuk $b < 0$ kurva asal bergeser ke bawah. Fungsi $f(x)$ ditranslasi secara horizontal sebesar c satuan, maka berlaku aturan $y = f(x + c)$. Untuk $c < 0$, kurva asal bergeser ke kanan dan untuk $c > 0$ kurva asal bergeser ke kiri.



Untuk memvisualisasikan transformasi fungsi secara dinamis dan interaktif salah satunya dapat menggunakan Geogebra. Untuk mengeksplorasi transformasi fungsi kuadrat dapat dipelajari dari tautan <https://www.geogebra.org/m/yW4HcYz5> atau <https://www.geogebra.org/m/HJvZSUna>.

Murid sebelumnya telah mendapatkan pembelajaran tentang memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear, kuadrat, dan eksponensial. Transformasi fungsi memungkinkan kita untuk memodifikasi bentuk dan perilaku fungsi dasar agar lebih sesuai dengan data observasi dan karakteristik situasi yang sebenarnya. Sebagai contoh dalam memprediksi tinggi tanaman yang sedang tumbuh, misal awalnya diasumsikan mengikuti fungsi linear. Seiring tanaman dewasa, tingkat pertumbuhannya dapat mempertimbangkan untuk menerapkan transformasi fungsi. Jika tanaman mengalami lonjakan pertumbuhan mendadak atau kemunduran, kita dapat menggeser (dilatasi) fungsi linear secara vertikal ke atas atau bawah untuk mencerminkan perubahan ini. Jika laju pertumbuhan tanaman melambat atau meningkat secara signifikan, kita dapat meregangkan atau menyusutkan (dilatasi) fungsi linear secara vertikal untuk mencerminkan perubahan laju pertumbuhan ini.

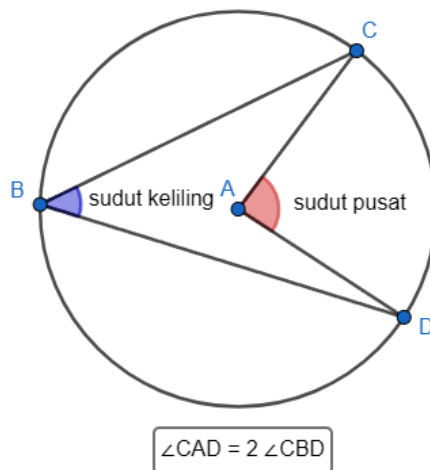
Geometri

- Identifikasi Hubungan Antara Unsur-unsur Lingkaran



Gambar 51. Peta Konsep Materi Unsur-Unsur Lingkaran

Materi ini ditekankan pada hubungan sudut pusat, busur dan sudut keliling serta garis singgung pada lingkaran, selain juga hubungan lainnya seperti jari-jari dan diameter, busur, keliling, dan juring lingkaran yang telah dikenalkan di fase D. Contoh kontekstual seperti pada sebuah jam dinding jarum pendek yang menunjukkan jam dan jarum panjang yang menunjukkan menit bergerak mengelilingi sudut pusat contohnya ketika jarum pendek menunjuk angka 2 dan jarum panjang menunjuk angka 12 sudut yang terbentuk adalah sudut pusat sedangkan ketika jarum jam bergerak dari satu angka ke angka berikutnya akan membentuk sudut keliling, pada roda kendaraan, bahwa panjang busur menentukan jarak tempuh berdasarkan sudut putaran, pada bidang arsitektur seperti desain jendela melingkar menggunakan perhitungan sudut pusat dan tali busur, bidang astronomi seperti orbit planet membentuk sudut tertentu relatif terhadap sudut pusat.



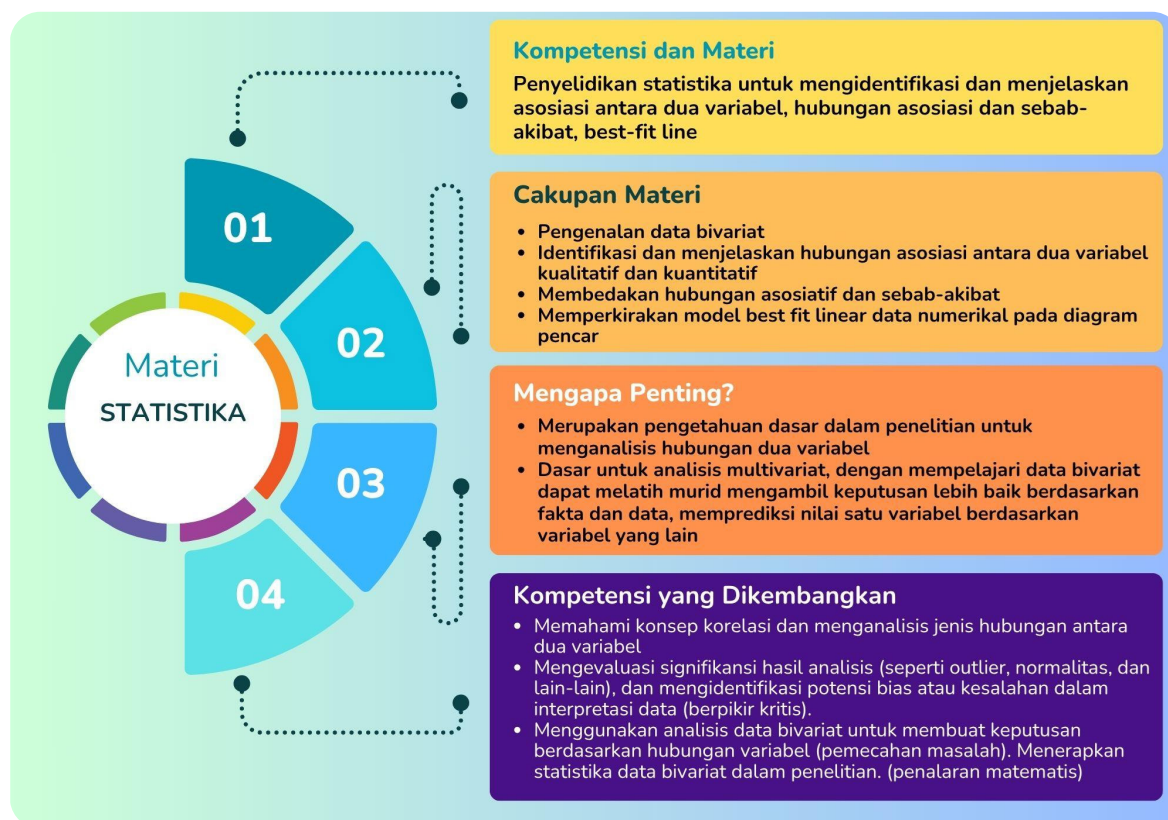
Gambar 52. Ilustrasi hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling

Pembelajaran pada materi ini dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan, salah satunya dengan menggunakan pendekatan eksploratif berbasis masalah kontekstual. Murid diberikan beberapa model lingkaran dari karton dengan sudut pusat dan sudut keliling yang telah ditandai, kemudian mereka melakukan eksplorasi hubungan unsur-unsur lingkaran tersebut, dengan pertanyaan kunci: “Apa pola yang kalian temukan? Mengapa sudut keliling selalu setengah dari sudut pusat?” Murid juga dapat mensimulasikan menggunakan geogebra untuk melihat hubungan antara sudut tersebut dengan cara “*drag and drop*” titik pada lingkaran. Pada saat murid melakukan simulasi dengan menggunakan geogebra (menggeser titik pada lingkaran untuk menunjukkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran), pendidik sekaligus dapat melakukan asesmen proses (*assessment for learning*) dan memberikan komentar sebagai umpan balik selama simulasi. Pendidik kemudian dapat meminta murid menjelaskan mengapa sudut pada setengah lingkaran pastilah merupakan siku-siku sebagai asesmen formatif.

Materi lain dalam fase ini juga mencakup sudut antara garis singgung dan jari-jari lingkaran merupakan sudut siku-siku, serta sifat-sifat simetri lingkaran berkenaan dengan panjang busur, panjang tali busur, dan garis singgung.

Analisis Data dan Peluang

- **Penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel, hubungan asosiasi dan sebab-akibat, best-fit line**



Gambar 53. Peta Konsep Materi Statistika

Materi ini relevan pada berbagai bidang berikut.

- Ekonomi dan bisnis: analisis hubungan harga dan permintaan dan prediksi penjualan berdasarkan iklan
- Pendidikan: evaluasi metode pembelajaran (hubungan antara metode pembelajaran tertentu dengan tingkat pemahaman murid)
- Transportasi: prediksi kemacetan lalu lintas (menganalisis hubungan antara jam sibuk dengan tingkat kepadatan jalan untuk meningkatkan sistem lalu lintas yang lebih baik)
- Teknologi dan media sosial: analisis hubungan antara durasi penggunaan media sosial dan produktivitas kerja sehingga hasilnya seseorang dapat mengatur waktu penggunaan media sosial (gawai) agar tidak mengganggu pekerjaan

Pada materi statistika murid diperkenalkan dengan data bivariat dan asosiasi antara dua variabel kualitatif dan dua variabel kuantitatif. Data bivariat ini merupakan hal baru bagi murid. Oleh karena itu pendidik perlu menjelaskan lebih detail kepada mereka. Data bivariat melibatkan dua variabel yang diukur pada setiap individu atau objek dalam suatu kumpulan data. Tujuannya adalah untuk menganalisis hubungan antara kedua variabel tersebut.

Variabel kualitatif (atau kategorikal) adalah variabel yang nilainya tidak berupa bilangan, tetapi berupa kategori atau label. Contohnya: jenis kelamin (laki-laki, perempuan), jenjang studi (SD, SMP, SMA), hobi (olahraga, musik, membaca), dan lain sebagainya.

Tujuan dari analisis asosiasi adalah untuk mengetahui apakah ada hubungan atau keterkaitan antara dua variabel kualitatif. Misalnya, apakah jenis kelamin berpengaruh terhadap hobi. Data dari dua variabel kualitatif biasanya disajikan dalam tabel kontingensi (tabel dua arah). Sebagai contoh, misalnya sebuah survei dilakukan terhadap 100 murid mengenai jenis kelamin dan hobi utama mereka. Hasil survei ditampilkan pada tabel berikut ini.

	Olahraga	Musik	Membaca	Jumlah
Laki-laki	30	10	5	45
Perempuan	15	25	15	55
Jumlah	45	35	20	100

Untuk melihat ada tidaknya asosiasi, kita dapat membandingkan proporsi atau persentase baris. Misalnya, dari 45 laki-laki: $30/45 = 66.7\%$ memilih olahraga. Dari 55 perempuan: $15/55 = 27.3\%$ memilih olahraga. Terlihat bahwa proporsi laki-laki yang menyukai olahraga jauh lebih tinggi daripada perempuan. Ini menunjukkan ada kemungkinan asosiasi antara jenis kelamin dan hobi. Dalam mengambil kesimpulan asosiasi, maka perlu mencermati: (1) Jika proporsi antar kategori berbeda jauh, maka kemungkinan ada asosiasi antara kedua variabel. (2) Jika proporsinya mirip, maka kemungkinan tidak ada asosiasi.

Catatan

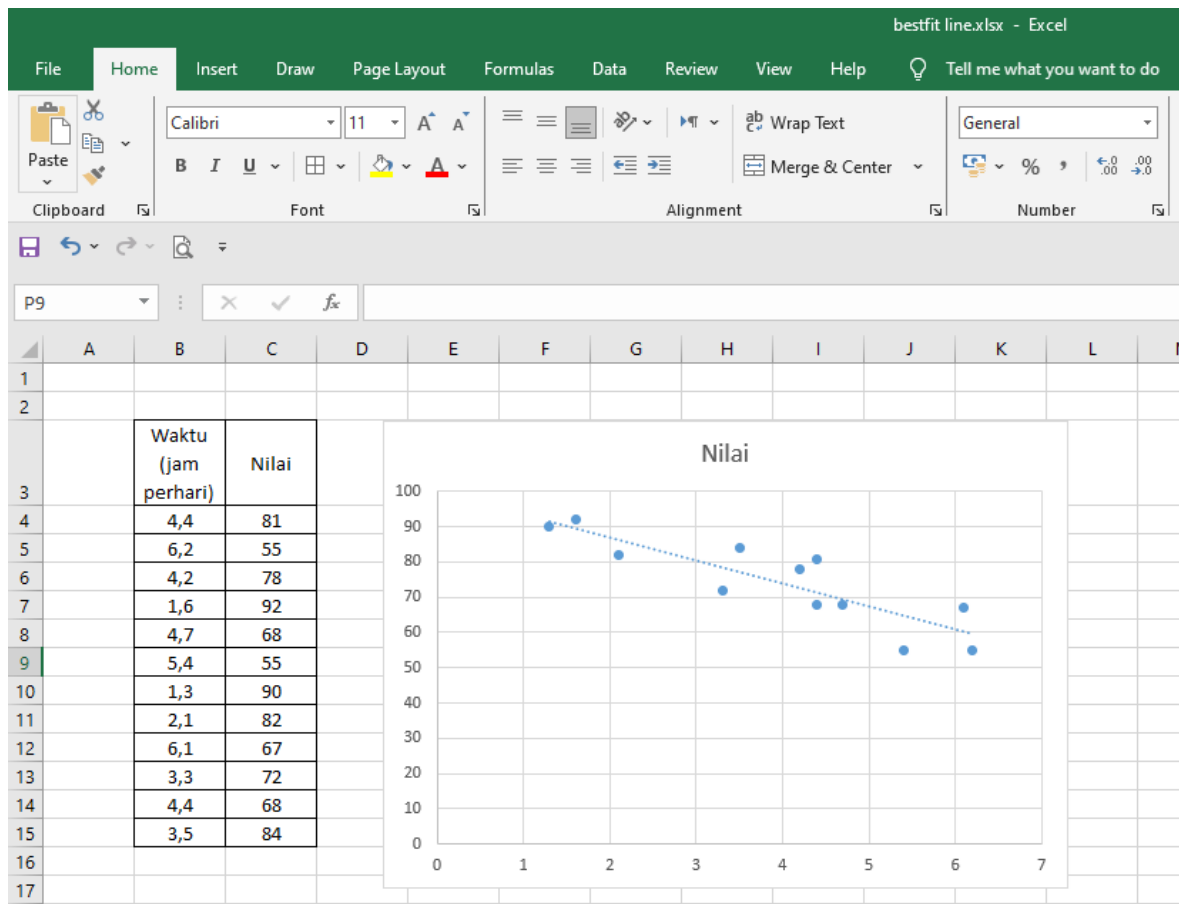
Untuk analisis lebih lanjut (di tingkat lanjutan), dapat digunakan uji statistik seperti uji chi-kuadrat, namun ini tidak wajib di SMA.

Untuk variabel kuantitatif, data bivariat direpresentasikan menggunakan diagram pencar, di mana satu variabel diwakili oleh sumbu x dan variabel lainnya oleh sumbu y , sebagaimana sudah dipelajari di Fase E. Pada fase ini, murid memodelkan data dengan menggunakan *line of best fit* atau garis regresi yang akan dibahas di bawah. Untuk menentukan apakah ada asosiasi serta kekuatan asosiasi, murid dapat memerhatikan secara visual diagram pencar seberapa banyak data yang terletak jauh dari garis regresi. Pada tahap ini murid **tidak wajib** perlu menggunakan metode statistik seperti koefisien korelasi Pearson untuk mengukur kekuatan dan arah hubungan linear antara dua variabel.

Pendidik perlu menjelaskan perbedaan antara asosiasi dan sebab-akibat. **Asosiasi** terjadi ketika dua variabel memiliki hubungan atau pola tertentu, di mana perubahan dalam satu variabel terkait dengan perubahan dalam variabel lainnya. Namun, ini tidak berarti bahwa perubahan pada satu variabel **menyebabkan** perubahan pada yang lain. Sebagai contoh, terdapat hubungan antara tinggi badan dan berat badan seseorang. Orang yang lebih tinggi cenderung memiliki berat badan lebih banyak, tetapi berat badan bertambah tidak menyebabkan tinggi badan bertambah. **Sebab-akibat** terjadi ketika satu variabel secara langsung memengaruhi atau menyebabkan perubahan pada variabel lainnya. Sebagai contoh, merokok dapat menyebabkan meningkatnya risiko kanker paru-paru. Pada tahap ini murid tidak perlu menguji hubungan sebab-akibat.

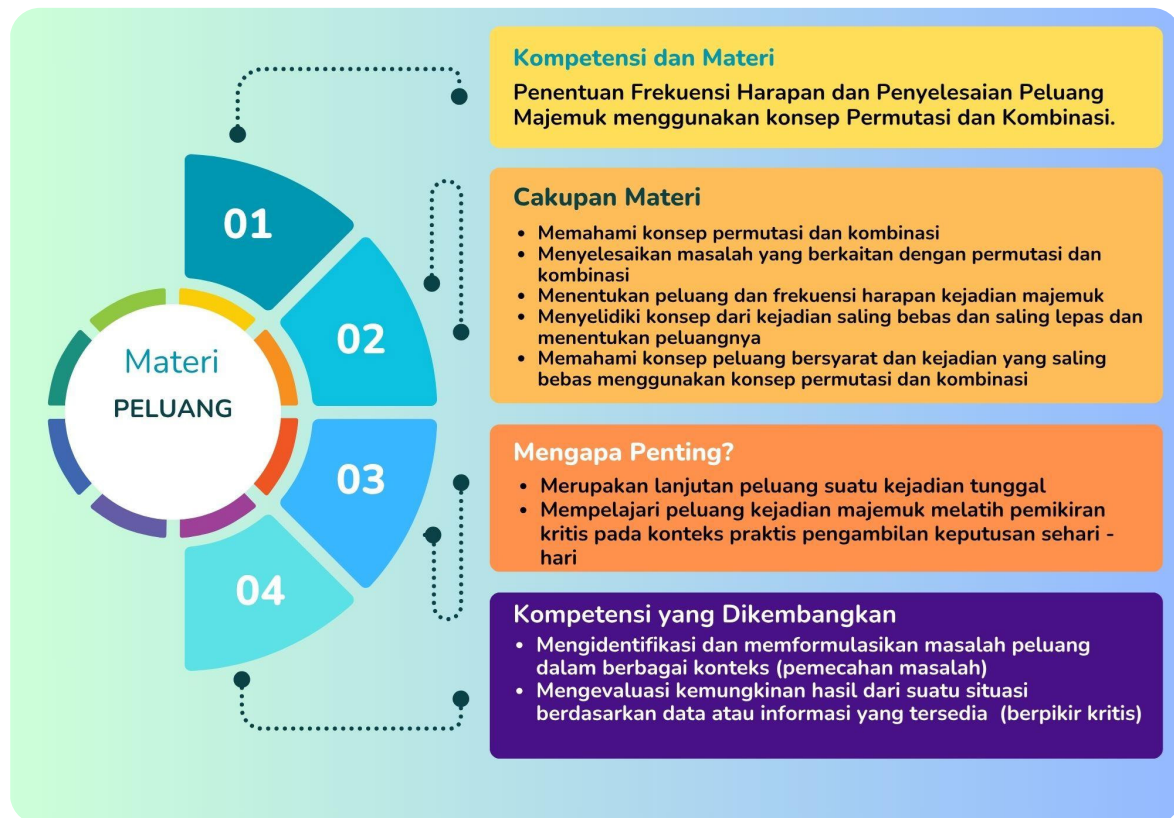
Line of Best Fit atau garis regresi adalah garis lurus yang paling mendekati data dalam *scatter plot*, yang digunakan untuk memperkirakan hubungan antara dua variabel dalam analisis data bivariat. Garis ini memberikan representasi visual dari hubungan atau tren umum antara variabel-variabel tersebut. Pendidik perlu menekankan bahwa garis ini digunakan untuk menunjukkan tren umum dan membuat prediksi berdasarkan data.

Perlu dicermati bahwa di tahap ini, murid memperkirakan garis tersebut dan bukan menentukan garis regresi secara tepat menggunakan metode, misalnya *least square*, yang merupakan materi statistika tingkat lanjut di perguruan tinggi. Namun, jika memungkinkan, pendidik dapat mendorong murid untuk menggunakan aplikasi seperti Google Sheets, Microsoft Excel, atau perangkat lunak statistik lainnya untuk menghasilkan *line of best fit* secara tepat sebagai pembandingan terhadap hasil perkiraan yang telah dilakukan. Berikut contoh pemanfaatan Microsoft Excel untuk memvisualisasikan *line of best fit* dari data hubungan antara durasi menggunakan gawai dan nilai Matematika murid.



Dari hasil visualisasi *line of best fit* di atas dapat disimpulkan bahwa durasi menggunakan gawai berkorelasi negatif dengan nilai Matematika murid, karena tren *line of best fit* menunjukkan arah ke bawah.

- **Penentuan Frekuensi Harapan dan Penyelesaian Peluang Majemuk menggunakan konsep Permutasi dan Kombinasi.**



Gambar 54. Peta Konsep Materi Peluang

Materi peluang dan frekuensi harapan kejadian majemuk, peluang kejadian saling bebas dan saling lepas sebelumnya ada di fase E. Karena konsep dan aplikasinya berkaitan dengan peluang bersyarat permutasi dan kombinasi sehingga materi ini disatukan di fase F agar pembelajaran lebih terpadu dan utuh. Materi ini relevan pada konteks ekonomi dan bisnis seperti analisis risiko untuk menghitung peluang keberhasilan suatu investasi atau kegagalan proyek tertentu; pada bidang teknik (simulasi sistem) seperti peluang kegagalan dua komponen mesin secara bersamaan; dalam kehidupan sehari-hari seperti pada perencanaan suatu kegiatan, memprediksi cuaca (peluang hujan dan angin kencang terjadi bersamaan). Contoh kontekstual yang dekat dengan kehidupan murid adalah mengetahui peluang seorang murid lulus seleksi sebuah perguruan tinggi (jalur SNBP) dengan menggunakan informasi data peminat dan kuota yang tersedia dari beberapa tahun terakhir.

Materi peluang kejadian majemuk membantu murid mengembangkan kompetensi berpikir kritis khususnya dalam pengambilan keputusan dalam situasi ketidakpastian yang seringkali muncul dalam kehidupan nyata. Pendidik dapat merancang strategi pembelajaran yang menggunakan pendekatan simulasi pengambilan keputusan dengan konsep peluang majemuk. Sebagai contoh, murid diberikan sebuah kasus dengan skenario mereka terdampar di pulau dan harus memilih 3 dari 5 tas siaga yang berisi obat, makanan, pisau, dan lain lain. Setiap pilihan memiliki peluang keberhasilan berbeda dan diberikan level tantangan yang berbeda. Asesmen formatif dapat dilakukan oleh pendidik dalam diskusi kelompok melalui pertanyaan-pertanyaan yang diajukan langsung ke murid. Misalnya, ketika mendiskusikan mengenai peluang terkena hujan dan macet di pagi hari, pendidik memantau jalannya diskusi dan memberikan pertanyaan seperti, “Apakah kedua kejadian tersebut saling bebas? Bagaimana cara kamu mengeceknya?” Respons yang diberikan murid menjadi dasar bagi pendidik untuk mengetahui pemahaman murid tentang materi yang dipelajari.

7

Fase F Matematika Tingkat Lanjut (Pilihan untuk kelas XI dan XII)

Matematika Tingkat Lanjut merupakan mata pelajaran pilihan yang diperuntukkan bagi murid yang berminat mendalami matematika lebih lanjut. Materi esensi Fase F Matematika Tingkat Lanjut ada di tiap elemen dan subelemen. Setiap bagian subelemen dimulai dengan peta konsep yang menjelaskan tentang cakupan materi, alasan penting materi ini dipelajari, dan kompetensi yang dikembangkan.

Aljabar

- **Operasi Aritmetika Polinomial, Faktor Polinomial dan identitas Polinomial**



Gambar 55. Peta Konsep Materi Polinomial

Materi ini relevan pada bidang berikut.

- Fisika: analisis rangkaian listrik (untuk menghitung resistensi, tegangan atau arus dalam komponen elektronik), gerak proyektil (untuk menghitung ketinggian maksimum atau waktu jatuhnya proyektil).
- Ekonomi dan bisnis: fungsi biaya dan pendapatan (memprediksi keuntungan), prediksi harga saham (analisis tren harga).
- Kedokteran: memodelkan pertumbuhan bakteri atau penyebaran penyakit, hubungan dosis obat dan respon tubuh.
- Arsitektur: desain struktur bangunan (kurva lengkung pada jembatan atau atap suatu bangunan).

Pada fase-fase sebelumnya, murid telah memahami berbagai persamaan, yaitu persamaan identitas, persamaan linear, persamaan kuadrat, dan persamaan pangkat tiga. Pada fase ini mereka menggeneralisasikan sebagai polinomial dan dapat mengidentifikasi karakteristik dari persamaan polinomial yang membedakannya dari persamaan lain dalam matematika. Murid diharapkan memahami bahwa polinomial membentuk sebuah sistem yang tertutup terhadap operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian, serta terampil dalam menjumlah, mengurang, dan mengalikan polinomial.

Sebagai contoh, murid dapat diberikan permasalahan untuk menentukan apakah sebuah polinomial adalah non-negatif, yaitu polinomial yang tidak pernah bernilai negatif, $p(x) \geq 0$ untuk semua nilai riil x . Mereka dapat diminta kemudian untuk menunjukkan jika g adalah sebuah polinomial, maka g^2 merupakan polinomial non-negatif, serta menggunakan fakta tersebut untuk membuat beberapa polinomial non-negatif. Pendidik dapat membimbing murid melakukan eksplorasi untuk menjawab beberapa pertanyaan berikut:

- Apakah semua koefisien polinomial non-negatif pasti positif?
- Apakah ada polinomial non-negatif yang semua koefisiennya negatif?
- Temukan polinomial non-negatif yang bukan kuadrat dari polinomial lain.

Pendidik perlu menekankan pemahaman mengenai Teorema Sisa dan Teorema Faktor sebagai alat fundamental dalam aljabar polinomial yang memberikan cara sistematis untuk mengevaluasi polinomial, menemukan akar, dan memfaktorkan polinomial, murid dapat lebih mudah dalam melakukan operasi matematis dan analisis dalam konteks polinomial. Pendidik sebaiknya tidak hanya memberikan rumus saja namun lebih kepada mengapa dan untuk apa penggunaan kedua teorema tersebut sehingga prinsip pembelajaran mendalam dapat dilaksanakan.

Sebagai contoh, untuk Teorema Sisa, murid dapat diminta untuk menyimpulkan faktor linear dari sebuah polinomial kubik, lalu memfaktorkan polinomial tersebut secara lengkap. Memiliki bentuk terfaktor memungkinkan murid untuk menyimpulkan tentang struktur grafik. Selain mendapat perpotongan dengan sumbu- x , murid juga dapat menentukan di mana fungsi tersebut negatif.

Pada materi polinomial, diperlukan penjelasan tentang menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah karena merupakan materi baru di polinomial. Identitas polinomial merupakan fakta atau persamaan matematis yang membantu menyelesaikan bentuk aljabar yang melibatkan bilangan dan eksponen yang lebih besar. Identitas polinomial adalah persamaan polinomial yang selalu benar untuk semua nilai variabel yang terlibat. Berikut ini beberapa contoh identitas polinomial yang penting:

$$\text{Kuadrat dari Binomial: } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\text{Selisih Kuadrat: } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\text{Pangkat Tiga dari Binomial: } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Jumlah Pangkat Tiga: } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

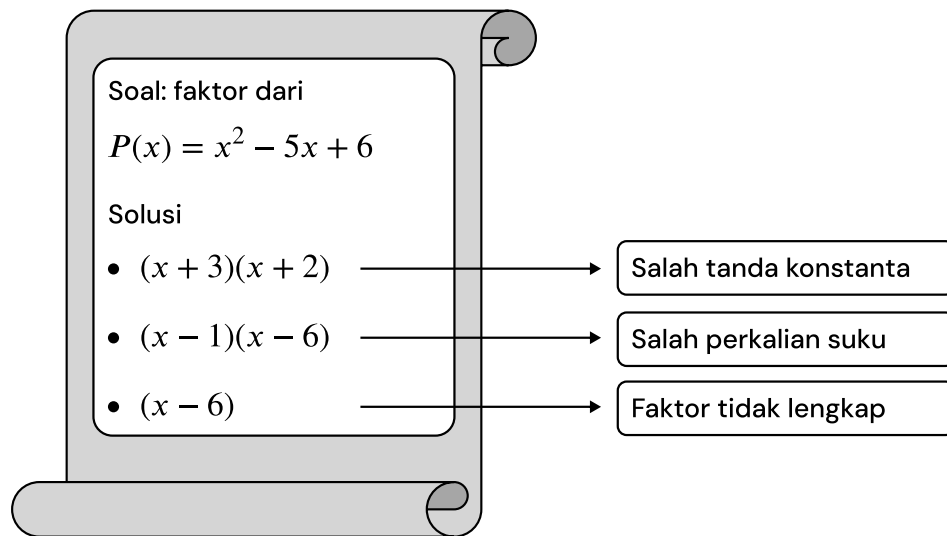
$$\text{Selisih Pangkat Tiga: } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Murid dapat diminta untuk membuktikan identitas polinomial dan menggunakannya untuk menggambarkan hubungan numerik. Sebagai contoh, identitas polinomial $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$ dapat digunakan untuk menghasilkan tripel Pythagoras.

Sebagai pendalaman, murid dapat mengetahui dan menerapkan Teorema Binomial untuk perluasan $(x + y)^n$ dalam pangkat x dan y untuk bilangan bulat positif n , di mana x dan y adalah angka apa pun, dengan koefisien yang ditentukan misalnya oleh Segitiga Pascal.

Untuk memberikan umpan balik kepada murid dapat menggunakan jurnal reflektif yang diisi oleh murid setelah mempelajari bagian dari materi polinomial, seperti setelah belajar pemfaktoran polinomial murid diminta menuliskan jurnal reflektif dengan panduan beberapa pertanyaan sebagai berikut: "Apa langkah-langkah yang kamu lakukan untuk memfaktorkan polinomial? Apa kesulitan yang kamu temui pada saat memfaktorkan? Bagaimana kamu mengatasi kesulitan tersebut? Apa yang ingin kamu pelajari lebih lanjut tentang polinomial?" Setelah murid menuliskan jurnal reflektif, pendidik dan murid mendiskusikannya di dalam kelompok kecil untuk saling memberi masukan. Asesmen formatif pada proses pembelajaran dapat dilakukan dengan menggunakan teknik *gallery walk*, pendidik memberikan beberapa solusi yang salah (3 sd 5 solusi salah/kesalahan yang sering dilakukan murid) untuk soal yang sama, kemudian murid mengidentifikasi kesalahan dan memperbaikinya.

Ilustrasi *gallery walk*:



• Operasi aljabar pada matriks dan transformasi geometri



Gambar 56. Peta Konsep Materi Matriks dan Transformasi Geometri

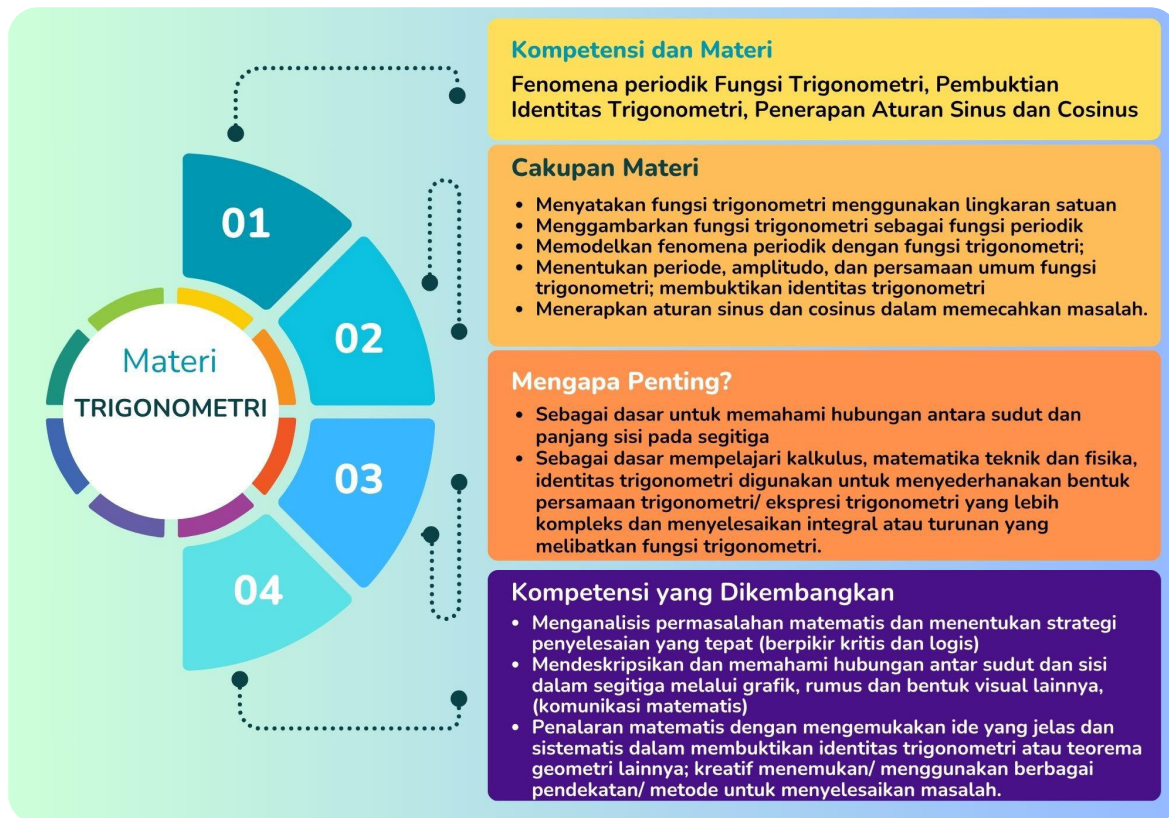
Materi ini relevan seperti pada pemetaan dan navigasi/GPS (transformasi koordinat, pemetaan digital, dan lain-lain), pembuatan animasi dan video game (rotasi, translasi, skala objek dimensi dua ataupun dimensi tiga), penyelesaian sistem persamaan linear dalam dunia nyata seperti manajemen keuangan (menghitung untung rugi multi produk), perencanaan produksi (memperhitungkan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan), bidang kriptografi dan keamanan data (enkripsi dan deskripsi data), bidang kesehatan (CT scan dan MRI).

Pada Fase E, murid sudah diperkenalkan dengan matriks untuk merepresentasikan dan menyelesaikan masalah yang melibatkan banyak variabel atau hubungan secara ringkas dan terorganisir. Mereka memahami bagaimana matriks dapat digunakan untuk menyimpan dan mengatur informasi, seperti sistem persamaan, transformasi, atau koneksi dalam jaringan. Sebagai contoh, murid dapat merepresentasikan jadwal kehadiran kelas selama beberapa hari menggunakan matriks.

Di fase ini, murid diperkenalkan pada operasi matriks dasar dan aplikasinya di dunia nyata sebagai fondasi untuk studi lanjutan dalam aljabar linear atau bidang terkait. Mereka dapat mengalikan matriks dengan besaran skalar untuk menghasilkan matriks baru, serta menjumlah, mengurangi, dan mengalikan matriks dengan matriks yang berdimensi sesuai. Mereka memahami bahwa, tidak seperti perkalian bilangan, perkalian matriks untuk matriks persegi tidak bersifat komutatif, namun tetap memenuhi sifat asosiatif dan distributif. Mereka memahami bahwa matriks nol dan matriks identitas berperan dalam penjumlahan dan perkalian matriks, serupa dengan peran 0 dan 1 dalam bilangan riil. Determinan suatu matriks persegi bukan nol jika dan hanya jika matriks tersebut memiliki invers perkalian.

Pada materi ini, murid juga mengaplikasikan matriks 2×2 sebagai transformasi bidang, dan menafsirkan nilai absolut determinan dalam bentuk luas. Transformasi geometri seringkali hanya dilihat sebagai teknik untuk mengubah posisi, ukuran, atau orientasi objek dalam ruang. Pendidik diharapkan dapat memahami bahwa ketika dilakukan perkalian dengan matriks, yang terjadi adalah seluruh bidang tertransformasi. Murid sudah mempelajari mengenai transformasi pada fase-fase sebelumnya. Pada fase ini, mereka memperdalam dengan melihatnya sebagai transformasi dari bidang.

- **Fenomena periodik Fungsi Trigonometri, Pembuktian Identitas Trigonometri, Penerapan Aturan Sinus dan Cosinus**



Gambar 57. Peta Konsep Materi Trigonometri

Materi ini relevan pada bidang berikut.

- Astronomi: menghitung jarak bintang, memodelkan orbit planet.
- Fisika: memodelkan gerak pegas, gelombang suara, gelombang cahaya, gelombang radio.
- Teknologi digital: rotasi objek 3D berbasis sinus/cosinus, efek *lighting/ shading* dalam game.
- Ekonomi: memodelkan fluktuasi harga komoditas, prediksi harga saham.
- Kedokteran gigi: menggunakan aturan sinus untuk merancang implan gigi (menghitung sudut yang presisi terhadap rahang).

Pada Fase E, murid sudah mendefinisikan perbandingan trigonometri dan menyelesaikan permasalahan yang melibatkan segitiga siku-siku. Pada fase ini, domain fungsi trigonometri diperluas dengan menggunakan lingkaran satuan untuk diaplikasikan pada segitiga umum. Murid diharapkan dapat memodelkan fenomena periodik, di antaranya,

- mengidentifikasi fenomena periodik dalam kehidupan sehari-hari, seperti gerakan benda, perubahan suhu, dan gelombang;
- menerapkan fungsi trigonometri untuk memodelkan fenomena periodik tersebut, termasuk menentukan persamaan model, amplitudo, periode, dan frekuensi;
- menganalisis dan menginterpretasikan grafik model trigonometri untuk memahami perilaku fenomena periodik yang dimodelkan.

Pendidik perlu memastikan murid dapat mengaplikasikan fungsi trigonometri dalam berbagai bidang, misalnya dalam fisika (menghitung gaya dalam sistem osilasi, menentukan kecepatan dan percepatan benda dalam gerak melingkar, dan menganalisis gelombang elektromagnetik), dalam bidang teknik (merancang antena radio, membangun struktur tahan gempa, dan menganalisis data navigasi), dalam bidang seni dan desain (menciptakan pola dekoratif, menghasilkan efek visual dalam animasi dan grafik komputer, dan menganalisis musik).

Murid juga diharapkan dapat membuktikan dan menerapkan identitas trigonometri. Sebagai inspirasi, integrasi pembelajaran mendalam pada materi ini dapat dilakukan dengan pendekatan *scaffolded inquiry-based learning*, yaitu dengan memandu murid untuk menemukan konsep melalui pertanyaan terarah, membangun pemahaman dari dasar hingga kompleks. Contohnya, pada topik Identitas trigonometri pendidik dapat memulai dengan pertanyaan sederhana, "Jika kalian tahu nilai $\sin 30 = 0,5$ maka bagaimana cara menentukan nilai $\cos 30$ tanpa kalkulator? (mengarahkan ke identitas trigonometri $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$). Murid bekerja dalam kelompok kecil (2 – 3 orang) untuk menurunkan identitas trigonometri untuk menyelesaikan masalah. Kemudian, pendidik dapat meningkatkan tingkat kesulitan masalah untuk memberikan tantangan kepada murid agar berpikir kritis. Terakhir, murid diminta untuk membuat presentasi singkat tentang bagaimana mereka menemukan solusi dari masalah yang diberikan. Dari proses pembelajaran tersebut pendidik sekaligus dapat melakukan asesmen dengan cara observasi dan memberikan umpan balik kepada murid ketika mereka berdiskusi.

- **Pengenalan fungsi selain fungsi linear dan fungsi kuadrat dan sifatnya**



Gambar 58. Peta Konsep Materi Fungsi

Aplikasi dalam kehidupan nyata antara lain:

- fungsi rasional, memodelkan dua besaran seperti kecepatan, efisiensi mesin atau biaya per unit produksi;
- fungsi akar, teori ekonomi seperti menghitung standar deviasi atau simpangan kuadrat;
- fungsi eksponensial, pertumbuhan populasi, bunga majemuk, penyebaran virus atau radiasi;
- fungsi logaritma, kompleksitas algoritma pada ilmu komputer, skala Richter untuk gempa;
- fungsi nilai mutlak, menghitung selisih waktu kedatangan kereta api, toleransi kesalahan atau deviasi dari nilai tertentu;
- fungsi tangga, sistem pembayaran (seperti tarif parkir yang membulatkan waktu per jam), tarif listrik, biaya pengiriman, yang berubah sesuai tingkatan tertentu; dan
- fungsi *piecewise*, memodelkan situasi dunia nyata yang berubah-ubah tergantung kondisi tertentu seperti pajak progresif, diskon, dan lain-lain.

Konsep dan ide fungsi sudah dipelajari oleh murid dari Fase D. Pendidik perlu menekankan murid memahami bagaimana menginterpretasi fungsi yang muncul dalam aplikasi berbagai konteks, serta menganalisis fungsi dalam berbagai representasi. Murid juga diharapkan dapat membangun fungsi yang memodelkan hubungan antara dua besaran, serta membangun fungsi baru dari fungsi yang ada.

Dalam memperkenalkan fungsi rasional, fungsi akar, fungsi eksponensial, fungsi logaritma, fungsi nilai mutlak, fungsi tangga dan fungsi *piecewise* pada fase ini, sebagai visualisasi dapat menggunakan bantuan aplikasi *geogebra*, *desmos*, kalkulator saintifik atau aplikasi grafik lainnya. Namun apabila tidak terdapat sarana dan prasarana yang memadai, pendidik dapat memanfaatkan berbagai sumber daya yang tersedia disesuaikan dengan kondisi satuan pendidikan. Pada materi fungsi di fase ini diperlukan penjelasan lebih rinci tentang pengenalan fungsi *piecewise* dan menggunakannya untuk memodelkan berbagai fenomena. Fungsi *piecewise* disebut juga fungsi sepotong. Sepotong merupakan fungsi yang terdiri dari dua atau lebih fungsi yang mana masing-masing bagian fungsi berlaku pada interval domain tertentu saja. Fungsi *piecewise* dapat berupa fungsi yang kontinu maupun diskontinu. Fungsi nilai mutlak dan fungsi tangga merupakan contoh yang sudah biasa ditemui dari fungsi *piecewise*.

Penguatan kemampuan penalaran matematis terkait materi fungsi tersebut bisa berupa kegiatan memahami dan mengidentifikasi suatu masalah kontekstual untuk dimodelkan menjadi suatu fungsi. Dalam pengembangan diskusi kelas, pendidik dapat memberikan pertanyaan-pertanyaan metakognisi terkait topik yang dapat melatih strategi pemecahan masalah untuk dikuasai murid. Sebagai contoh adalah penerapan fungsi tangga sebagai berikut:



Catatan

Gambar hanya sebagai contoh dan tidak sesuai dengan konteks permasalahan di bawah ini.

Berdasarkan Pergub No. 120 Tahun 2012, tarif parkir kendaraan di Jakarta untuk wilayah parkir yang terletak di Pusat Perbelanjaan dan Hotel untuk kendaraan jenis Sedan, Jip, dan Pikap adalah sebagai berikut:

- Rp3.000 – Rp5.000 untuk jam pertama dan
- Rp2.000 sampai Rp4.000 untuk jam berikutnya
- Pusat perbelanjaan A menerapkan tarif parkir sebagai berikut:
- Jika parkir kurang dari 15 menit, gratis
- Mulai dari 15 menit sampai 2 jam pertama, dikenakan tarif *flat* Rp10.000
- Untuk tambahan waktu parkir setiap 1 jam berikutnya dikenakan tarif Rp4000 per jam

Dalam fase memahami masalah, pendidik memberikan murid kesempatan untuk membaca informasi yang ada dan mencoba memahami penggunaan informasi yang tertera. Sebagai bantuan, pendidik dapat membantu murid memahami konteks dari masalah tarif parkir ini melalui pertanyaan-pertanyaan no.1 sampai no.5 sebagai berikut:

1. Berapa biaya parkir apabila kendaraan diparkir selama 14 menit?
2. Berapa biaya parkir apabila kendaraan diparkir selama 15 menit?
3. Charlie memarkirkan kendaraan selama 50 menit, berapakah biaya parkir yang perlu dia bayar?
4. Berapa biaya parkir apabila kendaraan diparkir selama 1 jam 5 menit?
5. Eko memarkirkan kendaraan selama 2 jam 5 menit, berapakah biaya parkir yang perlu dia bayar?

Setelah murid memahami konteks dari masalah tarif parkir ini, pendidik dapat meminta murid untuk melakukan generalisasi dalam bentuk grafik fungsi dengan instruksi berikut:

6. Buatlah diagram dari tarif parkir pusat perbelanjaan A.

Murid dapat membuat rencana penyelesaian. Salah satu strategi yaitu membuat tabel dengan x sebagai lama parkir dan y sebagai biaya parkir. Pada tahapan menjalankan rencana penyelesaian, pendidik dapat memantau apakah nilai-nilai yang diinput oleh murid pada tabel sudah cukup untuk murid melakukan generalisasi dari masalah ini. pendidik juga memantau strategi lain yang dikerjakan oleh murid.

Pada tahap melakukan revidu, pendidik meminta murid untuk memasukkan besaran lamanya parkir secara acak, apakah memberikan hasil sesuai dengan generalisasi yang telah ditemukan sebelumnya.

Lalu pendidik dapat melatih strategi pemecahan masalah matematika murid melalui pertanyaan no.7 sampai 11 sebagai berikut. Untuk pertanyaan no.7, pendidik dapat mendengarkan berbagai strategi yang dijalankan oleh murid untuk no.7 ini.

7. **Strategi Pemecahan Masalah.** Di antara pilihan di bawah ini, manakah yang mungkin sebagai total biaya parkir yang perlu dibayar saat keluar tempat parkir?

a. Rp17.000	c. Rp46.000	e. Rp74.000
b. Rp22.000	d. Rp101.000	

Jelaskan bagaimana strategi kalian menemukan jawaban nomor 7 ini. Kemungkinan respon murid untuk pertanyaan nomor 7 ini:

- Saya menggunakan gambar fungsi yang telah saya gambar, lalu saya mencari apakah ada titik yang terletak pada fungsi dengan nilai y (total biaya parkir) yang ditanyakan pada bagian 7a sampai 7e.

- Saya melihat pola biaya parkir yang muncul: 10 ribu, 14 ribu, 18 ribu, 22 ribu dan seterusnya, lalu saya melihat angka-angka mana saja yang masuk ke dalam pola ini.

Permasalahan kontekstual sehari-hari muncul pada pertanyaan nomor 8 dan 9. Pertanyaan ini sekaligus menguji penalaran bertingkat dari murid. Pendidik dapat memodifikasi jam masuk dengan jam keluar. Pertanyaan nomor 8 memiliki tingkat kesulitan yang lebih mudah dibanding nomor 9 saat mencari lamanya waktu parkir

8. **Penalaran bertingkat.** Jika Fahri memarkirkan kendaraannya dari pukul 08.38 sampai pukul 13.48, berapakah biaya parkir yang harus ia bayar?

9. Jika Gregory memarkirkan kendaraannya dari pukul 08.38 sampai pukul 14.00, berapakah biaya parkir yang harus ia bayar?

Untuk pertanyaan nomor 10, masih merupakan permasalahan kontekstual yang sering dihadapi, hanya saja permasalahan ini memiliki solusi lebih dari 1 jawaban. Ini bertujuan pendidik memberikan kesempatan kepada murid lebih percaya diri dan murid memiliki pola pikir berkembang meyakini bahwa dirinya memiliki kemampuan numerasi. Pertanyaan nomor 11 diperuntukkan untuk menguji kemampuan bernalar murid dalam mengambil kesimpulan dari banyak jawaban dari pertanyaan nomor 10.

10. **Open Ended.** Jika Halim memarkirkan kendaraannya dari pukul 09.37 dan hanya ingin membayar biaya parkir paling banyak sebesar Rp22.000, maka pada jam berapa Halim harus keluar dari tempat parkir?

11. Pertanyaan nomor 10 ini dapat dimodifikasi dengan menjadi: *pada jam berapa paling lambat Halim harus keluar dari tempat parkir?*

Geometri

- Pembuktian geometris pada vektor bidang datar, dan operasi aljabar pada vektor



Gambar 59. Peta Konsep Materi Vektor

Materi ini relevan pada bidang berikut.

- Komputasi dan digital: kecerdasan artifisial (KA) data direpresentasikan sebagai vektor, enkripsi informasi pada kriptografi.
- Astronomi: vektor digunakan untuk menghitung lintasan satelit dan pesawat luar angkasa.
- Fisika: elektromagnetik (medan listrik dan magnet direpresentasikan sebagai vektor), arah arus dan gaya Lorentz pada motor listrik.
- Navigasi (GPS): vektor untuk menghitung jarak terpendek; penerbangan/pelayaran, pilot/pelaut (nahkoda) menggunakan konsep vektor untuk menentukan arah perjalanan.

Materi vektor mencakup vektor dalam dua dimensi. Murid diharapkan dapat merepresentasikan dan memodelkan dengan vektor, serta memahami dan menggunakan notasi vektor dalam berbagai bentuk:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}, \mathbf{p}, a\mathbf{i} - b\mathbf{j}$$

Mereka mengetahui dan menggunakan vektor posisi dan vektor satuan, serta menentukan besaran vektor, melakukan operasi penjumlahan vektor (ujung-ke-ujung, aturan jajar genjang) dan pengurangan vektor (menggunakan invers penjumlahan) dan perkalian vektor oleh besaran skalar (secara komponen dan secara grafik).

Pembelajaran pada materi ini dapat menggunakan pembelajaran berbasis masalah. Contohnya, murid diajak memecahkan masalah dunia nyata yang berkaitan dengan vektor, seperti menghitung arah dan besar gaya dalam fisika atau navigasi kapal. Sebagai contoh skenario yang dapat diberikan: *Seorang pilot harus menavigasi pesawat dengan mempertimbangkan arah angin. Bagaimana vektor kecepatan pesawat dan angin dapat digunakan untuk menentukan arah akhir?* Strategi ini mendorong pemahaman mendalam melalui eksplorasi dan aplikasi konsep vektor secara kontekstual. Murid dapat bekerja dalam kelompok kecil untuk berdiskusi dan berkolaborasi dalam menyelesaikan masalah menggunakan pembuktian geometris vektor (misalnya aturan jajar genjang), sehingga menciptakan suasana belajar yang aktif interaktif dan menyenangkan. *Assessment for learning* dapat dilakukan dengan cara observasi ketika murid bekerja dalam kelompok dan pendidik bisa sekaligus memberikan pertanyaan-pertanyaan pemantik seperti, "Apa yang terjadi pada hasil vektor jika arah salah satu vektor dibalik? Bagaimana kamu membuktikan bahwa vektor resultan benar secara panjang dan arah?"

• **Penyelesaian persamaan Lingkaran, Elips dan persamaan garis singgung**



Gambar 60. Peta Konsep Materi Lingkaran dan Elips

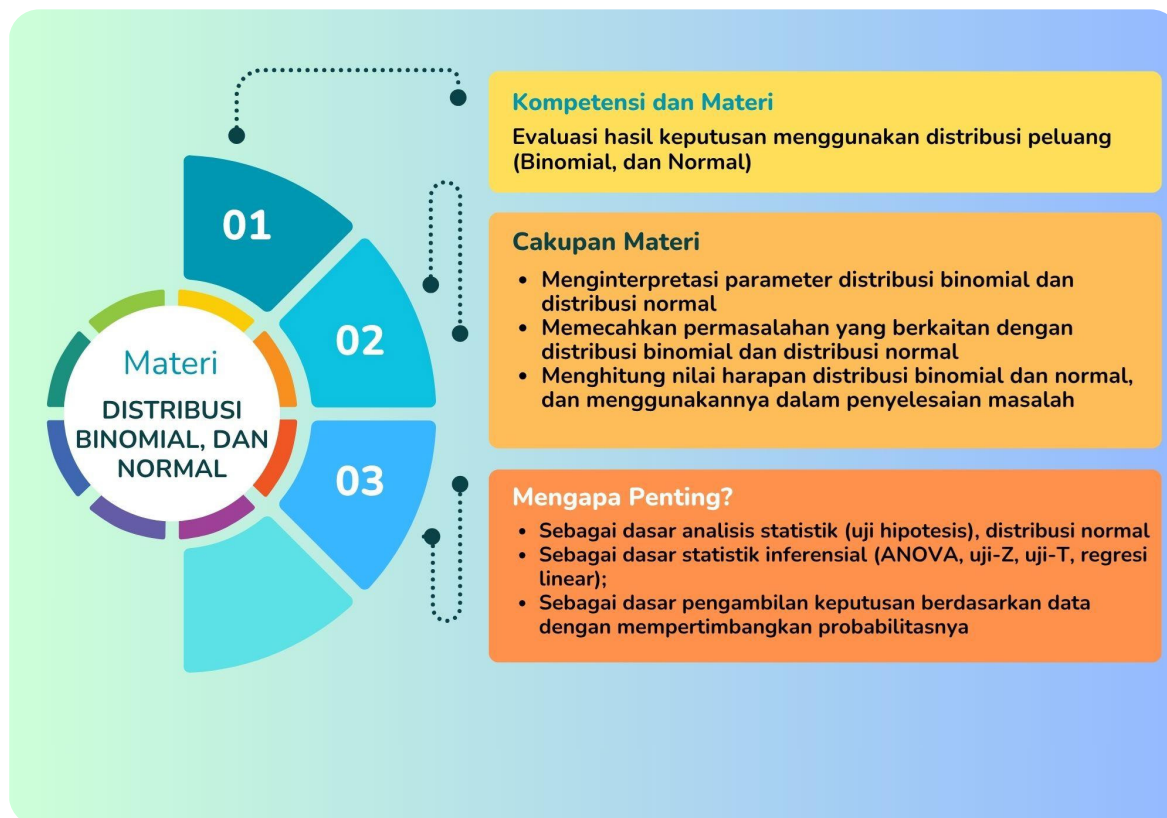
Pemahaman mengenai lingkaran dan elips dapat diaplikasikan di berbagai bidang yang berkaitan dengan kedua bentuk tersebut, termasuk sistem radar, navigasi, lintasan planet, dan mesin-mesin untuk memfokuskan gelombang suara atau sinar.

Dalam pembelajaran tentang lingkaran dan elips, murid diharapkan dapat menurunkan persamaan lingkaran dengan jari-jari r dan pusat (a, b) dengan mengaplikasikan Teorema Pythagoras. Mereka dapat mengidentifikasi pusat dan jari-jari lingkaran menggunakan persamaan lingkaran dalam berbagai bentuk, baik bentuk $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ maupun bentuk $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$. Demikian pula untuk persamaan elips, murid dapat menurunkan persamaan elips dengan menggunakan pemahaman bahwa jumlah jarak kedua titik fokus adalah konstan. Pendidik diharapkan untuk lebih menekankan pada pemahaman konsep dan bukan sekedar menghafal rumus ketika menjelaskan cara menentukan persamaan garis singgung lingkaran. Murid dibimbing untuk dapat menentukan persamaan garis singgung lingkaran yang merupakan pengembangan yang membahas tentang kedudukan garis yang menyinggung lingkaran. Saat menentukan persamaan garis singgung lingkaran jika titik singgungnya telah diketahui harus dipastikan bahwa titik

tersebut terletak pada lingkaran. Tanamkan konsep tentang menentukan gradien garis jika dua titik diketahui, gradien dua garis yang saling tegak lurus, dan persamaan garis lurus jika diketahui gradien serta melalui suatu titik.

Analisis Data dan Peluang

- **Evaluasi hasil keputusan menggunakan distribusi peluang (Binomial dan Normal)**



Gambar 61. Peta Konsep Materi Distribusi Binomial dan Normal

Kompetensi yang dikembangkan dari mempelajari materi ini antara lain:

- kemampuan berpikir kritis dan sistematis dengan menyusun model peluang, menentukan nilai harapan dari suatu permasalahan dan mengetahui kapan distribusi binomial/normal cocok atau tidak digunakan;
- menginterpretasi data secara logis dan matematis (seperti membaca kurva normal);
- menyelesaikan masalah nyata seperti analisis risiko, prediksi kelulusan tes masuk pada suatu perguruan tinggi, dan lain-lain (*problem solving*);
- penerapan model statistik (memilih antara distribusi binomial atau normal) yang tepat untuk memecahkan masalah, memahami dan memprediksi pola kejadian acak di sekitar;
- kemampuan teknologi, menggunakan perangkat lunak statistik seperti Excel, SPSS, dan lain-lain.

Aplikasi materi ini pada bidang ekonomi dan keuangan seperti untuk analisis risiko investasi, harga saham, analisis kepuasan pelanggan; bidang kedokteran seperti interpretasi hasil laboratorium (kadar gula darah, tekanan darah); bidang kesehatan dan medis seperti uji efektivitas vaksin.

Contoh kontekstual penggunaan sebaran binomial pada bidang pemasaran. Misalnya sebuah perusahaan ingin meluncurkan kampanye iklan baru. Mereka ingin mengetahui berapa banyak orang yang akan melihat iklan mereka dan tertarik untuk membeli produk mereka. Dalam hal ini, sebaran binomial dapat digunakan untuk menghitung probabilitas bahwa seseorang yang melihat iklan akan membeli produk. Pada bidang kedokteran, sebaran binomial dapat digunakan untuk menghitung probabilitas kesembuhan pasien berdasarkan data dari pasien lain yang telah menjalani pengobatan yang sama. Umpan balik dari pembelajaran materi ini dapat dilakukan salah satunya dengan menggunakan strategi polling dengan kasus nyata, polling dapat menggunakan mentimeter atau aplikasi polling lainnya. Contoh kasus: Sebuah pabrik memiliki 10% produk cacat. Jika diambil 5 sampel acak, berapa peluang tepat 1 cacat? Analisis jawaban murid langsung dapat digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi dan pendidik dapat secara langsung memberikan umpan balik.

Kalkulus

- **Penerapan konsep dasar Limit, Turunan dan Integral pada masalah matematis dan kontekstual**



Gambar 62. Peta Konsep Materi Limit, Turunan, dan Integral

Materi limit fungsi masuk ke dalam cakupan materi ini karena sebagai materi prasyarat dalam mempelajari laju perubahan sampai dengan materi turunan. Kompetensi yang dikembangkan antara lain, memahami keterkaitan antara limit, turunan, dan integral (berpikir kritis dan sistematis) dan menyelesaikan masalah matematis secara runtut dan komunikatif; mengevaluasi solusi dengan memeriksa validasi hasil integral/turunan; memecahkan masalah nyata dengan menggunakan limit, turunan, dan integral (contoh optimasi kemasan produk, dan lain-lain). Materi ini relevan pada bidang fisika seperti analisis gerak projektil (turunan), momen inersia (integral); ekonomi seperti prediksi titik jenuh pasar (limit), analisis marginal (turunan), perhitungan surplus konsumen (integral); bidang teknologi seperti *computer vision*, *audio engineering*, *machine learning*, biomekanika, dan sebagainya.

Murid mempelajari materi limit secara sederhana sebagai jembatan untuk memahami konsep dari laju perubahan rata-rata menuju pada laju perubahan sesaat yang merupakan konsep kunci untuk membangun pemahaman mengenai derivatif (turunan).

Pada akhir Fase F murid diharapkan memahami integral baik sebagai proses yang merupakan kebalikan dari derivatif dan juga sebagai cara menghitung luas, serta teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif dan integral. Pembelajaran integral diharapkan tidak dimulai dengan rumus, namun penting untuk memiliki pemahaman integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan dan integral tentu sebagai cara menghitung luas. Integral dan turunan merupakan dua operasi fundamental dalam kalkulus yang saling terkait dan saling melengkapi. Pemahaman tentang hubungan yang erat antara integral tentu dan turunan suatu fungsi dapat dipelajari dari konsep Teorema Dasar Kalkulus I, di mana kita dapat mencari turunan dari fungsi yang masih memuat tanda integral. Konsekuensi dari Teorema Dasar Kalkulus I adalah Teorema Dasar Kalkulus II. Bagian II dari teorema ini menunjukkan cara mengevaluasi integral tentu suatu fungsi pada interval tertentu dengan mencari anti turunan dari integral tersebut, lalu menghitung selisih antara nilai anti turunan pada batas atas dan batas bawah interval tersebut. Dengan kata lain, teorema ini memberikan cara efisien untuk menghitung nilai integral tentu tanpa perlu mengevaluasi limit jumlah Riemann atau melakukan perhitungan yang rumit.

Jurnal reflektif menjadi salah satu alternatif untuk melakukan *assessment as learning*, pendidik menyusun pertanyaan-pertanyaan sebagai pemandu murid menulis jurnal reflektif, seperti setelah mempelajari materi limit pendidik memberikan pertanyaan pemandu jurnal reflektif sebagai berikut:

1. Apa langkah yang saya gunakan untuk menyelesaikan soal ini?
2. Apa kesulitan yang saya hadapi untuk menyelesaikan limit bentuk tak hingga?
3. Bagaimana saya dapat meningkatkan pemahaman saya?

Dengan menuliskan jurnal reflektif membantu murid merefleksikan proses belajar mereka dan mengembangkan kemampuan metakognitif.

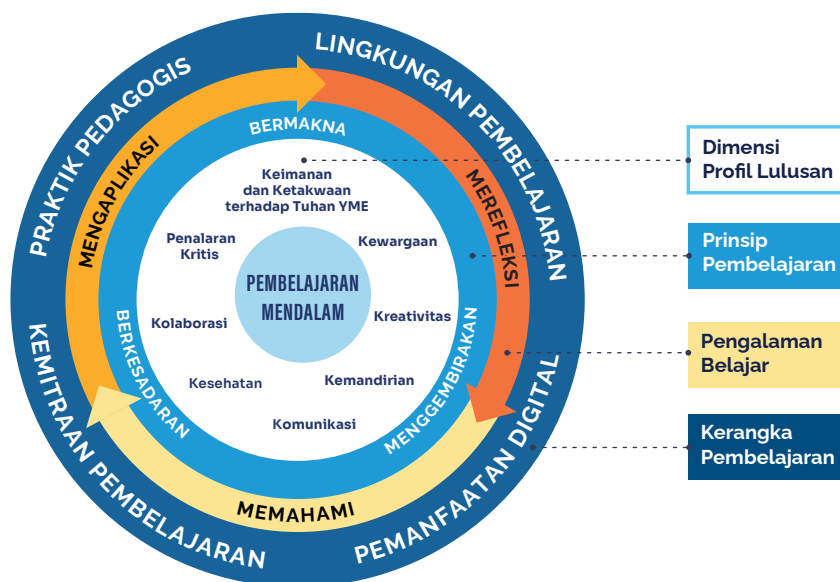
Perencanaan Pembelajaran Mendalam

The illustration features a young girl with dark hair, wearing a white shirt and a dark blue skirt, holding a blue book. She is smiling and has her arms raised. The background is a light gray grid. Various mathematical symbols are scattered around: a^2 , $a+b$, $\frac{2}{3}$, and $\%$. There are also orange dots, green lines, and yellow starburst shapes.

Perencanaan Pembelajaran Mendalam

1. Kerangka Kerja Pembelajaran Mendalam

Kerangka kerja pembelajaran mendalam terdiri atas empat komponen, yaitu (1) dimensi profil lulusan, (2) prinsip pembelajaran, (3) pengalaman belajar, dan (4) kerangka pembelajaran. Kerangka kerja pembelajaran mendalam dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1. Kerangka Kerja Pembelajaran Mendalam

Pembelajaran mendalam difokuskan pada pencapaian delapan dimensi profil lulusan yang merupakan kompetensi dan karakter yang harus dimiliki oleh setiap murid setelah menyelesaikan proses pembelajaran dan pendidikan.

Delapan dimensi tersebut adalah:

1	Keimanan dan Ketakwaan terhadap Tuhan YME	Dimensi Keimanan dan Ketakwaan terhadap Tuhan YME menunjukkan individu yang memiliki keyakinan teguh akan keberadaan Tuhan serta menghayati nilai-nilai spiritual dalam kehidupan sehari-hari. Nilai keimanan ini tercermin dalam perilaku yang berakhlak mulia, penuh kasih, serta bertanggung jawab dalam menjalankan tugas dan kewajibannya.
2	Kewargaan	Dimensi kewargaan menunjukkan individu yang memiliki rasa cinta tanah air, menaati aturan dan norma sosial dalam kehidupan bermasyarakat, memiliki kepedulian, tanggung jawab sosial, serta berkomitmen untuk menyelesaikan masalah nyata yang terkait keberlanjutan manusia dan lingkungan. Fokus kewargaan yaitu kesadaran murid untuk berkontribusi terhadap kebaikan bersama sebagai warga negara dan warga dunia.
3	Penalaran Kritis	Dimensi penalaran kritis menunjukkan individu yang mampu berpikir secara logis, analitis, dan reflektif dalam memahami, mengevaluasi, serta memproses informasi. Murid memiliki keterampilan untuk menganalisis masalah, mengevaluasi argumen, menghubungkan gagasan yang relevan, dan merefleksikan proses berpikir dalam pengambilan keputusan.
4	Kreativitas	Dimensi kreativitas adalah individu yang mampu berpikir secara inovatif, fleksibel, dan orisinal dalam mengolah ide atau informasi untuk menciptakan solusi yang unik dan bermanfaat. Mereka dapat melihat masalah dari berbagai sudut pandang, menghasilkan banyak gagasan, serta menemukan dan mengembangkan alternatif solusi yang efektif.
5	Kolaborasi	Dimensi kolaborasi adalah individu yang mampu bekerja sama secara efektif dengan orang lain secara gotong royong untuk mencapai tujuan bersama melalui pembagian peran dan tanggung jawab. Mereka menjalin hubungan yang kuat, menghargai kontribusi setiap anggota tim, serta menunjukkan sikap saling menghormati meskipun terdapat perbedaan pendapat atau latar belakang.

6 Kemandirian	Dimensi kemandirian artinya murid mampu bertanggung jawab atas proses dan hasil belajarnya sendiri dengan menunjukkan kemampuan untuk mengambil inisiatif, mengatasi hambatan, dan menyelesaikan tugas secara tepat tanpa bergantung pada orang lain. Mereka memiliki kebebasan dalam menentukan pilihan, menguasai dirinya, serta gigih dalam berusaha untuk mencapai tujuan.
7 Kesehatan	Dimensi kesehatan menggambarkan murid yang sehat jasmani, menjalankan kebiasaan hidup sehat, memiliki fisik yang bugar, sehat, dan mampu menjaga keseimbangan kesehatan mental dan fisik untuk mewujudkan kesejahteraan lahir dan batin (<i>well-being</i>).
8 Komunikasi	Murid memiliki kemampuan komunikasi yang baik untuk menyampaikan ide, gagasan, dan informasi dengan jelas serta berinteraksi secara efektif dalam berbagai situasi. Dimensi ini memungkinkan murid untuk berinteraksi dengan orang lain, berbagi serta mempertahankan pendapat, menyampaikan sudut pandang yang beragam, dan aktif terlibat dalam kegiatan yang membutuhkan interaksi dua arah.

Dalam mencapai dimensi tersebut, pembelajaran mendalam berlandaskan tiga prinsip pembelajaran, yaitu **berkesadaran**, **bermakna**, dan **menggembirakan**. Ketiga prinsip ini saling melengkapi dalam menciptakan pengalaman belajar yang mendalam dan berkelanjutan bagi murid.

1 Berkesadaran

Berkesadaran merupakan pengalaman belajar murid yang diperoleh ketika mereka memiliki kesadaran untuk menjadi pelajar yang aktif dan mampu meregulasi diri. Murid memahami tujuan pembelajaran, termotivasi secara intrinsik untuk belajar, serta aktif mengembangkan strategi belajar untuk mencapai tujuan. Ketika murid memiliki kesadaran belajar, mereka akan memperoleh pengetahuan dan keterampilan sebagai pelajar sepanjang hayat.

2 Bermakna

Pembelajaran bermakna terjadi ketika murid dapat menerapkan pengetahuannya secara kontekstual. Proses belajar murid tidak hanya sebatas memahami informasi/penguasaan

konten, namun berorientasi pada kemampuan mengaplikasi pengetahuan. Kemampuan ini mendukung retensi jangka panjang. Pembelajaran terkoneksi dengan lingkungan murid membuat mereka memahami siapa dirinya, bagaimana menempatkan diri, dan bagaimana mereka dapat berkontribusi kembali. Konsep pembelajaran yang bermakna melibatkan murid dengan isu nyata dalam konteks personal/lokal/nasional/global. Pembelajaran dapat melibatkan orang tua, masyarakat, atau komunitas sebagai sumber pengetahuan praktis, serta menumbuhkan rasa tanggung jawab dan kepedulian sosial.

3 Menggembirakan

Pembelajaran yang menggembirakan merupakan suasana belajar yang positif, menantang, menyenangkan, dan memotivasi. Rasa senang dalam belajar membantu murid terhubung secara emosional, sehingga lebih mudah memahami, mengingat, dan menerapkan pengetahuan. Ketika murid menikmati proses belajar, motivasi intrinsik mereka akan tumbuh, mendorong rasa ingin tahu, kreativitas, dan keterlibatan aktif. Dengan demikian, pembelajaran membangun pengalaman belajar yang berkesan. Bergembira dalam belajar juga diwujudkan ketika setiap murid merasa nyaman, murid terpenuhi kebutuhannya seperti pemenuhan kebutuhan fisiologis, kebutuhan rasa aman, kebutuhan kasih sayang dan rasa memiliki, kebutuhan penghargaan, serta kebutuhan aktualisasi diri.

Ketiga prinsip pembelajaran tersebut di atas dilaksanakan melalui olah pikir, olah hati, olah rasa dan olah raga. Keempat upaya tersebut adalah bagian integral dari pendidikan yang membentuk manusia seutuhnya.

Olah pikir (intelektual)

Olah pikir adalah proses pendidikan yang berfokus pada pengasahan akal budi dan kemampuan kognitif, seperti kemampuan untuk memahami, menganalisa, dan memecahkan masalah.

Olah hati (etika)

Olah hati adalah proses pendidikan untuk mengasah kepekaan batin, membentuk budi pekerti, serta menanamkan nilai-nilai moral dan spiritual. Olah hati berfokus pada pengembangan aspek emosional, etika, dan spiritual murid, sehingga mereka mampu memahami perasaan, memiliki empati, dan menjalankan kehidupan dengan berlandaskan kebenaran, kejujuran, dan kebajikan.

Olah rasa (estetika)	Olah rasa adalah proses pendidikan yang bertujuan untuk mengembangkan kepekaan estetika, empati, dan kemampuan menghargai keindahan serta hubungan antar manusia.
Olah raga (kinestetik)	Olah raga adalah bagian dari pendidikan yang bertujuan untuk menjaga dan meningkatkan kesehatan fisik, kekuatan tubuh, serta membentuk karakter melalui kegiatan jasmani. Olah raga tidak hanya berfokus pada kebugaran fisik, tetapi juga pada pengembangan disiplin, ketangguhan, dan kerja sama, yang diperlukan untuk mendukung pendidikan holistik.

Pembelajaran mendalam memberikan pengalaman belajar yang memungkinkan murid untuk memahami, mengaplikasikan, dan merefleksikan materi pembelajaran secara bermakna. Pengalaman belajar ini mencakup berbagai lingkungan dan situasi, serta melibatkan interaksi dengan materi pembelajaran, pendidik, sesama murid, dan lingkungan sekitarnya.

Pengalaman pembelajaran mendalam diciptakan melalui proses memahami, mengaplikasi, dan merefleksi yang digambarkan dan diuraikan sebagai berikut.

1 Memahami

Memahami dalam pendekatan pembelajaran mendalam adalah fase awal pembelajaran yang bertujuan membangun kesadaran murid terhadap tujuan pembelajaran, mendorong murid untuk aktif mengkonstruksi pengetahuan agar murid dapat memahami secara mendalam konsep atau materi dari berbagai sumber dan konteks. Jenis pengetahuan pada fase ini terdiri dari pengetahuan esensial, pengetahuan aplikatif, dan pengetahuan nilai dan karakter.

Pengetahuan Esensial	Pengetahuan Aplikatif	Pengetahuan Nilai dan Karakter
Pengetahuan dasar yang fundamental dalam suatu bidang atau disiplin ilmu, yang harus dipahami dan dikuasai untuk membangun pemahaman yang lebih kompleks dan dapat diterapkan dalam berbagai konteks.	Pengetahuan yang berfokus pada penerapan konsep, teori, atau keterampilan dalam situasi nyata. Pengetahuan ini digunakan untuk menyelesaikan masalah, membuat keputusan, atau menciptakan sesuatu yang berdampak.	Pengetahuan yang berkaitan dengan pemahaman tentang nilai-nilai moral, etika, budaya, dan kemanusiaan yang berperan penting dalam membentuk kepribadian, sikap, dan perilaku seseorang
Contoh: Matematika (konsep dan operasi pada bilangan dan aljabar, pengukuran, geometri, analisis data dan peluang).	Contoh: Matematika (menggunakan pengetahuan dan keterampilan operasi bilangan sebagai alat bantu menyelesaikan masalah sehari-hari dan masalah lainnya)	Contoh: Matematika (memahami pentingnya kolaborasi, teliti, percaya diri, membangun hubungan baik, toleran, serta menunjukkan empati dan kepedulian dalam belajar).

Pada pengalaman belajar memahami, pendidik memantik rasa ingin tahu murid untuk memperoleh pengetahuan yang esensial dan diaplikasikan dalam berbagai konteks, dengan mengintegrasikan dengan nilai dan karakter. Setelah memperoleh pengetahuan, tahap ini mendorong murid untuk memahami informasi yang diperolehnya. Dengan pendekatan aktif dan konstruktif, murid tidak hanya menerima pengetahuan secara pasif, sehingga membentuk fondasi pemahaman yang menjadi dasar untuk mengaplikasi pengetahuan dalam situasi kontekstual atau tahapan selanjutnya.

Karakteristik pengalaman belajar memahami:

- Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya
- Menstimulasi proses berpikir murid
- Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari
- Memberikan kebebasan eksploratif dan kolaboratif
- Menanamkan nilai-nilai moral dan etika dan nilai positif lainnya
- Mengaitkan pembelajaran dengan pembentukan karakter murid

2 Mengaplikasi

Mengaplikasi merupakan pengalaman belajar yang menunjukkan aktivitas murid mengaplikasikan pengetahuan secara kontekstual. Pengetahuan yang diperoleh murid pada tahapan memahami diaplikasikan sebagai proses perluasan pengetahuan. Tahapan ini memberikan kesempatan kepada murid untuk menerapkan pengetahuan baik secara individu maupun kolaboratif. Pendalaman pengetahuan ini dilakukan dalam bentuk pengalaman belajar pemecahan masalah, pengambilan keputusan, dan lain-lain. Pengaplikasian pengetahuan ini mengimplementasikan kebiasaan pikiran dalam mengaplikasi pengetahuan yang melibatkan penerapan pola pikir yang mendukung proses belajar, pemecahan masalah, dan pengambilan keputusan secara efektif. Murid melakukan praktik pemecahan masalah/isu yang kontekstual dan memberikan pengalaman nyata murid. Pendidik menghadirkan isu/masalah dalam konteks lokal/nasional/global atau di dalam dunia profesional. Pendekatan multidisiplin dan interdisiplin antar materi pelajaran berperan penting pada tahapan ini. Pada tahap ini, murid membangun solusi kreatif dan inovatif dalam pemecahan masalah konkret, yang hasilnya dapat berupa produk/kinerja murid. Keterlibatan murid ini dapat memberikan manfaat tidak hanya keterampilan akademik namun juga keterampilan hidup sehingga menumbuhkan kepedulian atas perannya sebagai bagian dari lingkungan sosial.



Pada tahap ini berikan kesempatan pada murid untuk menerapkan keterampilan atau pengetahuan tertentu dalam berbagai konteks. *Sebagai pendidik, kita sebaiknya tidak berasumsi bahwa jika murid sudah belajar suatu pengetahuan atau keterampilan, murid secara otomatis dengan sendirinya mengetahui kapan dan di mana menggunakannya. Penting untuk secara jelas pembelajaran memfasilitasi konteks di mana pengetahuan dan keterampilan tersebut dapat atau tidak dapat diterapkan oleh murid.*

Karakteristik pengalaman belajar mengaplikasi:

- Menghubungkan konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya.
- Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
- Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.
- Berpikir Kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

3 Merefleksi

Merefleksi merupakan proses saat murid mengevaluasi dan memaknai proses serta hasil dari tindakan atau praktik nyata yang telah mereka lakukan. Refleksi ini bertujuan untuk memahami sejauh mana tujuan pembelajaran tercapai, serta mengeksplorasi kekuatan, tantangan, dan area yang perlu diperbaiki. Tahap refleksi melibatkan regulasi diri sebagai kemampuan individu untuk mengelola proses belajarnya secara mandiri, meliputi perencanaan, pelaksanaan, pengawasan, dan evaluasi terhadap cara belajar mereka.

Regulasi diri memungkinkan murid untuk mengambil tanggung jawab atas pembelajaran mereka sendiri, meningkatkan motivasi intrinsik, dan mencapai tujuan belajar secara efektif. Dalam proses ini, murid menerima umpan balik yang spesifik dan relevan dari pendidik, teman sebaya, komunitas, atau pihak terkait untuk membantu mereka meningkatkan kompetensi. Refleksi dilakukan secara personal untuk pengembangan diri dan secara kontekstual untuk memahami kontribusi dan peran mereka dalam lingkungan sosial. Dengan refleksi yang efektif, murid tidak hanya menyadari keberhasilan dan kekurangannya, tetapi juga mampu merumuskan langkah-langkah konkret untuk perbaikan di masa depan, sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna dan berkelanjutan.

Dalam pengalaman belajar merefleksi, murid tidak hanya diminta untuk mengulang atau mengingat kembali materi yang telah dipelajari, tetapi diarahkan untuk mengonstruksi kembali pemahamannya secara kritis, menghubungkannya dengan konteks yang lebih luas, serta mengidentifikasi implikasi atau kemungkinan penerapan dalam situasi berbeda. Proses ini melibatkan keterampilan metakognitif, seperti menyadari cara berpikir mereka sendiri, mengevaluasi strategi yang digunakan saat belajar, serta menilai keberhasilan atau hambatan dalam pencapaian tujuan belajar. Dengan demikian, refleksi berfungsi sebagai jembatan antara pengalaman belajar dan transfer pengetahuan, memungkinkan murid untuk menggeneralisasi prinsip-prinsip inti, memformulasikan pertanyaan baru, serta mengembangkan alternatif ide atau solusi yang dapat diterapkan di luar konteks awal pembelajaran.

Pendekatan ini memperkuat pembelajaran mendalam karena mendorong murid menjadi pelajar aktif, reflektif, dan adaptif. Hal inilah yang menjadi pembeda antara pengalaman belajar merefleksi dengan refleksi sebagai bagian dari proses pembelajaran.

Karakteristik pengalaman belajar merefleksi:

- a. Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
- b. Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).
- c. Menerapkan strategi berpikir.
- d. Memiliki kemampuan metakognisi (meregulasi diri dalam pembelajaran).
- e. Meregulasi emosi dalam pembelajaran.

Pertanyaan pada tahap refleksi dapat mendorong murid untuk berpikir kritis terhadap dirinya dan proses belajarnya, sehingga murid dapat mengevaluasi kebermanfaatan dari ide yang telah diberikan, menganalisis keberhasilan/tantangan dari proyek/produknya yang sudah dihasilkan, merancang strategi yang akan dilakukan untuk lebih berperan atau mengembangkan diri selanjutnya.

Penerapan pembelajaran mendalam juga melibatkan empat komponen penting yang saling mendukung dan membentuk pengalaman belajar yang holistik bagi murid. Keempat komponen ini adalah praktik pedagogis, lingkungan pembelajaran, pemanfaatan teknologi digital, dan kemitraan pembelajaran.

1 Praktik Pedagogis

Praktik pedagogis merujuk pada strategi mengajar yang dipilih pendidik untuk mencapai tujuan belajar dalam mencapai dimensi profil lulusan. Untuk mewujudkan pembelajaran mendalam pendidik berfokus pada pengalaman belajar murid yang autentik, mengutamakan praktik nyata, mendorong keterampilan berpikir tingkat tinggi dan kolaborasi. Pembelajaran mendalam dapat dilaksanakan menggunakan berbagai praktik pedagogis dengan menerapkan tiga prinsip yaitu **berkesadaran, bermakna, menggembirakan**, contohnya: pembelajaran berbasis inkuiri, pembelajaran berbasis proyek, pembelajaran berbasis masalah, pembelajaran kolaboratif, pembelajaran stem (*science, technology, engineering, mathematic*), pembelajaran berdiferensiasi, diskusi, peta konsep, *advance organizer*, kerja kelompok, dan sebagainya.

2 Lingkungan Pembelajaran

Lingkungan pembelajaran menekankan integrasi antara ruang fisik, ruang virtual, dan budaya belajar untuk mendukung pembelajaran mendalam.

- a. Budaya belajar yang dikembangkan agar tercipta iklim belajar yang aman, nyaman, dan saling memuliakan untuk pembelajaran yang kondusif, interaktif, dan memotivasi murid bereksplorasi, berekspresi, dan kolaborasi.
- b. Optimalisasi ruang fisik sebagai proses interaksi langsung dalam menciptakan suasana belajar yang kondusif, meningkatkan kenyamanan, serta mendukung pembelajaran mendalam seperti ruang kelas, ruang konseling, laboratorium, lingkungan satuan pendidikan, perpustakaan, lingkungan/alam sekitar, ruang seni, ruang praktik keterampilan, ruang ibadah, aula/auditorium, museum, dan lainnya.
- c. Pemanfaatan ruang virtual untuk interaksi, transfer ilmu, penilaian pembelajaran tanpa keterbatasan ruang fisik, seperti desain pembelajaran daring, platform pembelajaran daring/hybrid, dan penilaian daring, dan lainnya.

Dengan integrasi ketiga aspek tersebut, proses pembelajaran tidak hanya mendukung perkembangan pengetahuan, tetapi juga membentuk murid yang adaptif dan menjadi pembelajaran mandiri. Misalnya dengan menerapkan Model *"Flipped Classroom"*, murid dapat mempelajari materi dasar di rumah (melalui video atau bacaan), kemudian menggunakan waktu di kelas untuk berdiskusi dan mengerjakan proyek.

3 Pemanfaatan Teknologi Digital

Pemanfaatan teknologi digital juga memegang peran penting sebagai katalisator untuk menciptakan pembelajaran yang lebih interaktif, kolaboratif, dan kontekstual. Tersedianya beragam sumber belajar menjadi peluang menciptakan pengetahuan bermakna pada murid. Peran teknologi digital tidak terbatas hanya sebagai alat presentasi dan penyedia informasi namun teknologi digital dapat dimanfaatkan dalam perencanaan, pelaksanaan, dan asesmen pembelajaran. Murid mendapatkan pengalaman belajar yang lebih interaktif, fleksibel, dan kolaboratif.

Sebagai contoh, dalam perencanaan pembelajaran, teknologi digital dapat digunakan untuk merancang perencanaan pembelajaran, menyusun perencanaan pembelajaran berbasis proyek, mendesain bahan ajar visual dan infografis, serta membuat konten interaktif seperti kuis dan simulasi. Pada tahap pelaksanaan, teknologi digital memfasilitasi pemanfaatan website sebagai sumber belajar, perpustakaan digital, video edukasi, multimedia interaktif, simulasi, animasi, dan gamifikasi. Sementara itu, dalam asesmen pembelajaran, teknologi digital dapat dimanfaatkan untuk pembuatan tes formatif interaktif, serta pengelolaan portofolio digital. Dengan demikian, teknologi digital menjadi alat yang integral dalam mendukung proses pembelajaran yang lebih efektif dan inovatif.

4 Kemitraan pembelajaran

Kemitraan pembelajaran akan membentuk hubungan yang kolaboratif untuk memberikan pengalaman belajar, kebaruan informasi serta umpan balik kepada murid melalui pengetahuan yang kontekstual dan nyata. Pendekatan ini memindahkan kontrol pembelajaran dari pendidik saja menjadi kolaborasi bersama. Pendidik membangun peran murid sebagai rekan belajar yang aktif mendesain dan mengarahkan strategi belajar mereka. Pendidik dapat melibatkan keluarga, masyarakat, atau komunitas sebagai mitra yang memberikan dukungan serta konteks otentik dalam pembelajaran. Pendidik juga dapat memfasilitasi koneksi dengan ahli atau mitra profesional untuk memberikan umpan balik dan meningkatkan relevansi pembelajaran.

Kemitraan pembelajaran dapat dibangun dalam berbagai lingkup, seperti lingkungan satuan pendidikan (melibatkan kepala satuan pendidikan, pengawas satuan pendidikan, pendidik, dan murid), lingkungan luar satuan pendidikan (melibatkan MGMP, mitra profesional, dunia usaha, industri, institusi pendidikan, dan media), serta masyarakat (melibatkan orang tua, komunitas, tokoh masyarakat, dan organisasi keagamaan atau budaya). Dengan melibatkan berbagai pihak, kemitraan ini tidak hanya memperkaya pengalaman belajar murid tetapi juga memperluas jaringan dan sumber daya yang mendukung terciptanya pembelajaran yang holistik dan berkelanjutan.



Integrasi (1) praktik pedagogis, (2) kemitraan pembelajaran, (3) lingkungan pembelajaran, dan (4) pemanfaatan teknologi mewujudkan pembelajaran mendalam yang efektif dan mendukung terwujudnya prinsip pembelajaran bermakna, berkesadaran, dan menggembirakan.

2. Penyusunan Alur Tujuan Pembelajaran

Tahapan dalam menyusun ATP dapat dimulai dengan:

- a. Merumuskan atau menyusun tujuan-tujuan pembelajaran (TP) dalam satu fase berdasarkan deskripsi CP pada tiap elemen atau domain mata pelajaran.

TP dirumuskan dari hasil analisis dan penjabaran dari CP sesuai fase. Rumusan TP dapat dilakukan per elemen atau lintas elemen sesuai dengan taksonomi yang dirumuskan dalam CP. Perumusan tujuan pembelajaran matematika dapat dikaitkan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari, mata pelajaran lain, ilmu pengetahuan dan teknologi, atau kebutuhan isu-isu prioritas secara global dan kearifan lokal daerah seperti perubahan

iklim, literasi finansial, kesehatan, kesetaraan gender serta isu aktual dan strategis lainnya berdasar karakteristik, potensi, dan kebutuhan daerah, satuan pendidikan dan murid.

Pendidik dapat juga menyusun TP berdasar contoh atau model tujuan pembelajaran yang telah ada melalui proses penyesuaian, modifikasi, atau adaptasi sesuai dengan hasil analisis kondisi, kebutuhan, karakteristik, dan sumber daya dari murid dan satuan pendidikan. Penyesuaian dilakukan untuk memastikan bahwa topik, konsep, materi, tema, isu, kompetensi, keterampilan, dan/atau keahlian yang dipelajari tetap relevan, menantang dan sesuai dengan kebutuhan, untuk kemudian dilanjutkan dengan menyusun perencanaan pembelajaran. Perumusan TP di SMK, perlu disesuaikan, dikontekstkan dan diperkaya sesuai dengan kebutuhan, alokasi waktu, sumber daya, dan karakteristik kejuruan serta kebutuhan dunia usaha dan industri sehingga matematika menjadi alat bantu yang efisien dalam memahami dan menerapkan materi-materi kejuruan.

TP dirumuskan dengan mengidentifikasi dan menganalisis cakupan dan kedalaman 'kompetensi' dan 'lingkup materi' pada CP. Pilihan untuk merumuskan TP dalam satu fase dapat menggunakan strategi berikut.

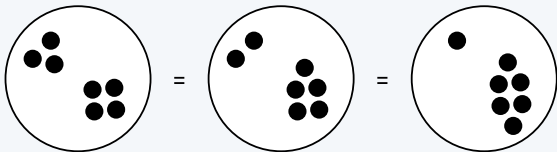
- 1) Merumuskan TP secara langsung berdasarkan CP. Alternatif ini dilakukan dengan menganalisis esensi dari kompetensi setiap elemen untuk dirumuskan secara langsung menjadi beberapa TP yang lebih operasional pada tiap elemen.
- 2) Merumuskan TP lintas elemen. Alternatif ini dilakukan dengan mengidentifikasi dan menganalisis elemen-elemen CP (termasuk pada tingkat antar subelemen) yang berkarakteristik sama atau berkaitan sehingga dapat diintegrasikan untuk dirumuskan menjadi beberapa TP yang bersifat holistik dan lebih operasional.

Dalam menyusun tujuan pembelajaran, dapat menggunakan kriteria atau prinsip SMART (*specific, measurable, achievable, relevant, dan time bound*), yaitu rumusan tujuan pembelajaran harus bersifat spesifik, dapat diukur, dapat dicapai oleh murid dalam durasi waktu tertentu, serta relevan dengan kebutuhan dan kehidupan sehari-hari. Menggunakan prinsip SMART dalam menyusun tujuan pembelajaran akan membantu memastikan bahwa tujuan tersebut bersifat jelas, spesifik, dan lebih terfokus, memudahkan untuk melacak kemajuan dan mengetahui ketercapaian tujuan. Dengan prinsip ini, TP dapat dicapai dengan sumber daya, waktu, dan kondisi yang ada, relevan dalam mendukung tujuan yang lebih besar, serta memiliki arti penting dalam konteks yang lebih luas sehingga memiliki kemungkinan tinggi untuk berhasil dicapai.

- b. Menyusun Alur Tujuan pembelajaran (ATP) dalam satu fase. ATP merupakan rangkaian tujuan-tujuan pembelajaran dalam satu fase yang telah dialurkan dan diurutkan secara kronologis, logis, dan sistematis sesuai kriteria urutan pembelajaran dari mudah ke sulit, sederhana ke kompleks, konkret ke abstrak, dekat ke jauh, bergradasi secara konseptual, dan sesuai dengan urutan perkembangan belajar murid.

ATP dapat disusun lintas elemen dalam satu fase yang disesuaikan dengan kebutuhan, karakteristik mata pelajaran, dan konteks pembelajaran untuk murid. ATP disusun secara linear sebagaimana urutan kegiatan pembelajaran yang dilakukan dari hari ke hari. Penyusunan ATP dari materi-materi pelajaran tidak berarti harus menggunakan urutan elemen konten dalam CP. Pendidik dapat menyiapkan ATP dengan cara menyusun sendiri, mengembangkan berdasarkan contoh yang tersedia (dari pemerintah), atau menggunakan langsung contoh yang disediakan sesuai dengan kebutuhan belajar murid.

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase A Kelas I

1	B.1 Membilang benda, mengenali banyak benda dalam satu kumpulan tanpa membilang (subitasi), mengenali dan menyatakan kumpulan benda yang sama banyak, lebih banyak atau lebih sedikit.
2	B.3 Mengurutkan bilangan maju dan mundur, komposisi dan dekomposisi bilangan sampai 20, dan menentukan nilai tempat sampai 20.
3	B.2 Membaca dan menulis bilangan sampai 20 dengan korespondensi satu-satu.
4	B.4 Menyelesaikan operasi penjumlahan sampai 20 dengan menggunakan berbagai strategi dan alat bantu benda konkret.
5	B.5 Menyelesaikan operasi pengurangan sampai 20 dengan menggunakan berbagai strategi dan alat bantu benda konkret.
6	B.6 Memecahkan soal cerita sederhana yang melibatkan penjumlahan dan pengurangan sampai 20.
7	B.7 Menuliskan kalimat matematika dan menentukan bilangan yang belum diketahui dari soal cerita sederhana yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan dua bilangan sampai dengan 20.
8	B.8 Menunjukkan setengah sebagai hasil pembagian sebuah benda atau kumpulan objek menjadi dua bagian sama besar atau sama banyak serta pembagian berulang akan menghasilkan seperempat.
9	A.3 Mengurutkan dan mengelompokkan benda dengan pola tertentu serta menjelaskan polanya.
10	A.1 Menjelaskan makna simbol “=” pada berbagai bentuk kalimat matematika pada operasi bilangan cacah sampai 20 dengan diagram atau gambar. Misal: 

11	G.1 Mengidentifikasi, mendeskripsikan, dan menyebutkan bentuk-bentuk bangun datar di lingkungan sekitar (segitiga, persegi, persegi panjang, lingkaran).
12	P.1 Membandingkan panjang secara langsung dan tidak langsung ukuran benda-benda dalam dengan menggunakan bahasa sehari-hari (lebih panjang, lebih tinggi, sama panjang, lebih pendek).
13	P.2 Melakukan pengukuran dan menentukan panjang benda dengan satuan tidak baku.
14	P.3 Membandingkan berat secara langsung dan tidak langsung benda-benda dengan menggunakan bahasa sehari-hari (lebih berat, lebih ringan atau sama berat).

Keterangan:

- Kode B (B.1., B.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen bilangan
- Kode A (A.1., A.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen aljabar
- Kode P (P.1., P.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen pengukuran
- Kode G (G.1., G.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen geometri
- Kode D (D.1., D.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen Analisis Data dan Peluang

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase A Kelas II

1	B.2 Membaca dan menulis bilangan sampai 100.
2	B.3 Melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan serta menentukan nilai tempat sampai 100.
3	B.4 Menyelesaikan operasi penjumlahan sampai 20 dengan menggunakan simbol +, -, =.
4	B.5 Menyelesaikan operasi pengurangan sampai 20 dengan menggunakan simbol +, -, =, serta kaitannya dengan bentuk penjumlahan.
5	B.6 Menyelesaikan masalah rutin dan non-rutin yang melibatkan penjumlahan dan pengurangan sampai 20.
6	B.9 Menyatakan pecahan setengah dan seperempat ke berbagai bentuk representasi gambar dan menuliskannya ke simbol $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{4}$.
7	B.8 Menggunakan konsep setengah dan seperempat dalam pemecahan masalah sehari-hari.
8	A.3 Menyalin, melanjutkan, dan membuat pola dengan gambar, warna, suara atau jenis pola lainnya.
9	A.4 Mendeskripsikan dan melanjutkan pola non-bilangan yang dibuat dengan menggunakan atribut (warna, bentuk, ukuran) pada benda.

10	G.2 Mengidentifikasi, mendeskripsikan, dan mengelompokkan bangun datar berdasarkan ciri atau sifat tertentu.
11	G.3 Menyusun (komposisi) dan menguraikan (dekomposisi) bentuk-bentuk bangun datar untuk membentuk bentuk-bentuk bangun datar lainnya.
12	G.4 Mengidentifikasi, mendeskripsikan, dan menyebutkan bangun ruang di lingkungan sekitar (kubus, balok, kerucut, dan bola).
13	G.5 Mengidentifikasi, mendeskripsikan, dan mengklasifikasikan benda benda bangun ruang berdasar ciri atau sifatnya (sisi, simpul, sudut).
14	G.6 Menjelaskan posisi suatu objek terhadap objek lainnya (sebelah kanan, kiri, depan, belakang, atas, bawah).
15	P.4 Membandingkan durasi waktu dari sebuah kejadian atau aktivitas.
16	G.7 Menggunakan petunjuk arah, jarak atau langkah-langkah dari satu lokasi ke lokasi lain untuk mencapai lokasi tujuan secara efektif.
17	D.1 Mengurutkan data dari banyak benda yang paling sedikit ke yang paling banyak.
18	D.2 Menyortir dan mengelompokkan data dari benda-benda acak menjadi 4 kategori (misal warna, ukuran, bentuk, sifat, atau kategori lainnya).

Keterangan:

- Kode B (B.1., B.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen bilangan
- Kode A (A.1., A.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen aljabar
- Kode P (P.1., P.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen pengukuran
- Kode G (G.1., G.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen geometri
- Kode D (D.1., D.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen Analisis Data dan Peluang

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase B

No.	Alur Tujuan Pembelajaran
Kelas III	
1	Menunjukkan pemahaman dan intuisi bilangan (<i>number sense</i>) pada bilangan cacah sampai 10.000.
2	Membaca, menulis, menentukan nilai tempat, membandingkan, mengurutkan, menggunakan nilai tempat, melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan cacah sampai 10.000.
3	Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah sampai 1.000.
4	Mengisi nilai yang belum diketahui dalam sebuah kalimat matematika yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan pada bilangan cacah sampai 100.

No.	Alur Tujuan Pembelajaran
5	Mengidentifikasi, meniru, dan mengembangkan pola gambar atau objek sederhana dan pola bilangan membesar dan mengecil yang melibatkan penjumlahan dan pengurangan pada bilangan cacah sampai 100.
6	Melakukan operasi perkalian dan pembagian bilangan cacah sampai 100 menggunakan benda-benda konkret, gambar dan simbol matematika.
7	Menyelesaikan masalah berkaitan dengan kelipatan dan faktor.
8	Menyelesaikan masalah berkaitan dengan uang menggunakan ribuan sebagai satuan.
Kelas IV	
9	Mengenali pecahan senilai menggunakan gambar dan simbol matematika.
10	Membandingkan dan mengurutkan antar-pecahan dengan pembilang satu dan antar-pecahan dengan penyebut yang sama.
11	Menunjukkan pemahaman dan intuisi bilangan (number sense) pada bilangan desimal.
12	Menyatakan pecahan desimal persepuluhan dan perseratusan, serta menghubungkan pecahan desimal perseratusan dengan konsep persen.
13	Mendeskripsikan ciri berbagai bentuk bangun datar (segiempat, segitiga, segi banyak).
14	Menyusun (komposisi) dan menguraikan (dekomposisi) berbagai bangun datar (segiempat, segitiga, segi banyak).
15	Mengukur panjang dan berat benda menggunakan satuan baku.
16	Menentukan hubungan antar-satuan baku panjang (cm, m).
17	Mengukur dan mengestimasi luas dan volume menggunakan satuan tidak baku dan satuan baku berupa bilangan cacah.
18	Mengurutkan, membandingkan, dan menyajikan data dalam bentuk tabel, diagram gambar, pictogram, dan diagram batang (skala satu satuan).
19	Menganalisis dan menginterpretasi data dalam bentuk tabel, diagram gambar, pictogram, dan diagram batang (skala satu satuan).

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase C

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
Kelas V	
1	B1. Menunjukkan kemampuan membaca, menulis, bilangan cacah sampai 1.000.000
2	B2. Menentukan nilai tempat, membandingkan, mengurutkan, melakukan komposisi dan dekomposisi bilangan bilangan cacah sampai 1.000.000 menggunakan nilai tempat.
3	B3. Menyelesaikan masalah sehari-hari yang terkait dengan uang.
4	B4. Melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian bilangan cacah 100.000 dengan prosedur yang benar.
5	B5. Menentukan kelipatan dan faktor dari suatu bilangan.
6	B6. Menentukan KPK dan FPB dari 2 dan 3 bilangan
7	B7. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang terkait dengan KPK dan FPB
8	B8. Membandingkan, mengurutkan berbagai pecahan termasuk pecahan campuran
9	B9. Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan termasuk pecahan yang berbeda penyebutnya.
10	B10. Melakukan operasi perkalian dan pembagian pecahan dengan bilangan asli dan sebaliknya.
11	B11. Mengubah pecahan menjadi berbagai bentuk pecahan (pecahan campuran, desimal, persen).
12	B12. Membandingkan, mengurutkan bilangan desimal.
13	A1. Memahami sifat-sifat bilangan dan operasi hitung (komutatif, asosiatif, distributif).
14	A2. Menentukan nilai yang belum diketahui dalam kalimat matematika yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah 1000.

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
15	A3. Mengidentifikasi, meniru, dan mengembangkan pola bilangan membesar dan mengecil yang melibatkan perkalian dan pembagian.
16	A4. Menentukan bilangan selanjutnya atau sebelumnya dari pola bilangan tertentu yang melibatkan perkalian dan pembagian.
Kelas VI	
17	A5. Memahami konsep rasio dan menggunakan bahasa rasio untuk menjelaskan hubungan perbandingan antara dua besaran.
18	A6. Menentukan kesamaan rasio dengan menggunakan tabel rasio.
19	A7. Menentukan rasio satuan.
20	A8. Menentukan rasio bagian terhadap bagian dan rasio bagian terhadap keseluruhan.
21	A9. Menyelesaikan masalah sehari-hari dengan rasio.
22	A10. Menggunakan operasi perkalian dan pembagian dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yang terkait dengan proporsi.
23	P1. Menentukan keliling dan luas berbagai bentuk bangun datar (segitiga, segiempat, dan segi banyak) serta gabungannya.
24	P2. Memahami konsep durasi waktu.
25	P3. Menjelaskan, membaca gerakan jarum jam.
26	P4. Mengubah satuan waktu (detik, menit, jam, hari, bulan, windu, dan lain-lain).
27	P5. Menyelesaikan masalah sehari-hari yang terkait dengan durasi waktu.
28	P6. Memahami konsep besar sudut.
29	P7. Mengidentifikasi, menunjukan, menggambar jenis-jenis sudut.
30	P8. Mengukur besar sudut menggunakan penggaris busur.

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
31	P9. Menentukan sudut yang belum diketahui pada bangun datar.
32	G1. Mengonstruksi dan mengurai bangun ruang (kubus, balok, dan gabungannya).
33	G2. Mengenali, menggambarkan visualisasi spasial (bagian depan, atas, dan samping).
34	G3. Membandingkan karakteristik antar bangun datar dan antar bangun bangun ruang.
35	G4. Menentukan lokasi pada peta menggunakan sistem berpetak.
36	D1. Mengurutkan, membandingkan, menyajikan, dan menganalisis data banyak benda dan data hasil pengukuran dalam bentuk gambar, piktogram, diagram batang, dan tabel frekuensi untuk mendapatkan informasi.
37	D2. Menentukan, menggambar skala kemungkinan (tidak mungkin, kurang mungkin, mungkin, sangat mungkin, pasti).
38	D3. Menentukan kejadian dengan kemungkinan yang lebih besar dalam suatu percobaan acak.

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase D

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
Kelas VII	
1	B.1. Menjelaskan, menyatakan, membandingkan, mengurutkan, dan menentukan hasil operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) bilangan bulat.
2	B.2. Menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional, termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial.
3	B.3. Mengidentifikasi, menyatakan, membandingkan, menentukan operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian), menaksir, dan melakukan estimasi bilangan rasional serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
4	B.4. Menjelaskan, membedakan, membandingkan, dan menentukan rasio (skala, proporsi, dan laju perubahan) serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
5	A.1. Mengidentifikasi, menentukan, dan memprediksi pola susunan benda dan bilangan serta menyelesaikan permasalahan yang terkait.
6	A.2. Mengidentifikasi dan menentukan unsur-unsur (suku, konstanta, koefisien, dan variabel), menggunakan sifat-sifat dan operasi hitung bentuk aljabar serta memodelkan suatu permasalahan menjadi suatu bentuk aljabar dan menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang terkait.
7	G.1. Mengidentifikasi dan menentukan sifat sudut yang terbentuk dari dua garis berpotongan, dua garis sejajar yang dipotong garis lain (garis transversal), serta mengestimasi besar sudut (pelurus, penyiku, sehadap, dan bersebrangan).
8	G.2. Mengidentifikasi dan menentukan sifat dan syarat dua benda sebangun (termasuk kesebangunan segitiga) dan menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
9	D.1. Melakukan investigasi, mengumpulkan, mengolah, menginterpretasi dan menganalisis data serta membedakan jenis data dan menentukan grafik yang sesuai.
10	D.2. Menggunakan, menyajikan, membuat, dan menginterpretasi diagram batang dan diagram lingkaran serta melakukan estimasi berdasarkan data.
Kelas VIII	
11	B.5. Membaca, menulis, mengidentifikasi, menjelaskan, dan membandingkan bilangan berpangkat bulat serta menggunakannya dalam konteks kehidupan sehari-hari dan pemecahan masalah sederhana.
12	B.6. Mengidentifikasi, mengubah, menentukan hasil operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) dan merasionalkan bentuk akar serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait
13	B.7. Mengidentifikasi dan mengubah bentuk baku serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
14	G.3. Menganalisis dan menentukan teorema Pythagoras, tripel Pythagoras, panjang sisi segitiga, dan perbandingan sisi segitiga siku-siku istimewa, serta menyelesaikan permasalahan yang terkait (termasuk menghitung jarak antara dua titik pada bidang koordinat Kartesius).
15	A.3. Menentukan, memodelkan dan menemukan persamaan linier satu variabel serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
16	A.4. Menentukan, memodelkan dan menemukan pertidaksamaan linier satu variabel serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.

No.	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
17	A.5. Menjelaskan, menentukan dan menyajikan relasi dan fungsi serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
18	A.6. Mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi linear dan grafiknya (fungsi yang grafiknya berupa garis lurus, berbentuk umum $y = ax + b$, dengan a dan b sebagai konstanta, grafik berupa garis lurus, gradien/kemiringan) serta membedakan dengan fungsi non linear.
Kelas IX	
19	D.3. Mengidentifikasi sampel dan populasi dari objek penelitian atau survei sederhana serta menjelaskan teknik sampling dalam penelitian atau pengumpulan data.
20	D.4. Menentukan dan menafsirkan rata-rata (mean), median, modus, dan jangkauan (range) suatu data serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan pemusatan data.
21	A.7. Mengidentifikasi, memodelkan dan menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan metode (grafik, substitusi, eliminasi, dan campuran) serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
22	G.4. Membuat dan menentukan jaring-jaring dengan bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun ruang tersebut dari jaring-jaringnya.
23	P.1. Menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar dan menyelesaikan masalah yang terkait.
24	P.2. Menjelaskan, menentukan keliling, luas, busur, sudut, dan luas juring lingkaran.
25	P.3. Menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung dan menyelesaikan masalah yang terkait.
26	G.5. Menjelaskan dan menerapkan karakteristik transformasi geometri (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi) dengan menggunakan koordinat kartesius serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.
27	G.6. Menjelaskan dan menentukan syarat-syarat dua bangun saling kongruen, dan menerapkan kekongruenan dalam permasalahan yang terkait.
28	D.5. Mengidentifikasi dan menentukan ruang sampel suatu kejadian, serta menentukan nilai peluang suatu kejadian pasti dan kejadian mustahil.
29	D.6. Menentukan frekuensi relatif, peluang teoritik, dan frekuensi harapan serta menyelesaikan permasalahan kontekstual yang terkait.

Keterangan:

- Kode B (B.1., B.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen bilangan
- Kode A (A.1., A.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen aljabar
- Kode P (P.1., P.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen pengukuran
- Kode G (G.1., G.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen geometri
- Kode D (D.1., D.2, dst) artinya kode untuk tujuan pembelajaran elemen Analisis Data dan Peluang

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase E

No.	Alur Tujuan Pembelajaran
1	Menggeneralisasi sifat-sifat bilangan berpangkat (termasuk bilangan pangkat pecahan) dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
2	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan linear dua variabel.
3	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat (termasuk akar imajiner).
4	Menggunakan persamaan eksponensial (berbasis/bilangan pokok sama) dan fungsi eksponensial dalam penyelesaian masalah kontekstual.
5	Menentukan nilai perbandingan trigonometri (sin, cos, dan tan) pada segitiga siku-siku.
6	Menentukan perbandingan trigonometri (csc, sec, dan cot) pada segitiga siku-siku.
7	Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku, menggunakan nilai perbandingan trigonometri.
8	Menentukan nilai perbandingan trigonometri di empat kuadran pada Koordinat Cartesius.
9	Menjelaskan sifat-sifat perbandingan trigonometri di empat kuadran pada Koordinat Cartesius.
10	Menentukan nilai perbandingan trigonometri (sin, cos, dan tan) pada sudut-sudut istimewa.
11	Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan penerapan perbandingan trigonometri dalam berbagai situasi nyata.
12	Merepresentasikan dan menginterpretasi data dengan menggunakan jangkauan kuartil dan interkuartil, serta membuat dan menginterpretasi diagram box plot (box and whisker plot).
13	Menentukan dan menggunakan box plot, histogram dan dot plot sesuai dengan natur (karakteristik) data dan kebutuhan.
14	Menggunakan diagram pencar untuk menyelidiki dan menjelaskan hubungan antara dua variabel numerik/ kuantitatif (termasuk salah satunya variabel bebas berupa waktu).
15	Mengevaluasi laporan statistika di media berdasarkan tampilan statistika dan representasi data.

Contoh Rumusan ATP dari CP Matematika Fase F

No.	Alur Tujuan Pembelajaran
Kelas XI	
1	Memahami konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri).
2	Menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri).
3	Memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas.
4	Menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model pinjaman dan investasi.
5	Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
6	Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
7	Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
8	Mengidentifikasi hubungan antara unsur-unsur lingkaran (sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, sudut dalam, jari-jari, tali busur, panjang busur dan garis singgung).
9	Menentukan besar sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, dan sudut dalam.
10	Menerapkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.
Kelas XII	
11	Melakukan proses penyelidikan statistika untuk hubungan asosiasi antara dua variabel.
12	Mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif).
13	Memperkirakan model linear terbaik (best fit) pada data numerikal (kuantitatif).
14	Membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat.
15	Memahami konsep permutasi dan kombinasi.
16	Menyelesaikan masalah dengan menggunakan permutasi dan kombinasi.
17	Menentukan peluang dan frekuensi harapan kejadian majemuk.
18	Memahami konsep peluang bersyarat menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.
19	Memahami konsep kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.
20	Menyelesaikan permasalahan kontekstual dengan menggunakan peluang kejadian majemuk.

3. Penerapan Perencanaan Pembelajaran Mendalam

Dalam menyusun perencanaan pembelajaran, pendidik diharapkan merancang pembelajaran secara mendalam seperti pada gambar berikut.



Gambar 63. Perencanaan Pembelajaran dengan Pembelajaran Mendalam

Perencanaan pembelajaran dirancang dan disusun secara adaptif dan fleksibel sesuai dengan: kebutuhan dan karakteristik murid, ketersediaan sumber daya satuan pendidikan termasuk SDM baik dengan alat bantu atau tanpa alat bantu teknologi, serta lingkungan fisik serta kondisi ekonomi, sosial dan budaya daerah, berdasarkan prinsip-prinsip pembelajaran mendalam , yaitu:

1. berorientasi pada pembelajaran berkesadaran, bermakna dan menggembirakan,
2. memastikan murid mendapatkan pengalaman belajar melalui aktivitas memahami, mengaplikasi dan merefleksi.

Pendidik dapat merancang perencanaan pembelajaran secara terpisah atau integrasi antar elemen konten (termasuk dikaitkan dengan materi, mata pelajaran, maupun isu/tema prioritas lainnya) sesuai dengan karakteristik dari materi pelajaran. Pembelajaran materi pelajaran pada elemen konten dalam CP adalah untuk mencapai kompetensi dalam elemen proses (penalaran dan pembuktian matematis, pemecahan masalah matematis, komunikasi, representasi matematis, dan koneksi matematis). Penekanan kompetensi dari elemen proses pada setiap perencanaan pembelajaran adalah proporsional sesuai dengan karakteristik dan relevansi materi pelajaran dan perkembangan belajar murid. Dokumen perencanaan pembelajaran yang dikembangkan atau disiapkan oleh pendidik dapat berupa modul ajar, rencana pelaksanaan pembelajaran atau bentuk perencanaan pembelajaran lainnya.

Pada pendidikan menengah kejuruan, perumusan atau penyusunan perencanaan pembelajaran juga harus mempertimbangkan kompetensi yang dibutuhkan oleh dunia kerja serta mengacu pada jenjang kualifikasi keahlian tertentu atau sesuai kebutuhan hidup mandiri. Sedangkan pada satuan pendidikan kesetaraan, pengelolaan pembelajaran perlu dirancang dengan beragam strategi dan lebih fleksibel melalui pembelajaran sinkronus dalam bentuk tatap muka maupun daring, pembelajaran asinkronus dalam bentuk tutorial maupun belajar mandiri, atau kombinasinya secara proporsional sesuai dengan kebutuhan dan karakteristik murid yang beragam usia, kebutuhan belajar, karakteristik pekerjaan dan sumber daya murid dan latar belakang lainnya.

Selain dapat dirancang sebagai pembelajaran mata pelajaran seperti yang telah diatur dalam struktur kurikulum, pembelajaran matematika dapat juga dirancang dalam bentuk terintegrasi atau terpadu dengan bidang kajian atau mata pelajaran lain yang relevan. Pembelajaran terintegrasi merupakan pembelajaran kolaboratif antar konsep/keterampilan lintas mata pelajaran (*team teaching*) dengan menerapkan kegiatan dan asesmen lebih terpadu untuk memperdalam kompetensi.

Komponen perencanaan pembelajaran minimal memuat tujuan pembelajaran (TP), dimensi profil lulusan yang relevan dengan TP, kegiatan/langkah-langkah pembelajaran yang merupakan pengalaman belajar murid, asesmen, serta sarana/media/alat/bahan/sumber belajar untuk mendukung pembelajaran efektif. Penyusunan perencanaan pembelajaran dapat dimulai melalui tahapan berikut.

- a. menyusun dan menganalisis alur tujuan pembelajaran (ATP). Karena ATP disusun dalam satu fase, maka sebelum menyusun perencanaan pembelajaran, pendidik perlu melakukan pemetaan tujuan-tujuan pembelajaran dari ATP ke dalam program pembelajaran tahunan dan semester.
- b. menganalisis dan memilih tema/isu/topik/materi pembelajaran dari tujuan pembelajaran pada ATP yang sesuai dengan materi esensial.
- c. memilih dimensi profil lulusan yang relevan dengan TP.
- d. mengidentifikasi berbagai kompetensi matematika yang dapat dibangun dari TP sebagai kriteria atau indikator pencapaian berdasar karakteristik TP, konteks terkait materi, serta penguatan karakter sesuai dengan dimensi profil lulusan yang relevan.
- e. mengidentifikasi berbagai pendekatan, strategi, kegiatan, aktivitas, praktik atau model pembelajaran sebagai pengalaman belajar murid untuk mencapai TP secara efektif dan efisien dalam langkah-langkah pembelajaran, yang meliputi:
 1. melakukan asesmen awal untuk mengetahui kesiapan murid dalam pembelajaran serta capaian pemahamannya,
 2. menggunakan tema/isu/topik sebagai penerapan konteks yang relevan dan sesuai dengan materi dan tujuan pembelajarannya,

3. kegiatan yang memberi ruang lebih luas bagi murid berinisiasi, bereksplorasi, berkreasi dan berinovasi melalui kegiatan belajar yang beragam, menyenangkan dan menantang yang meliputi pengalaman belajar **memahami, mengaplikasi, dan merefleksi** serta penerapan *prinsip-prinsip pembelajaran mendalam*,
4. menerapkan sikap, kerjasama dan interaksi yang positif dalam pembelajaran,
- f. menyiapkan *asesmen* pembelajaran (formatif dan sumatif) dengan teknik dan bentuk asesmen serta instrumen dan rubrik asesmen yang sesuai dengan karakteristik TP.
- g. menyiapkan dan menggunakan *sumber daya lingkungan dan teknologi* yang tersedia seperti lembar aktivitas/tugas/praktik, prasarana dan sarana/ bahan/alat/media, buku teks/bahan ajar/materi pembelajaran, dan sumber belajar lainnya untuk mendukung pembelajaran efektif.

Pengalaman belajar yang dirancang pada komponen langkah-langkah pembelajaran dalam setiap perencanaan pembelajaran matematika meliputi:

- a. aktivitas memahami meliputi mengkonstruksi pemahaman konsep dan menggunakannya untuk melakukan prosedur, menalar dan membuktikan (secara deduktif ataupun induktif), mengkomunikasikan hasil pemahaman konsep, serta mengaitkan dengan konsep lain. Bentuk kegiatan dapat berupa:
 - eksplorasi konsep dari berbagai sumber, didiskusikan dan disajikan dengan penguatan dari pendidik untuk meningkatkan penguasaan konsep serta melakukan penalaran kritis seperti menjelaskan alasan, membuktikan, dan membuat generalisasi/kesimpulan
 - melakukan latihan (melalui lembar kerja atau lainnya) untuk meningkatkan keterampilan berprosedur dan bermatematika
- b. aktivitas mengaplikasi, yaitu kegiatan memodelkan penerapan konsep dalam konteks baru di sekitar, menggunakan konsep untuk pemecahan masalah sehari-hari yang rutin dan tidak rutin. Bentuk kegiatan dapat berupa:
 - mempelajari contoh menyelesaikan masalah dengan alat bantu benda konkrit, penggunaan bahasa verbal dan infografis, serta penyelesaiannya menggunakan model atau kalimat matematika
 - melakukan eksplorasi dan berkreasi memecahkan masalah pada konteks baru terkait materi pembelajaran, mendiskusikan strategi, hasil dan menyajikan proses penyelesaiannya (baik untuk problem yang dapat diselesaikan atau yang belum dapat diselesaikan).
 - merancang, melaksanakan dan membuat laporan proyek pemecahan masalah.
- c. Aktivitas merefleksi misalnya berupa jurnal refleksi, diskusi reflektif, melakukan *self-assessment* dan *peer assessment* menggunakan penilaian skala atau rubrik sederhana, dalam membangun interaksi dan suasana positif selama proses belajar dengan pikiran, emosi, dan perilaku secara sadar dan terkendali.

Pembelajaran matematika juga perlu dikontekstualisasi terkait isu-isu prioritas secara global maupun konteks kearifan lokal daerah seperti perubahan iklim, literasi finansial, kesehatan, kesetaraan gender serta isu aktual dan strategis lainnya sesuai dengan karakteristik, potensi, dan kebutuhan daerah, satuan pendidikan dan murid. Kontekstualisasi isu-isu tersebut dalam pembelajaran matematika misalnya terkait:

- pemanasan global (peningkatan suhu muka air laut), peningkatan ketinggian permukaan air laut akibat pelelehan es, perubahan pola curah hujan, kerusakan ekosistem, bencana alam, dan sebagainya,
- pengetahuan dasar keuangan, kebijakan dalam mengelola investasi, pinjaman dan kredit, perencanaan hidup di masa tua dan kebutuhan darurat (asuransi), pemanfaatan teknologi finansial (*fintech*), dan sebagainya,
- penyebaran virus, kesehatan mental, obesitas, kesehatan reproduksi dan lingkungan, resistensi antibiotik, sumber daya kesehatan, teknologi kesehatan dan sebagainya,
- kesetaraan peran dalam berbagai bidang kehidupan seperti pendidikan, pekerjaan, partisipasi dalam pengambilan keputusan, kesehatan, pemberdayaan ekonomi, dan sebagainya, yang dapat dikaitkan melalui materi peluang dan statistik atau materi lainnya dengan memperhatikan nilai-nilai kearifan lokal yang berlaku dalam masyarakat.

Pendidik dapat menyiapkan perencanaan pembelajaran dengan cara menyusun sendiri, mengembangkan berdasarkan contoh yang tersedia (dari pemerintah), atau menggunakan langsung contoh yang telah ada sesuai kebutuhan belajar murid.

4. Contoh Perencanaan Pembelajaran Mendalam

A

Fase B/Kelas IV

Menjadi Master Tangram

Fase/Kelas	B/IV
Materi	Komposisi dan Dekomposisi Bangun Datar
Alokasi Waktu	3 pertemuan × 3 JP
Dimensi Profil Lulusan	1. Penalaran Kritis 2. Kreativitas 3. Kolaborasi 4. Kemandirian 5. Komunikasi
Kompetensi Awal	1. Murid mengenal jenis-jenis bangun datar. 2. Murid dapat mengidentifikasi ciri-ciri bangun datar.

Tujuan Pembelajaran

Menyusun (komposisi) dan menguraikan (dekomposisi) berbagai bangun datar (segiempat, segitiga, segi banyak).

Pengetahuan Bermakna

Murid dapat memahami bahwa suatu bangun datar dapat disusun dan diurai dari bangun datar yang lain.

Kerangka Pembelajaran

Praktik Pedagogis	Pendekatan Matematika Realistik, diskusi kelompok dan eksperimen sederhana dengan media tangram
Lingkungan Pembelajaran	Budaya belajar: Mendorong eksplorasi aktif dan rasa ingin tahu murid tentang suatu bangun datar dapat disusun atau diurai menjadi bangun lain. Ruang Fisik Ruang kelas yang digunakan dalam pembelajaran secara interaktif melalui pengamatan, diskusi kelompok dan eksperimen sederhana.

Kemitraan Pembelajaran	Antar murid: bekerja dalam kelompok kecil untuk melakukan komposisi dan dekomposisi bangun datar.
Pemanfaatan Digital	Video pembelajaran: Menampilkan video tentang materi komposisi dan dekomposisi yang bersumber dari YouTube.

Langkah-Langkah Pembelajaran

Pertemuan 1

Menyusun Berbagai Bangun Datar

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna, dan Menggembirakan

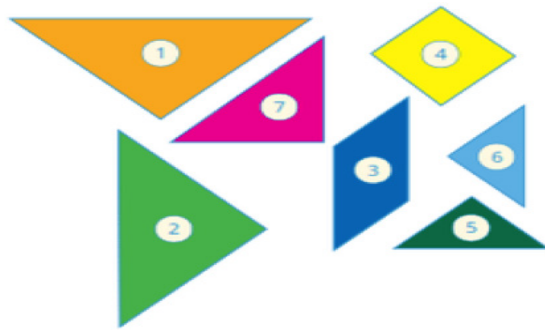
1. Murid diberikan asesmen awal dengan mengidentifikasi dan mendeskripsikan bangun datar yang terdapat dalam motif batik



Tindak lanjut asesmen awal:

- Murid yang dapat menjawab 0–3 bangun datar, akan diberikan pendampingan oleh pendidik setelah jam pelajaran selesai terkait dengan ciri-ciri bangun datar, agar murid dapat mengikuti materi terkait dengan komposisi dan dekomposisi.
- Murid yang bisa menjawab 4–6 bangun datar, akan mengikuti materi komposisi dan dekomposisi.

2. Pendidik menjelaskan kembali tentang materi ciri-ciri bangun datar.
3. Murid menyaksikan video pembelajaran tentang komposisi dan dekomposisi (<https://www.youtube.com/watch?v=6fckOkNcL2M>)
4. Murid secara berpasangan diberikan berbagai macam bangun datar yang telah diberikan nomor.



5. Murid secara berpasangan merangkai bangun datar tersebut untuk menjadi suatu bangun dengan memanfaatkan kepingan bangun datar yang tersedia. Contoh: merangkai bangun datar nomor 1 dan 2.
6. Murid secara berpasangan mendiskusikan dan merangkai bangun datar apa saja yang terbentuk
 - Menyusun 2 keping bangun datar
 - Menyusun 3 keping bangun datar
 - Menyusun 4 keping bangun datar
 - Menyusun 5 keping bangun datar
 - Menyusun 6 keping bangun datar
 - Menyusun 7 keping bangun datar
7. Murid secara berpasangan menggambarkan hasil menyusun kepingan bangun datar.
8. Murid secara bergantian menyampaikan hasil diskusi di depan kelas.
9. Murid menjawab pertanyaan:
 - Bangun datar apa saja yang kamu temukan pada bangunan tersebut?
 - Apa yang kamu pelajari dari diskusi ini?

Mengaplikasi

Prinsip Pembelajaran: Bermakna dan Menggembirakan

10. Murid melakukan asesmen formatif.
11. Murid secara berkelompok diberikan beberapa bangun datar untuk menyusun bangun datar tersebut menjadi sebuah bangunan.

Lembar Aktivitas

Menyusun Bangun

Langkah-langkah aktivitas:

- Buatlah 2 bangun baru dengan menggunakan bangun datar untuk menyusun suatu bangun yang baru.
- Gunakan minimal 4 keping bangun datar untuk membuat bangun baru.
- Tuliskan bangun datar apa saja yang digunakan sebagai penyusun bangun-bangun baru.
- Berikan nama bangun baru yang sudah terbentuk dari susunan bangun datar.
- Berilah warna yang berbeda dari setiap bangun datar penyusunnya.
- Berikan alasan mengapa menggunakan bangun datar tersebut untuk membentuk bangun baru.

Nama Bangun Baru yang akan dibuat	Bangun datar yang digunakan sebagai penyusun	Penjelasan

Rubrik Asesmen Formatif

Skor 4	Skor 3	Skor 2	Skor 1
Murid mampu membuat 2 bangun dan mampu menyusun bangun-bangun datar dengan tepat dan memberikan warna yang berbeda pada setiap bangun datar penyusun, dan memberikan alasan dengan tepat	Murid mampu membuat 2 bangun, terdapat bangun datar penyusun yang tidak tepat dan memberikan warna yang berbeda pada setiap bangun datar penyusun. Dan memberikan alasan dengan kurang tepat	Murid mampu membuat 1 bangun dan mampu menyusun bangun-bangun datar dengan tepat dan memberikan warna yang berbeda pada setiap bangun datar penyusun Dan tidak dapat memberikan alasan	Murid tidak mampu membuat bangun dan mampu menyusun bangun-bangun datar dengan tepat dan memberikan warna yang berbeda pada setiap bangun datar penyusun, dan tidak dapat memberikan alasan

Tindak Lanjut Asesmen Formatif

- Murid yang mendapatkan skor 3–4 akan melanjutkan pembelajaran mengurai bangun datar pada pertemuan selanjutnya.
- Murid yang mendapatkan skor 1–2 akan digabungkan dalam kelompok yang mendapatkan skor 3–4 dan mendapatkan bimbingan setelah jam pelajaran selesai.

12. Murid dengan bimbingan pendidik memberikan pendapat tentang manfaat dari pembelajaran yang sudah dilakukan

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Menggembirakan

13. Murid melakukan refleksi pembelajaran dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan reflektif.
- Apa hal paling berkesan yang kamu pelajari hari ini, mengapa?
 - Bagaimana materi hari ini bisa kamu hubungkan dengan kehidupan sehari-hari?
 - Apa bagian dari pembelajaran hari ini yang menurutmu paling menantang? Bagaimana kamu mengatasinya?
 - Apa satu hal yang masih membuatmu penasaran dan ingin kamu pelajari lebih lanjut?

Pertemuan 2

Mengurai Bangun Datar

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna, dan Menggembirakan

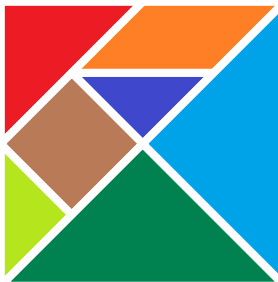
1. Murid dipandu pendidik melakukan tinjau ulang pembelajaran yang telah dilakukan sebelumnya.
2. Murid mengambil sebuah kertas dan mengikuti intruksi dari pendidik
 - Ambil selembar kertas, amati bentuknya.
 - Lipat menjadi dua kertas tersebut, dan potong pada bagian lipatannya, amati bentuk bangun datar apa yang terbentuk.

- Lipat secara diagonal 1 bagian dari kertas yang telah dipotong, kemudian potong atau gunting lipatan tersebut, dan amati bentuk bangun datar yang terbentuk.
3. Murid menyaksikan video pembelajaran tentang mengurai bangun datar: <https://www.youtube.com/watch?v=ajon9Z9DyW4>

Mengaplikasi

Prinsip Pembelajaran: Bermakna dan Menggembirakan

4. Murid dalam kelompok diberikan satu set tangram.



5. Setiap kelompok diberikan waktu 5–10 menit untuk berinteraksi dengan set tangram yang ada. Mereka dibiarkan saling berdiskusi mengenai bentuk, susunan, dan sebagainya.
6. Murid melakukan asesmen formatif.

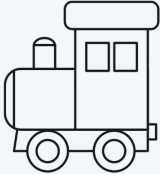
Lembar Aktivitas

Mengurai Bangun Datar

Langkah-langkah mengerjakan:

Uraikanlah gambar sebuah bangun dan tentukan penyusun bangun tersebut!

Bangunan	Bangun Datar Penyusun
	
	

Bangunan	Bangun Datar Penyusun
	
	
	

Rubrik Asesmen Formatif

Baik Sekali	Baik	Cukup	Perlu Bimbingan
Murid mampu mengurai 4–5 bangun dengan tepat	Murid mampu mengurai 3 bangun dengan tepat	Murid mampu mengurai 2 bangun dengan tepat	Murid mampu mengurai 0–1 bangun dengan tepat

Tindak Lanjut Asesmen Formatif

- Murid yang berada pada kategori baik dan baik sekali akan melanjutkan pembelajaran pada pertemuan selanjutnya.
- Murid yang berada pada kategori cukup dan perlu bimbingan akan digabungkan dalam kelompok yang berada pada kategori baik dan baik sekali pada pertemuan pembelajaran selanjutnya dan mendapatkan bimbingan setelah jam pelajaran selesai.

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

7. Murid melakukan refleksi dengan menjawab pertanyaan reflektif.
 - Apa hal paling penting yang saya pelajari hari ini?
 - Apa yang membuat saya merasa tertantang dalam pembelajaran ini?
 - Bagaimana perasaan saya selama proses pembelajaran berlangsung?
 - Apa yang bisa saya lakukan lebih baik di pertemuan berikutnya?
 - Konsep mana yang paling saya pahami dengan baik? Mengapa?
 - Konsep mana yang masih membingungkan? Apa yang bisa saya lakukan untuk memahaminya?

Pertemuan 3

Tantangan Tangram Master

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna dan Menggembirakan

1. Murid dipandu pendidikan melakukan review pembelajaran yang telah dilakukan sebelumnya, dengan pertanyaan-pertanyaan pemantik
 - **Contoh Pertanyaan:** Bagaimana caranya membuktikan, suatu bangun dapat tersusun dari berbagai macam bangun datar ?

Mengaplikasi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna, dan Menggembirakan)

2. Murid melakukan asesmen sumatif melalui lembar aktivitas "Tangram Master"
3. Pendidik memperkenalkan kegiatan dengan menjelaskan bahwa murid akan menjadi "Tangram Master" yang ditantang untuk menyusun bentuk-bentuk rahasia menggunakan tangram sebagai asesmen sumatif.
4. Pendidik menunjukkan beberapa contoh sederhana bentuk yang dapat dibuat dengan tangram (misalnya segitiga, persegi, atau binatang).
5. Pendidik menjelaskan bahwa tujuan dari kegiatan ini adalah untuk menyusun bentuk tertentu dan mengidentifikasi bangun datar yang digunakan dalam penyusunan tersebut.

6. Setiap murid menerima 4 sampai 5 set tangram yang terbuat dari kertas sesuai dengan tingkat kesulitan yang sesuai dengan kemampuan mereka.
7. Setiap murid diberikan empat pola bentuk rahasia yang harus mereka susun menggunakan kepingan tangram. Pola ini bisa berupa hewan, benda, atau bentuk geometris yang lebih kompleks.
8. Setiap murid menyusun pola yang diberikan menggunakan kepingan tangram.
9. Murid diberi waktu 45 menit untuk menyusun dan menempel kepingan tangram pada buku tulis serta mencatat bangun datar apa saja yang mereka gunakan dalam bentuk yang mereka buat.

Lembar Aktivitas

"Tangram Master"

Alat dan bahan:

- 4 – 5 set tangram
- Lem
- Gunting

Langkah-langkah kegiatan:

1. Siapkan alat dan bahan yang diperlukan
2. Bacalah petunjuk setiap tantangan untuk menemukan pola rahasia yang diberikan.
3. Gunakan kepingan tangram yang tersedia untuk menyusun pola rahasia sesuai petunjuk setiap tantangannya.
4. Tempelkan kepingan tangram tersebut pada buku tulismu.

Tantangan Tangram Master

Tantangan 1

Total skor 5

Aku adalah seekor hewan yang hidup di air. Aku bergerak menggunakan siripku.

- Apakah aku dalam deskripsi tersebut? (skor 1)
- Buatlah objek tersebut dengan menggunakan susunan bangun datar yang terdapat dalam tangram (skor 1)
- Bangun datar apa saja yang digunakan untuk menyusun objek tersebut? (skor 1)
- Berikan alasan mengapa kamu menggunakan bangun-bangun datar untuk menyusun bentuk tersebut ! (skor 2)

Tantangan 2**Total skor 5**

Aku adalah sebuah alat transportasi. Aku dikemudikan oleh seorang masinis. Stasiun adalah tempat pemberhentianku. Apakah aku?

- Apakah aku dalam deskripsi tersebut? (skor 1)
- Buatlah objek tersebut dengan menggunakan susunan bangun datar yang terdapat dalam tangram (skor 1)
- Bangun datar apa saja yang digunakan untuk menyusun objek tersebut? (skor 1)
- Berikan alasan mengapa kamu menggunakan bangun-bangun datar untuk menyusun bentuk tersebut! (skor 2)

Tantangan 3**Total skor 5**

Aku adalah sebuah bangunan. Aku adalah tempat untuk tinggal bersama dengan keluargaku. Aku tempat ternyaman untuk pulang. Apakah aku?

- Apakah aku dalam deskripsi tersebut? (skor 1)
- Buatlah objek tersebut dengan menggunakan susunan bangun datar yang terdapat dalam tangram (skor 1)
- Bangun datar apa saja yang digunakan untuk menyusun objek tersebut? (skor 1)
- Berikan alasan mengapa kamu menggunakan bangun-bangun datar untuk menyusun bentuk tersebut! (skor 2)

Tantangan 4**Total skor 5**

Aku adalah alat transportasi umum, aku dikemudikan oleh seorang sopir, dan halte adalah tempat pemberhentianku. Apakah aku ?

- Apakah aku dalam deskripsi tersebut? (skor 1)
- Buatlah objek tersebut dengan menggunakan susunan bangun datar yang terdapat dalam tangram (skor 1)
- Bangun datar apa saja yang digunakan untuk menyusun objek tersebut? (skor 1)
- Berikan alasan mengapa kamu menggunakan bangun-bangun datar untuk menyusun bentuk tersebut! (skor 2)

Rubrik Asesmen Sumatif

Baik Sekali	Baik	Cukup	Perlu Bimbingan
Murid mendapatkan skor total 16–20	Murid mendapatkan skor total 11–15	Murid mendapatkan skor total 6–10	Murid mendapatkan skor total 0–5

Murid dikatakan tuntas jika minimal berada pada kategori cukup.

Tindak Lanjut Asesmen Formatif

- Murid yang berada pada kategori cukup dan perlu bimbingan diberikan pendampingan untuk menyusun tangram oleh pendidik atau tutor sebaya.
- Murid diberikan yang berada pada kategori baik dan baik sekali diberikan pengayaan diberikan pengayaan dengan menyusun pola lain yang dapat dibentuk dengan tangram.

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

10. Murid melakukan refleksi dengan menjawab pertanyaan reflektif

- Bagaimana perasaan kalian saat melakukan kegiatan “Master Tangram”? Apakah kalian merasa tertantang?
- Apa strategi yang kalian gunakan untuk menyelesaikan tantangan “Master Tangram”?
- Apa langkah berikutnya yang akan saya ambil untuk memperdalam pemahaman saya?
- Keterampilan atau pengetahuan apa yang saya butuhkan untuk meningkatkan kemampuan saya?
- Bagaimana saya bisa menerapkan apa yang saya pelajari dalam kehidupan nyata?

Asesmen Pembelajaran

Asesmen Awal

Teknik: Pertanyaan lisan dengan mengamati motif batik yang memiliki unsur bangun datar

Asesmen Formatif

Teknik: Praktik dengan instrumen lembar aktivitas menyusun dan mengurai bangun datar

Asesmen Sumatif

Teknik: Praktik dengan instrumen lembar aktivitas “Tangram Master”

A

Fase D/Kelas VII

Keuangan Sehat dengan Cerdas Berliterasi Finansial

Kelas	VII (Tujuh)
Materi	Bilangan (Literasi Finansial)
Pertemuan	3 x 2 JP
Identifikasi	
Dimensi Profil Lulusan	1. Penalaran Kritis 2. Kolaborasi 3. Kemandirian 4. Komunikasi
Lintas Disiplin Ilmu	IPS (sebagai konteks) Elemen Pemahaman Konsep: Murid memahami upaya masyarakat dalam memenuhi kebutuhannya melalui kegiatan ekonomi, harga, pasar, lembaga keuangan, perdagangan internasional, peran masyarakat dan negara dalam mendorong pertumbuhan ekonomi di era digital, serta potensi Indonesia menjadi negara maju.
Tujuan Pembelajaran	Murid menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial.
Praktik Pedagogis	Pembelajaran diawali dengan soal pemecahan masalah, berbasis kelompok, dan berdiskusi.
Kemitraan Pembelajaran	Karyawan bank/kantor pegadaian yang menyediakan tabungan emas dan menjelaskan tentang deposito. Penjelasan dapat melalui ruang virtual.
Lingkungan Pembelajaran	Memberikan kesempatan kepada murid untuk berkolaborasi, eksplorasi, refleksi dan menyampaikan pendapatnya dalam ruang kelas.
Pemanfaatan Digital	<i>YouTube, Microsoft Excel</i> , dan kalkulator

Pertemuan Pertama: Jual Beli

Pada pertemuan ini murid sudah mendapatkan penjelasan tentang konsep bilangan bulat dan rasional.

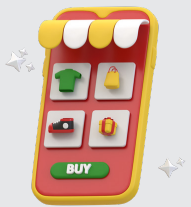
- Pendidik menyampaikan tujuan pembelajaran menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial dengan tema jual beli.

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

1. Pendidik melakukan asesmen awal melalui Quizizz dengan memberikan 2 soal permasalahan **bilangan bulat dan rasional dalam kehidupan sehari-hari seperti diskon dalam bentuk persen maupun pecahan** (jika internet tidak memungkinkan dapat menyajikan di papan tulis) untuk mengetahui kemampuan awal murid pada operasi bilangan bulat dan rasional.
<https://s.id/asesmenawalpm>

Soal 1

		
Toko Merdeka	Toko Jaya	Toko Mandiri
Cukup bayar setengah harga	Potongan 50%	Voucher Rp150.000,00

Menjelang tahun baru, terdapat 3 toko online yang menjual baju dengan bentuk dan ukuran yang sama dengan harga awal Rp300.000,00. Setiap toko memberikan diskon tertentu seperti gambar di atas. Menurutmu toko mana yang sebaiknya dipilih?

Soal 2

Jenis Barang dan Ongkos Kirim	Harga Sebelum Diskon	Diskon (Potongan Harga)		
		Toko Gunajaya	Toko Dua Saudara	Toko Jaya Abadi
Baju	Rp160.000,00	Voucher Rp30.000,00	Diskon $\frac{1}{4}$ harga	Diskon 25%
Ongkos Kirim		Rp10.000,00	Rp7.500,00	Rp15.000,00

Tiga toko online menjual baju dengan bentuk, ukuran, dan harga yang sama, tetapi berbeda dalam hal diskon (potongan harga), voucher, dan ongkos kirim. Berdasarkan permasalahan 2 di atas, untuk membeli baju dengan pengeluaran uang yang sangat minimal, di toko manakah sebaiknya Anda berbelanja?

- Murid akan mendapatkan tindak lanjut sesuai dengan kesiapan awal masing-masing:

Sudah menunjukkan kesiapan awal:

Ketika sebagian besar murid (lebih dari 60%) mampu menjawab dengan benar minimal 1 dari 2 permasalahan maka dapat melanjutkan pembelajaran sesuai dengan tujuan yang akan dicapai.

Belum menunjukkan kesiapan awal:

Ketika sebagian besar murid (kurang dari sama dengan 60%) tidak mampu menjawab 2 permasalahan yang diberikan dengan benar maka pendidik mengulang kembali materi operasi bilangan bulat dan rasional serta membahas dua soal yang disajikan sebagai asesmen awal.

Mengaplikasi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

- Murid dibagi menjadi beberapa kelompok secara heterogen yang terdiri dari 3–4 orang. Setiap kelompok diberikan soal pemecahan masalah dan menjawab pertanyaan penguatan literasi finansial, di antaranya **harga beli, harga jual, untung, rugi, persentase untung, dan persentase rugi**.
- Pendidik meminta murid untuk mengerjakan lembar 1 terlebih dahulu untuk mengingat kembali konsep jual beli kemudian didiskusikan bersama dan pendidik memberikan penguatan. Kemudian murid melanjutkan untuk menyelesaikan lembar berikutnya. (Soal lengkap dapat dilihat di <https://s.id/ttfV8>)

Soal 1

Kerjakan soal-soal berikut. Kalian dapat berdiskusi membaca kembali buku teks matematika, atau buku catatan kalian untuk menyelesaikan soal-soal berikut.

Kota A	Kota B	Kota C
Ongkos kirim Rp10.000,00	Ongkos kirim Rp12.500,00	Ongkos kirim Rp15.000,00
Harga jual Rp60.000,00/bungkus	Harga jual Rp62.000,00/bungkus	Harga jual Rp64.000,00/bungkus

Herman tinggal di Kota A, Burhan di Kota B, dan Irwan di Kota C. Mereka membeli olahan jamur krispi dari toko online yang sama. Berikut adalah biaya ongkos kirim dan harga jual yang ditetapkan penjual untuk setiap kota. Apabila harga dasar jamur krispi adalah Rp40.000,00 per bungkus, harga jual dari kota mana yang memberikan keuntungan paling besar? Coba jelaskan alasanmu.

5. Pendidik memantau jalannya diskusi dan memberikan bantuan hanya dengan kata kunci kepada kelompok yang memerlukan.
6. Murid diminta untuk menyajikan hasil diskusinya secara bergantian (satu kelompok satu permasalahan soal untuk Lembar Kerja lembar kedua) dan kelompok yang lain memberikan tanggapan (menganalisis jawaban benar/salah).
7. Pendidik memberikan klarifikasi dan penjelasan apabila ada jawaban murid yang belum tepat.

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

8. Pendidik memberikan pertanyaan tentang untung dan rugi "Bagaimana menghindari rugi dan mendapatkan untung?"
9. Pendidik memberikan pertanyaan "Apa manfaat dan bagaimana murid mengimplementasikan **harga beli, harga jual, untung, rugi, persentase untung, dan persentase rugi** dari pembelajaran yang sudah dipelajari?"
10. Pendidik meminta kepada murid untuk menuliskan hal-hal apa saja yang mereka pelajari dan menuliskan pertanyaan hal-hal yang belum diketahui.
11. Pendidik berkeliling sambil membaca tulisan murid kemudian memberikan penguatan materi aplikasi bilangan bulat dan rasional pada **harga jual, harga beli, untung, rugi, dan diskon**.

Asesmen Formatif

12. Pendidik memberikan penilaian kualitatif terhadap pemahaman, pengaplikasian dan refleksi murid pada materi aplikasi bilangan bulat dan rasional (harga jual, harga beli, untung, rugi, dan diskon). <https://s.id/zOPf6>
13. Tindak lanjut jika sebagian besar murid berada di kriteria mulai berkembang, pendidik perlu memberikan latihan soal yang dapat dikerjakan di rumah dengan tingkat kesulitan yang beragam. Jika sudah berada di kriteria cakap dan mahir pendidik dapat memberikan latihan soal yang lebih kompleks.
14. Pendidik memberikan umpan balik kepada murid bagaimana mereka berpikir mandiri, berpikir kritis, berkolaborasi, dan berkomunikasi. <https://s.id/n3BP1>
15. Pendidik menyampaikan pertemuan berikutnya akan belajar dengan tema Cerdas Berbelanja dengan materi pemecahan masalah kebutuhan sehari-hari yang berhubungan dengan bilangan bulat dan rasional seperti bonus tahunan, diskon bertingkat, dan pajak. Untuk persiapan pertemuan berikutnya pendidik dapat menghias kelas menjadi seperti swalayan dengan perlengkapan yang tidak memberatkan dan melakukan permainan peran sesuai dengan Lembar Kerja <https://s.id/NRliq>.

Pertemuan Kedua: Cerdas Berbelanja

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

1. Pendidik menyampaikan tujuan belajar pertemuan kedua menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial tema Cerdas Berbelanja.
2. Murid diberikan video <https://s.id/videoliterasifinansial> tentang literasi finansial beserta Lembar Kerja Video Literasi Finansial <https://s.id/HSiRa> dan pendidik memberikan penguatan dari hasil menyimak bersama video tersebut.

Mengaplikasi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna, dan Menyenangkan

3. Murid dibagi menjadi beberapa kelompok secara heterogen yang terdiri dari 3–4 anggota kelompok. Pendidik memberikan soal pemecahan masalah kebutuhan sehari-hari yang

berhubungan dengan bilangan bulat dan rasional seperti bonus tahunan, diskon bertingkat, pajak yang akan dikerjakan oleh murid bersama teman kelompoknya. (Selengkapnya klik <https://s.id/NRliq>)

Nama :
Kelas :

LK CERDAS BERBELANJA

Simulasikan kegiatan berbelanja sambil bermain peran untuk menyelesaikan permasalahan berikut:

Pak Faizal mendapatkan bonus akhir tahun sebesar Rp10.000.000,00. Sebanyak 3/4 dari bonus tersebut ditabung, dan sisanya diberikan ke Bu Nissa, istrinya. Bu Nissa dan anaknya akan berbelanja kebutuhan sehari-hari seperti kebutuhan makanan pokok, makanan ringan dan perlengkapan mandi. Bu Nissa dan anaknya suka mengoleksi tas, jam tangan dan baju. Beliau juga akan berencana untuk membeli barang tersebut. Diskusikan dengan teman sekelompokmu:

- Tuliskan barang apa saja yang harus dibeli.
- Tuliskan barang yang tidak perlu dibeli dan berikan alasannya.
- Jika kalian memutuskan untuk membeli tas, baju dan jam berikan alasan mengapa memilih barang dan harga tersebut.
- Total hasil belanja Bu Nissa sesuai di keterangan yang diberikan. Semua barang akan dikenakan pajak sebesar 10%.

*Kalian boleh menggunakan kalkulator sebagai alat bantu

Sinta Mall

TOKO ABADI

TOKO JAYA

Baju A

Baju B

Baju C

Toko Tas Lokal
Dokumentasi Pribadi (2025)

4. Murid dalam kelompok berdiskusi untuk membahas dan merumuskan permasalahan yang diberikan dalam Lembar Kerja. Pendidik berkeliling dan membantu kelompok yang membutuhkan penjelasan.

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

5. Pendidik memberikan pertanyaan “Mengapa kamu memutuskan untuk membeli barang tersebut?”, “Bagaimana kalian menerapkan cerdas berbelanja?”
6. Murid menyimpulkan materi yang telah dipelajari dan pendidik memberikan penguatan cerdas berbelanja sebagai berikut:

- Belanja Bijak

Belanja bijak merupakan proses membuat keputusan pembelian yang cerdas dan berlandaskan informasi. Menurut Kotler dan Armstrong (2017), konsumen membuat keputusan pembelian berdasarkan berbagai faktor, termasuk kebutuhan produk, harga, dan kredibilitas informasi yang disediakan. Belanja bijak melibatkan penilaian faktor-faktor ini untuk memastikan nilai uang yang dikeluarkan dan menghindari pembelian

impulsif. Dengan demikian, konsumen yang berbelanja secara bijak akan mengevaluasi produk dengan hati-hati, membandingkan berbagai pilihan, dan menggunakan sumber informasi yang terpercaya. Hal-hal ini diperlukan untuk memaksimalkan kepuasan konsumen dan meminimalkan penyesalan.

- Murid diberikan penguatan oleh guru agar tidak mudah memutuskan membeli barang hanya berdasarkan diskon, *cash back*, *flash sale*, *pay day*, beli 1 gratis 1 dan berbagai jenis potongan harga, namun lebih mengutamakan membeli barang sesuai dengan kebutuhan. Pendidik juga memberikan penguatan mencari harga beli dari diskon $30\% + 20\% \neq 50\%$.
 - Pendidik menjelaskan penggunaan kalkulator untuk menghitung diskon.
7. Murid merefleksikan penguasaan materi yang telah dipelajari dengan membuat catatan penguasaan materi. <https://s.id/RelfeksidiriPM>

Asesmen Formatif

8. Pendidik memberikan penilaian kualitatif terhadap pemahaman, pengaplikasian, dan refleksi murid pada materi aplikasi bilangan bulat dan rasional (cerdas berbelanja dalam memilih diskon dan membeli barang sesuai kebutuhan bukan keinginan). <https://s.id/AF2-1>
9. Pendidik memberikan umpan balik kepada murid bagaimana mereka berpikir mandiri, berpikir kritis, berkomunikasi dan berkolaborasi. <https://s.id/AF2-2>
10. Pendidik menyampaikan dan menyiapkan untuk pertemuan berikutnya murid akan belajar tentang Investasi Sejak Dini dengan Lembar Kerja <https://s.id/j3Uls> dengan aplikasi *Microsoft Excel (offline)* atau *Google Spreadshet (online)*. Murid juga akan bertemu dengan mitra pembelajaran dari bank atau kantor pegadaian untuk menjelaskan tentang investasi deposito dan emas.

Pertemuan Ketiga: Investasi Sejak Dini

Pendidik menyampaikan tujuan pembelajaran menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial tema investasi sejak dini.

Memahami

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

1. Pendidik memulai pembelajaran dengan memberikan pertanyaan kepada murid.
2. Apakah kalian masih ingat tentang investasi yang telah dipelajari pada pertemuan pertama sebelumnya?
3. Apakah mereka pernah berlatih di rumah untuk berinvestasi?
4. Pendidik dapat mengundang mitra pembelajaran dari bank atau kantor pegadaian untuk menjelaskan tentang investasi (deposito dan menabung emas) melalui ruang virtual. Alternatif kegiatan murid dapat membaca informasi tentang keuntungan investasi emas dan deposito pada link berikut <https://s.id/bacaaninvestasiemas>
5. Pendidik bertanya kepada murid mengenai bacaan yang diberikan:
6. Apa yang dimaksud dengan deposito?
7. Menurut dari bacaan yang telah kalian baca, manakah yang lebih menguntungkan investasi emas atau deposito?

Mengaplikasikan

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran, Bermakna, dan Menyenangkan

8. Murid diberikan soal pemecahan masalah Investasi Emas Sejak Dini dan berdiskusi dengan teman . Murid menyelesaikan masalah pada spreadsheet <https://s.id/j3UIs>



INVESTASI SEJAK DINI

Aturlah uang saku kalian untuk berinvestasi. Pilihlah berat emas yang akan kalian beli beserta merk emasnya (Kinlong atau Cahaya). Setiap tahunnya kedua merk emas tersebut naik 7,75%. Pilihlah salah satu merk emas dan beratnya untuk berinvestasi. Kalian dapat mengerjakannya pada spreadsheet yang sudah disediakan.

Berat	Kinlong 		Cahaya 	
	Beli	Jual	Beli	Jual
0,5 gram	Rp889.000,00	Rp809.879,00	Rp895.000,00	Rp773.000,00
1 gram	Rp1.678.000,00	Rp1.528.658,00	Rp1.660.000,00	Rp1.547.000,00
2 gram	Rp3.296.000,00	Rp3.002.656,00	Rp3.256.000,00	Rp3.094.000,00
5 gram	Rp8.165.000,00	Rp7.438.315,00	Rp8.053.000,00	Rp7.736.000,00

INVESTASI SEJAK DINI

Nama :	
Uang Saku yang disisihkan perhari :	
Uang Saku yang disisihkan tiap bulan :	
Merk Emas :	
Alasan Membeli Merk Emas dengan Berat tersebut :	
Perkiraan waktu (bulan/tahun) yang dibutuhkan untuk membeli dari hasil tabungan :	
Total tabungan dari perkiraan waktu :	
Berkirakan berapa emas yang akan dibeli :	



s.id/InvesEmas

Merefleksi

Prinsip Pembelajaran: Berkesadaran dan Bermakna

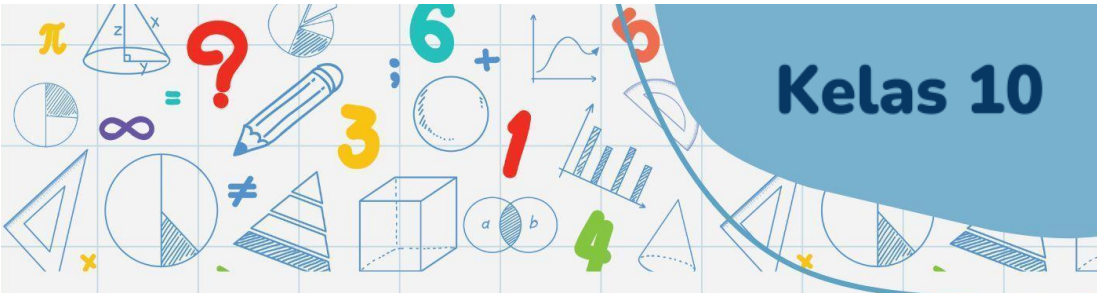
9. Murid diberikan kesempatan untuk menyampaikan hasil perhitungannya (2–3 murid). Murid yang tidak memaparkan hasilnya bersama-sama mencermati jawaban dan menganalisis jawaban dari teman.
10. Murid diberikan kesempatan untuk menyampaikan pendapat dari hasil kerja kelompok.
11. Pendidik memberikan pertanyaan “Apa manfaat dan bagaimana murid mengimplementasikan konsep bilangan bulat dan rasional pada investasi yang sudah dipelajari?”
12. Murid menyimpulkan materi yang telah dipelajari dengan merespon pertanyaan pendidik yang sifatnya menuntun dan menggali.

Asesmen Formatif

13. Pendidik melakukan asesmen formatif ketika murid menyelesaikan permasalahan keseharian yang melibatkan literasi finansial tentang berinvestasi dengan alat bantu Microsoft Excel. <https://s.id/4QKnG>
14. Tindak lanjut jika sebagian besar murid berada pada kriteria mulai berkembang dan berkembang, pendidik perlu memberikan latihan soal yang dapat dikerjakan di rumah dengan tingkat kesukaran yang beragam dan jika sudah pada cakap dan mahir pendidik dapat memberikan latihan soal yang lebih kompleks.

Asesmen Sumatif

15. Murid akan mengerjakan tiga soal permasalahan keseharian yang melibatkan konsep bilangan bulat dan rasional termasuk berkaitan dengan penguatan literasi finansial. <https://s.id/4A05o>

**Kelas 10**

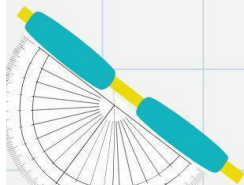
$$\frac{\sin}{\cos} = \tan$$



Melihat Dunia dari Sudut yang Berbeda:

Trigonometri dalam Kehidupan Nyata

Disusun oleh Novita Handayani



~ Penerapan Trigonometri pada Segitiga Siku-siku ~

Mata Pelajaran	Matematika
Kelas	X (Sepuluh)
Materi	Aplikasi Perbandingan Trigonometri
Pertemuan	4 Pertemuan (8 JP)
Dimensi Profil Lulusan	☒ Penalaran kritis ☒ Kolaborasi ☒ Komunikasi
Lintas Disiplin Ilmu	Geografi (pengukuran ketinggian dengan sudut elevasi).
Kompetensi awal	Murid memahami perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku: - mengidentifikasi sisi depan, samping, dan miring dalam segitiga siku-siku berdasarkan sudut yang diberikan. - menjelaskan konsep dasar trigonometri dan bagaimana perbandingan sudut dalam segitiga siku-siku bekerja.
Tujuan Pembelajaran	Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan penerapan perbandingan trigonometri dalam berbagai situasi nyata.
Pengetahuan Bermakna	Setelah mengikuti pembelajaran, murid mampu mengaplikasikan konsep perbandingan trigonometri untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung tinggi bangunan atau jarak yang sulit diukur secara langsung.
Komponen Kerangka Pembelajaran	Praktik Pedagogis: Dalam pembelajaran ini, pendekatan kontekstual diterapkan dengan mengajak murid untuk memecahkan permasalahan nyata yang berkaitan dengan Trigonometri. Misalnya penggunaan aplikasi trigonometri dalam perhitungan tinggi gedung, dan objek lain yang tidak diketahui, guna meningkatkan pemahaman konsep matematika sekaligus mengasah keterampilan berpikir kritis mereka. Lingkungan Pembelajaran: Memberikan kesempatan kepada murid untuk mengeksplorasi penerapan trigonometri melalui diskusi konsep di dalam kelas serta pengukuran langsung di luar kelas pada bangunan sekolah yang dipilih. Selama proses ini, murid akan berinteraksi dengan pendidik sebagai pembimbing, petugas

sekolah yang memberikan akses atau informasi bangunan, serta staf lainnya yang dapat membantu validasi data pengukuran.

Pemanfaatan Digital (opsional):

Teknologi digital dimanfaatkan dalam beberapa kegiatan, diantaranya penggunaan kalkulator untuk menghitung nilai $\sin$, $\cos$, dan $\tan$, dan menyimak video pembelajaran di Youtube.

Pertemuan Pertama (Dari Konsep ke Kehidupan Nyata)

Memahami [menggembirakan]

1. Pendidik mengawali kegiatan pembelajaran dengan melakukan rivi u mengenai trigonometri pada segitiga siku-siku, melalui permainan *Quiz-Quiz-Trade*.

Sebagai persiapan: pendidik menyiapkan kartu soal dan jawaban. Satu sisi kartu merupakan soal-soal yang mudah di jawab, sisi kartu yang lain berisi jawabannya.

Cara bermain: setiap murid diminta berdiri dan menemukan 1 pasangannya. Setelah mendapatkan pasangannya, hadapkan kartu soal ke arah pasangannya, dan jawaban di arah kita. Keduanya bergantian membaca soal dan menjawabnya.

Jika jawaban keduanya benar, murid dapat melakukan tos.

Setelahnya, pendidik memberi aba-aba kepada murid untuk berganti pasangan dan menemukan partner yang lain, kemudian melakukan hal yang sama.

Berikut soal dan jawaban yang dapat digunakan dalam topik trigonometri ini:

bit.ly/4epNogF



Melalui permainan ini, murid juga dapat berefleksi mengenai pemahaman mereka dari hasil pembelajaran sebelumnya.

2. Pendidik mengajak murid untuk mempelajari penggunaan kalkulator dalam trigonometri. Kegiatan ini dapat dilewatkan apabila pada pembelajaran sebelumnya murid sudah mempelajari penggunaan kalkulator dalam materi trigonometri. Sebelumnya murid dibuat berkelompok, 2-3 orang agar dapat berkolaborasi memecahkan permasalahan menggunakan kalkulator.

- Diawali dengan pendidik memberikan contoh bagaimana menghitung nilai sin, cos, dan tan dengan menggunakan kalkulator. Kemudian murid mencoba mempraktikkannya.

Misalnya: menghitung nilai $\sin 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\sin 70^\circ$, $\sin 85^\circ$.

Pastikan bahwa pengaturan sudut pada kalkulator sudah benar apakah menggunakan derajat (degree atau DEG) atau dengan menggunakan radian (RAD).

- Kemudian setelah itu, murid belajar menentukan sudut jika perbandingan sisinya (nilai sin, cos, atau tan) sudah diketahui.

Misalnya: menghitung sudut θ , jika diketahui $\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta = \frac{1}{2}$, $\tan \theta = \frac{1}{4}$,
 $\sin \theta = \frac{1}{5}$

Pendidik memastikan bahwa murid mencoba menggunakan kalkulator ini.

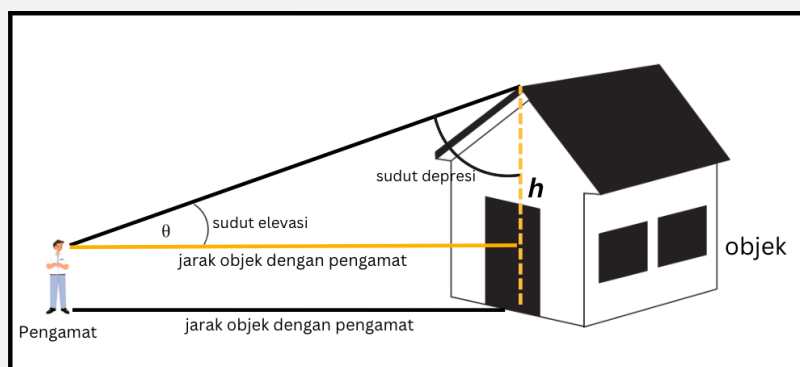
3. Pendidik mengajak murid untuk berkelompok 3-4 orang, melakukan riset mengenai penerapan trigonometri dalam kehidupan nyata. Riset dapat dilakukan secara daring jika fasilitas memadai, namun jika tidak memadai, dapat dilakukan melalui diskusi kelompok. Selama proses diskusi, pendidik berkeliling, mengecek dan memastikan bahwa daftar hasil riset atau diskusi murid merupakan penerapan dari trigonometri. Setelah itu, setiap kelompok bergantian membacakan daftar penerapan trigonometri tersebut.

4. Pendidik mengambil salah satu penerapan trigonometri yang ada dalam daftar untuk diskusi lebih lanjut. Misalnya yang berkaitan dengan menghitung ketinggian

suatu benda yang tidak diketahui.

Pendidik melakukan diskusi kelas bersama murid dengan memberikan beberapa pertanyaan pemantik sebagai berikut:

- Kira-kira untuk apa seseorang perlu mengetahui ketinggian suatu gedung?
- Bagaimana cara menghitung tinggi gedung tersebut?
- Bagaimana caranya kita menghitung tinggi gedung tersebut tanpa harus mengukurnya secara langsung?
- Bagaimana mengilustrasikannya ke dalam gambar?



Ilustrasi jarak dan sudut objek terhadap pengamat pada perhitungan tinggi suatu bangunan

Sumber Gambar: Dokumentasi pribadi, (2025)

5. Pendidik dapat menggambarkan ilustrasinya, sekaligus memperkenalkan istilah sudut elevasi dan sudut depresi.

Pendidik memutar video aplikasi trigonometri untuk menghitung tinggi benda yang tidak diketahui pada link berikut ini:

<https://bit.ly/45Vtk3i>



Pendidik memberikan pertanyaan mengenai pengukuran sudut. “Dalam video, disebutkan bahwa sudut diukur menggunakan klinometer. Apakah ada yang tahu apa klinometer dan bagaimana cara mengukurnya?”.

6. Setelah itu, pendidik mengajak murid untuk mengeksplorasi klinometer sebagai alat pengukur sudut.

<http://bit.ly/4n3pGKQ>



7. Jika di sekolah belum ada klinometer, maka pendidik dapat memberikan tugas pada masing-masing kelompok untuk membawa bahan-bahan pembuatan klinometer di pertemuan berikutnya:
 - busur
 - benang
 - sedotan
 - pemberat (kunci atau batu)
 - perekat dua sisi (*double tape*)
8. Murid mendapatkan tugas membuat rangkuman mengenai tahapan menentukan tinggi objek dengan menerapkan konsep trigonometri.
9. Di akhir sesi, pendidik membagikan kertas atau notes tempel kepada murid. Pendidik meminta mereka menuliskan setidaknya satu hal baru yang mereka pahami dari pembelajaran hari ini, serta satu pertanyaan yang masih ingin mereka tanyakan. Setelah selesai, murid diminta menempelkan kertas tersebut di papan tulis. Kertas ini sekaligus berfungsi sebagai *Exit Ticket* atau tiket keluar dari kelas Matematika pada pertemuan ini.

Pertemuan Kedua (Studi Kasus)

1. Pendidik mengawali pertemuan ini dengan mengajak masing-masing kelompok untuk membuat klinometer dengan menggunakan bahan-bahan yang sudah diminta untuk dibawa pada pertemuan sebelumnya. Pendidik dapat memutar ulang video cara membuat klinometer.

2. Setelah itu, melalui diskusi kelas, pendidik membahas mengenai rangkuman tahapan menentukan tinggi objek dengan menerapkan konsep trigonometri dari hasil menonton video dan penjelasan pendidik pada pertemuan sebelumnya.

Tahapannya kurang lebih sebagai berikut:

- menentukan objek benda yang akan diukur
- menentukan posisi pengamat
- mengukur jarak horizontal antara pengamat dengan objek
- mengukur sudut dengan menggunakan klinometer
- mengilustrasikan ke dalam gambar
- menghitung tinggi objek dengan menggunakan trigonometri pada segitiga siku-siku

3. Sebelum memberikan studi kasus, pendidik menanyakan kepada murid, bagaimana jika tidak memungkinkan untuk mengukur jarak benda dengan pengamat. Misalnya jika ingin menghitung tinggi menara mercusuar yang terendam air laut, sementara kita tidak dapat mengukur jaraknya dari pengamat.

Perhitungan yang lebih kompleks diperlukan untuk menjawab pertanyaan ini, sehingga dapat menjadi bagian dari diferensiasi terutama untuk murid yang suka dengan tantangan matematika.

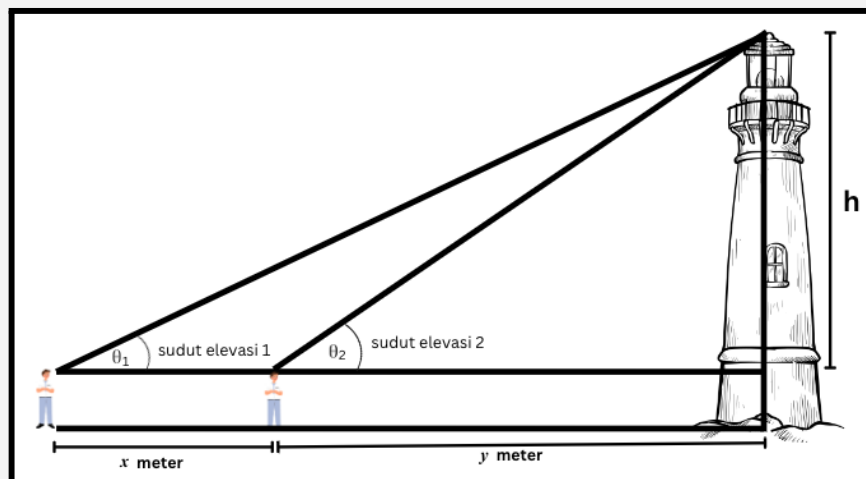


Menara Mercusuar

Sumber gambar: Kompas.com (2023)

<https://s.id/oyPOw>

Pendidik menjelaskan bahwa hal tersebut dapat dilakukan menggunakan 2 sudut elevasi dari jarak yang berbeda:



Ilustrasi menghitung tinggi menara jika jarak objek dan pengamat tidak dapat ditentukan

Sumber Gambar: Dokumentasi pribadi (2025)

Lakukan pengukuran sudut dari posisi awal, misalnya θ_1 dan θ_2 . Lalu maju mendekati objek misalnya sejauh x m, maka jarak yang tersisa adalah y m.

Kita dapat menghitung jarak yang tersisa dengan cara sebagai berikut:

$$\tan \theta_1 = \frac{h}{x+y} \text{ maka } h = (x + y) \times \tan \theta_1$$

$$\tan \theta_2 = \frac{h}{y} \text{ maka } h = y \times \tan \theta_2$$

keduanya sama-sama menghitung h , sehingga dapat dibuat persamaan:

$$h = (x + y) \times \tan \theta_1 = y \times \tan \theta_2$$

$$\Leftrightarrow (x \tan \theta_1) + (y \tan \theta_1) = y \tan \theta_2$$

$$\Leftrightarrow (x \tan \theta_1) = y(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)$$

$$y = \frac{x \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)}$$

Selanjutnya tinggi h dapat dihitung sebagai berikut:

$$\tan \theta_2 = \frac{h}{y}$$

$$h = y \tan \theta_2$$

$$h = \left(\frac{x \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)} \right) \tan \theta_2$$

$$h = \frac{x \tan \theta_1 \tan \theta_2}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)}$$

Tinggi mercusuar dapat dihitung dengan menambahkan h dengan tinggi pengamat.

4. Jika penjelasan dengan penurunan rumus ini cukup sulit untuk murid, maka pendidik dapat langsung menggunakan contoh soal seperti berikut ini:

<http://bit.ly/3IOWkMY>



Mengaplikasi [bermakna, menggembirakan]

5. Murid diberikan tugas untuk menentukan ketinggian suatu objek yang belum diketahui. Berikut ini contoh studi kasus yang dapat dipilih: menghitung

ketinggian bangunan atau menghitung ketinggian lereng. Murid diperbolehkan memilih satu atau lebih dari studi kasus yang tersedia.

Contoh Studi Kasus A:

"Sekolah tempat kamu belajar saat ini berencana melakukan renovasi pada gedung yang ada. Salah satu informasi yang dibutuhkan adalah tinggi bangunan. Pilihlah satu bangunan yang ada di sekolahmu, untuk kamu hitung tingginya dengan menggunakan konsep trigonometri."

Contoh Studi Kasus B:

"Sebagai seorang petugas survei tanah (land surveyor), kamu diberikan tugas untuk mengukur tinggi lereng yang ada di dekat lingkungan tempat tinggalmu. Tentukan salah satu lereng yang akan kamu tentukan tingginya, dan lakukan perhitungan tinggi lereng tersebut dengan menggunakan trigonometri."

Contoh Studi Kasus C:

"Sebagai petugas pemadam kebakaran, kamu sedang melakukan investigasi mengenai tinggi bangunan-bangunan di kota tempat tinggalmu, untuk menyusun strategi evakuasi dan mengecek kesiapan alat-alat yang dimiliki. Namun, bangunan-bangunan tinggi tersebut berada di area permukiman, sehingga sulit mengukur jaraknya dari posisi pengamat. Tentukan bangunannya dan hitunglah tinggi bangunan tersebut jika kamu tidak dapat secara langsung mengukur jaraknya dari posisi pengamat."

Setelah menentukan studi kasus yang akan dipilih bersama dengan kelompoknya, murid mulai keluar kelas dan melakukan pengukuran jarak pengamat, serta sudut elevasi, dari objek yang akan dihitung ketinggiannya.

6. Sebelum melakukan perhitungan, murid dapat dilatih untuk menentukan estimasi tinggi objek tersebut.

Berikut beberapa strategi yang dapat dilakukan dalam melakukan estimasi:

- Membandingkan dengan tinggi benda di sekitarnya yang sudah diketahui tingginya.
- Membuat perkiraan berdasarkan rasio bayangan.
- Melakukan observasi virtual bertahap, yaitu dengan melihat bagian per bagian. Misalnya pada bangunan 10 lantai, jika diperkirakan 1 lantai adalah 5 meter maka perkiraan tinggi bangunan tersebut adalah 10×5 meter = 50 meter.

7. Setelah itu, setiap kelompok mengikuti tahapan yang sudah didiskusikan sebelumnya.

Murid mencatat hasil pengukuran ke dalam tabel berikut ini:

Pengukur	Taksiran tinggi objek	Jarak dari pengamat	Sudut elevasi	Tinggi posisi mata pengamat
A				
B				
C				

8. Jika hasil pengukuran bervariasi, maka pendidik dapat mengarahkan murid untuk menentukan rata-ratanya terlebih dahulu sebelum ke perhitungan berikutnya.
9. Pendidik memantau jalannya diskusi kelompok dan memberikan umpan balik. Tabel dan proses perhitungan dilakukan pada selembar kertas A4 yang diberikan oleh pendidik.

Pertemuan Ketiga (Pembahasan Soal dan Formatif)

1. Pertemuan ketiga ini diawali dengan kegiatan **gallery walk**, di mana hasil kerja murid pada pertemuan sebelumnya ditempel di dinding kemudian setiap grup berotasi melihat hasil kerja kelompok lain.
 - Pendidik sudah menempelkan hasil kerja setiap kelompok dari pertemuan sebelumnya di tembok di sekitar kelas, secara terpisah-pisah.
 - Setiap kelompok diminta berdiri di dekat hasil kerja masing-masing, kemudian pendidik membagikan notes tempel untuk setiap kelompok.
 - Setiap kelompok akan bergeser ke 1 kelompok di sebelah kirinya. Setiap kelompok memberikan apresiasi dengan menuliskannya pada notes tempel dan menempelkannya pada hasil kerja kelompok lain yang sedang dikunjungi.
2. Untuk mempertajam pemahaman murid mengenai penerapan dari trigonometri di kehidupan nyata, pendidik mengajak murid untuk mengerjakan beberapa variasi soal bersama-sama. Soal-soal latihan: <https://shorturl.at/00r7O>

Contoh Soal:

Seorang *surveyor* ingin mengukur tinggi menara tua yang tidak dapat diakses langsung karena berada di tengah kolam. Ia berdiri di dua titik berbeda di tepi kolam yang berjarak 40 meter satu sama lain. Dari titik pertama, ia mengukur sudut elevasi ke puncak menara sebesar 35° , dan dari titik kedua (lebih dekat ke menara) sudut elevasi menjadi 55° .

Pertanyaan:

1. Buat sketsa segitiga-segitiga yang terbentuk berdasarkan informasi tersebut.
2. Hitung tinggi menara dengan menggunakan informasi tersebut.
3. Jelaskan mengapa pendekatan trigonometri relevan dalam situasi ini, dan alternatif apa yang mungkin dilakukan jika sudut tidak dapat diukur dengan alat.

3. Murid diberikan asesmen formatif berikut ini: <http://bit.ly/4lcRb2R>



Rubrik Penilaian Formatif:

Kategori Pemahaman	Kriteria
Mulai Memahami	- Dapat mengidentifikasi informasi dari soal, namun kesulitan memilih atau menggunakan fungsi trigonometri yang tepat. - Kesalahan dalam menggambar model segitiga atau salah memasukkan nilai. - Jawaban akhir tidak logis atau tidak selesai.
Cukup Memahami	- Dapat memilih fungsi trigonometri yang sesuai (sin, cos, tan), namun ada kekeliruan kecil dalam perhitungan atau pemodelan. - Menunjukkan proses pengerjaan yang logis meski ada kesalahan hitung. - Gambar pendukung dapat dimengerti.
Sangat Memahami	- Mampu menginterpretasi soal cerita ke dalam model segitiga dengan akurat. - Menggunakan fungsi trigonometri yang tepat dan menghitung dengan benar. - Dapat menjelaskan atau menafsirkan hasil secara kontekstual dan logis.

4. Pendidik memberikan umpan balik hasil kerja murid.

Rencana tindak lanjut:

- Mulai Memahami: Memberikan **soal latihan bertahap** yang dimulai dari level dasar. [Link Soal A: <https://s.id/YEclW>]
- Cukup Memahami: Memberikan **latihan pengayaan** dengan soal yang setara tapi dengan konteks berbeda. [Link Soal B: <https://s.id/4B2eX>]

- Strategi Tindak Lanjut: Memberikan **soal tantangan (*higher-order thinking*)**: dua segitiga bertingkat, sudut ganda, dan sebagainya.

[Link Soal C: <https://s.id/N2H2M>]

5. Pendidik mengingatkan kembali murid-murid bahwa pertemuan berikutnya adalah asesmen sumatif atau pengambilan nilai. Oleh karena itu, diharapkan murid-murid dapat mempersiapkan diri di rumah. Selain itu, murid juga disarankan untuk segera bertanya kepada pendidik jika masih ada hal yang belum dipahami.

Pertemuan Keempat (Asesmen Sumatif & Refleksi)

1. Sebelum dilaksanakan tes sumatif, murid diberikan kesempatan untuk bertanya kepada pendidik terkait penerapan trigonometri selama 10 menit pertama.
2. Pendidik melakukan asesmen sumatif dengan memberikan tes tertulis, yang meliputi kemampuan mengidentifikasi konsep, membuat model atau kalimat matematika, dan tahapan penyelesaian model dari masalah yang berkaitan aplikasi perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku.

Link Lembar Sumatif : <https://s.id/Er8RY>

3. Pedoman Penskoran Sumatif : <https://s.id/Efz2Q>

Merefleksi [berkesadaran & bermakna]

4. Jika murid sudah menyelesaikan sumatif, maka dilanjutkan dengan proses refleksi. Proses refleksi dilakukan dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut ini:
 1. Dalam studi kasus yang kamu pilih, bagaimana kamu menentukan penggunaan trigonometri yang tepat (sinus, cosinus, atau tangen)? Apa pertimbangannya?

2. Dalam soal yang berkaitan dengan tinggi benda atau jarak tak terjangkau, bagaimana kamu memastikan perhitunganmu masuk akal?
3. Apa yang akan terjadi jika sudut yang kamu ukur tidak akurat? Bagaimana hal ini memengaruhi hasil akhirnya?
4. Jika tinggi mata pengamat diabaikan dalam perhitungan, apakah hasil pengukuran tinggi pohon tetap valid? Jelaskan secara matematis.
5. Bagaimana kamu memverifikasi bahwa hasil yang kamu peroleh masuk akal dalam konteks nyata?
6. Jika kamu diminta membuat proyek atau eksperimen sederhana dengan menggunakan trigonometri, ide apa yang ingin kamu coba? Mengapa?

Pertanyaan dijawab pada selembar kertas, kemudian dikumpulkan.

Folder Dokumen: <https://s.id/FYtUt>

Daftar Pustaka:

BTIKP Kal-Sel. 2022. *Aplikasi Perbandingan Trigonometri* [Video YouTube]. Tersedia secara online di: <https://www.youtube.com/watch?v=Y-xmo4CX8Cg>

DAV Centre for Academic Excellence. Tanpa tahun. *Application of Trigonometry Worksheet (Basic)*. Tersedia secara online di: https://davcae.net.in/File/WS-APPLications%20OF%20TRIGO_WORKSHEET_.pdf

Moch Rizky. 2023. *TRIGO-NET: Cara Menghitung Menggunakan Klinometer* [Video YouTube]. Tersedia secara online di: <https://www.youtube.com/watch?v=FEbWxzqznuA>

The Teacher Toolkit. Tanpa tahun. *Quiz, Quiz, Trade*. Tersedia secara online di: <https://www.theteachertoolkit.com/index.php/tool/quiz-quiz-trade>

Glosarium

Aljabar	: formal dan non-formal, aljabar non-formal adalah aljabar yang menggunakan benda-benda konkret, gambar, atau simbol-simbol non-standar yang lebih visual dan konkret untuk memahami konsep-konsep aljabar dalam pembelajaran. Aljabar formal berhubungan dengan penggunaan notasi simbolik untuk menyatakan hubungan fungsional sehingga dapat mengekspresikan ide matematis yang kompleks dalam bentuk yang ringkas dan perubahannya dapat dianalisis secara efisien.
Atribut	: merupakan karakteristik atau ciri yang digunakan untuk mengidentifikasi atau mengkategorikan suatu objek atau entitas. Atribut dapat berupa ukuran, bentuk, warna, jumlah, atau sifat lain yang dapat diukur atau diamati. Dalam geometri, atribut dapat berupa sifat-sifat suatu bentuk seperti panjang sisi, sudut, atau jumlah sisi.
Asosiasi	: menunjukkan adanya hubungan antara dua variabel tetapi tidak selalu ada hubungan sebab-akibat.
Box plot	: (<i>box-and-whisker plot</i>) merupakan ringkasan data yang disajikan secara grafis berskala yang mewakili batas 4 bagian dengan bagian tengah dinyatakan sebagai kotak (<i>box</i>) dan bagian luar sebagai garis (<i>whisker</i>). Tampilan ini menggambarkan bentuk distribusi data, ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran dari data. Panjang kotak menggambarkan tingkat penyebaran atau keragaman data, sedangkan letak median dan panjang <i>whisker</i> menggambarkan tingkat kesimetrisannya.
Block dienes	: atau blok basis sepuluh (blok aritmatika multi-basis), adalah alat peraga matematika yang digunakan untuk membantu murid memahami konsep dasar bilangan dan nilai tempat secara visual. Blok ini terdiri dari kubus kecil (satuan), batang (puluhan), lempengan (ratusan), dan kubus besar (ribuan).
Data bivariat	: merupakan data dari dua variabel dari suatu objek tertentu, yang mana setiap nilai dari variabel pertama dipasangkan dengan nilai dari variabel kedua.
Dekomposisi	: merupakan proses memecah, membagi atau mengurai sebuah objek matematika menjadi dua atau lebih objek yang sejenis.

Diagram pencar	: merupakan diagram yang digunakan untuk menyajikan data yang terdiri atas dua variabel kuantitatif atau disebut juga data bivariat sehingga diketahui tingkat kekuatan hubungannya.
Disposisi	: merupakan sikap, persepsi, atau kepercayaan yang menjadi dasar dari perilaku seseorang. Disposisi dalam matematika mencakup memiliki minat dan apresiasi yaitu memiliki kecenderungan untuk berpikir dan bertindak secara positif terhadap matematika. Pendidik merancang pengalaman belajar yang memotivasi murid untuk memiliki disposisi matematika produktif, yaitu tidak mudah menyerah dan bertekun ketika menghadapi tantangan dalam menjawab permasalahan matematika, berani mengambil risiko mencoba berbagai cara penyelesaian masalah, dan memiliki percaya diri dalam belajar matematika.
Dot plot	: merupakan grafik yang menyajikan distribusi dan variabel numerik yang setiap nilainya dalam data dilambangkan dengan titik. <i>Dot plot</i> mirip dengan diagram batang, dengan beda setiap data masih terlihat. Untuk membaca data, perlu menghitung jumlah titiknya, sedangkan pada diagram batang, cukup melihat pada skala frekuensi.
Estimasi	: merupakan perkiraan atau dugaan pada suatu hal. Dalam konteks operasi bilangan, estimasi memperkirakan hasil operasi tanpa melakukan secara detail langkah-langkah operasi tersebut secara presisi.
Formal-universal	: matematika dianggap “universal” karena berdasarkan prinsip dan konsep logis yang dapat diaplikasikan pada masyarakat manapun. Aturan dan prinsip matematika konsisten dan tidak berubah, terlepas dari bahasa atau budaya. Matematika juga dianggap formal karena melibatkan proses logika yang terstruktur.
Frekuensi harapan	: merupakan harapan banyak kejadian yang dapat terjadi dari banyak percobaan yang dilakukan.
Frekuensi relatif	: merupakan banyaknya nilai yang muncul berbanding terhadap banyaknya percobaan yang dilakukan.
Garis transversal	: adalah garis yang memotong dua atau lebih garis pada bidang yang sama.
Generalisasi	: merupakan proses merumuskan prinsip atau bentuk umum secara simbolis berdasarkan hasil observasi dan identifikasi pola, struktur, gambar, atau hubungan antar objek.

Intuisi bilangan	: (<i>number sense</i>) merupakan kemampuan untuk berpikir secara fleksibel/luwes dengan bilangan dan strategi operasi bilangan. Seseorang yang memiliki intuisi bilangan yang baik dapat memilih strategi yang efisien untuk menyelesaikan permasalahan sesuai dengan konteksnya, dapat melakukan estimasi/penaksiran pada operasi hitung, dan memeriksa kewajaran dari jawaban terhadap permasalahan.
Komposisi	: merupakan tindakan menggabungkan dua atau lebih objek matematika.
Laju perubahan	: adalah laju pergerakan yang menggambarkan bagaimana satu besaran berubah dalam hubungannya dengan besaran lain. Jika rasio merupakan perbandingan dua besaran atau kuantitas yang memiliki satuan yang sama, maka laju merupakan perbandingan dua besaran dengan satuan berbeda.
Line of best fit	: merupakan model garis yang paling mendekati dalam menyatakan relasi antara dua variabel oleh sebuah fungsi linear.
Literasi finansial	: adalah pengetahuan dan kecakapan dalam mengaplikasikan pemahaman tentang konsep dan risiko finansial agar dapat membuat keputusan yang efektif untuk meningkatkan kesejahteraan, baik individu maupun sosial, dan dapat berpartisipasi dalam lingkungan masyarakat.
Manipulasi matematis	: atau manipulasi aljabar melibatkan penataan ulang dan penggantian variabel untuk mendapatkan bentuk matematis atau ekspresi aljabar dalam bentuk yang diinginkan. Selama penataan ulang ini, nilai ekspresi tidak berubah. Manipulasi aljabar melibatkan melakukan operasi yang berlawanan (membatalkan) persamaan apa pun untuk menyelesaikan variabel tertentu (seringkali dengan isolasi).
Menyortir	: dari kata kerja sortir (bahasa Inggris <i>sort</i>) merupakan tindakan memilah objek berdasarkan kriteria atau karakteristik tertentu.
Pembuktian matematis	: merupakan proses mendapatkan kesimpulan matematik secara logis dari hipotesis atau praduga. Dalam proses eksplorasi permasalahan matematis, murid diajak untuk membuat praduga berdasarkan hasil observasi mereka, kemudian berusaha membuktikan praduga tersebut sebagai bagian dari proses investigasi.
Pengukuran	: besaran geometris dan non geometris, pengukuran besaran geometris adalah pengukuran dari atribut yang dimiliki oleh bentuk geometris tertentu, misalnya panjang (termasuk keliling, jari-jari, diameter, dsb.), luas, volume, serta sudut, sedangkan pengukuran besaran non-geometris tidak berkaitan dengan bentuk tertentu, misalnya berat, waktu, suhu, dsb.

Piecewise	: (fungsi <i>piecewise</i>) merupakan fungsi yang terdiri dari beberapa bagian fungsi yang mana masing-masing bagian fungsi berlaku pada interval domain tertentu saja.
Proporsional	: merupakan kata sifat dari kata proporsi yang menunjukkan kesetaraan (ekuivalensi) dari dua rasio; bernalar secara proporsional merupakan penalaran berdasarkan kemampuan untuk melihat relasi antara besaran atau kuantitas dan bernalar berdasarkan hubungan tersebut.
Rasio dan proporsi	: rasio merupakan perbandingan dua besaran atau kuantitas, sedangkan proporsi merupakan persamaan yang menunjukkan bahwa dua rasio ekuivalen atau sama besarnya. Dengan kata lain, proporsi menunjukkan kesamaan dari dua pecahan atau dua rasio.
Subitasi	: atau subitisasi merupakan istilah baru (bahasa Inggris " <i>subitizing</i> ", dalam bahasa Latin disebut " <i>subitus</i> " yang berarti tiba-tiba) yang berarti kemampuan untuk melihat "ada berapa banyak" secara langsung tanpa menghitung ketika diperlihatkan suatu himpunan atau kumpulan benda (Charlesworth dan Lind, 2010).
Turus	: merupakan bentuk penulisan frekuensi dalam tabel menggunakan garis lurus atau garis miring untuk membantu menentukan jumlah.
Visualisasi spasial	: merupakan kemampuan untuk 'membayangkan' (secara mental) mengenai bangun datar dan bangun ruang dan mempersepsi sebuah objek dari berbagai perspektif atau sudut pandang.



**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
BADAN STANDAR, KURIKULUM, DAN ASESMEN PENDIDIKAN**